



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

**PROPUESTA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LAS ACTITUDES HACIA
LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE DOCTOR EN
MATEMÁTICA**

AUTOR:

Magister. EYZAGUIRRE ESPINO, Luis Enrique

ASESOR:

Dra. GONZÁLEZ CASTRO, Jeanette Baldramina

**NUEVO CHIMBOTE - PERÚ
2022**



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CONSTANCIA DE ASESORAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL

Yo, **JEANETTE BALDRAMINA GONZÁLEZ CASTRO**,

mediante la presente certifico mi asesoramiento de la Tesis Doctoral titulada:

"PROPUESTA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LAS ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS"

Elaborada por el Magister **Luis Enrique Eyzaguirre Espino**, para obtener el Grado Académico de Doctor en Matemática, en la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, 25 de Abril del 2022

Dra. Jeanette Baldramina González Castro
ASESORA



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR

"PROPUESTA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y
LAS ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS"

TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE DOCTOR EN MATEMÁTICA

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador


DR. MILTON MILCIADES CORTEZ GUTIÉRREZ
PRESIDENTE


DR. ERNESTO ANTONIO CEDRÓN LEÓN
SECRETARIO


DRA. JEANETTE BALDRAMINA GONZÁLEZ CASTRO
VOCAL

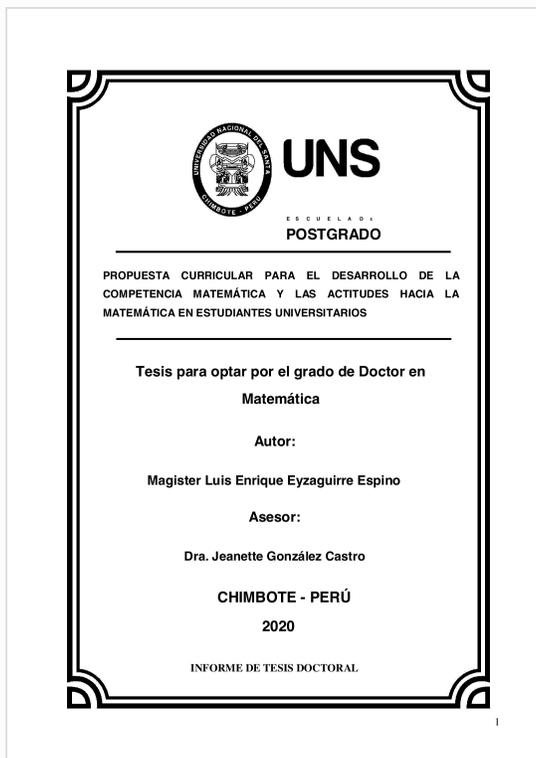


Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Luis Enrique Eyzaguirre Espino
Título del ejercicio: DOCTORADO EN MATEMATICA
Título de la entrega: PROPUESTA CURRICULAR PARA ..
Nombre del archivo: Tesis_Doctorado_LEEE_220220_si...
Tamaño del archivo: 5.59M
Total páginas: 272
Total de palabras: 71,312
Total de caracteres: 396,793
Fecha de entrega: 22-feb-2020 11:11a.m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega: 1261981249



Dedicatoria:

A mis padres Manuel Eyzaguirre y Raquel Espino, y hermanos por ser el soporte de mi formación, y una de las motivaciones más importantes para desarrollar mis estudios de Post Grado con éxito.

A mi esposa, Ana María Tapia, y mi hija, María Alejandra, por el apoyo y motivación permanente que me han brindado durante el proceso de investigación, y que ha permitido que este trabajo se culmine.

Agradecimientos:

Mi agradecimiento a los docentes y coordinadores de la Universidad San Ignacio de Loyola, por su contribución al desarrollo de esta investigación y por su permanente apoyo, en especial al equipo de Ciencias Básicas: Jexy Reyna, Marcelo Barzola, Carlos Calderón, José Luyo, Elvis Martínez, Juan Carlos Sandoval, Marco Tello-Mena, Daysi García-Cuéllar, Renato Benazic, Víctor Cabanillas, Oswaldo Velásquez, Arturo Ramos, Daniel Proleón, Fernando Del Castillo, Eduardo Cabrera, Carlos Bravo, Dante Chavil, Renato Vara y Juanita Meneses.

A Rosario Bazán y Rosa Cardoso, por compartir su experiencia investigadora y compromiso a lo largo de los 3 años de diseño, ejecución e implementación de la Propuesta Curricular MAET.

A la Doctora Jeanette González Castro, mi asesora de tesis, por compartir sus conocimientos, experiencia profesional y sus valiosas orientaciones para llevar a cabo la presente investigación. Gracias por estos años de trabajo y aprendizaje.

INDICE

CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	2
1.1 Planteamiento y fundamentación del problema de investigación	2
1.2 Antecedentes de la investigación	8
1.3 Formulación del problema de investigación	20
1.3.1 Tipificación de la investigación.	20
1.3.2 Formulación de las hipótesis.	21
1.4 Delimitación del estudio.....	21
1.5 Justificación e importancia de la investigación	22
1.6 Objetivos de la investigación: General y específicos	24
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	27
2.1 Fundamentos teóricos de la investigación.....	27
2.1.1 Las competencias.	28
2.2.2. La competencia matemática	33
2.2.3 Currículo con un enfoque por competencias.....	38
2.2.3.1 Modelos de formación por competencias.	41
2.2.3.2 Evaluación por competencias.	59
2.2.4 Las actitudes hacia la matemática.	66
2.2.4.1 Características de las actitudes hacia las matemáticas.....	68
2.2.4.2 La ansiedad hacia las matemáticas.	69
2.2.4.3 Adquisición de las actitudes:	70
2.2.4.4 Factores que influyen en las actitudes hacia las matemáticas.....	71
2.2.4.5 Cambio de actitudes.	72
2.2.5 La comprensión lectora.	73
2.2.6 Creencias de los docentes sobre la competencia matemática.	77
2.2.7 Percepciones de los estudiantes sobre la E-A de la matemática.	79
2.2.8 La fenomenología.....	80

2.2.8.1	Principios metodológicos de la fenomenología.....	81
2.2.8.2	Hermenéutica.....	82
2.2.8.3	La fenomenología hermenéutica en la educación.....	84
2.2.9	El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) como herramienta teórica para la valoración de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática.....	85
2.2.9.1	La teoría de los significados sistémicos.....	85
2.2.9.2	La teoría de funciones semióticas.....	89
2.2.9.3	La teoría de configuraciones didácticas.....	89
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO.....		95
3.1	Hipótesis central de la investigación.....	95
3.2	Variables e indicadores de la investigación.....	96
3.2.1	Definición y operacionalización de las variables cuantitativas.....	96
3.2.1.1	La PC MAET desde un enfoque por competencias.....	96
3.2.1.2	La competencia matemática.....	99
3.2.1.3	Las actitudes hacia la matemática.....	100
3.2.1.4	Comprensión lectora de los estudiantes.....	100
3.2.2	Definición y categorización de las variables cualitativas.....	105
3.2.2.1	Creencias de los docentes sobre competencias matemáticas.....	105
3.2.2.2	Percepciones de los estudiantes sobre el desarrollo de la PC MAET.....	106
3.2.2.3	Idoneidad de los materiales y productos empleados en la PC MAET.....	106
3.3	Métodos de la investigación.....	107
3.4	Diseño o esquema de la investigación.....	107
3.5	Población y muestra.....	109
3.6	Actividades del proceso investigativo.....	110
3.7	Técnicas e instrumentos de la investigación.....	110
3.7.1	Cuantitativo.....	110
3.7.1.1	La escala de actitudes hacia la matemática.....	110

3.7.1.2	Cuestionario: Evaluación Diagnóstica de la competencia matemática.....	113
3.7.2	Cualitativo	115
3.7.2.1	Entrevista semi estructurada.	115
3.7.2.1.1	El caso de las creencias de los docentes.	116
3.7.2.1.2	El caso de las sugerencias de los coordinadores de los cursos afines ..	116
3.7.2.1.3	El caso de las percepciones de los estudiantes.	117
3.7.2.2	Grupo de discusión.	117
3.7.2.3	El análisis de contenidos: EOS	118
3.8	Procedimiento para la recolección de datos	121
3.9	Técnicas de procesamiento y análisis de los datos	123
3.9.1	Procesamiento y análisis de datos, desde un enfoque cuantitativo.	123
3.9.2	Procesamiento y análisis de datos, desde un enfoque cualitativo.	124
3.9.2.1	El caso de los docentes.	124
3.9.2.2	El caso de los estudiantes.....	126
3.9.2.3	El caso de coordinadores (personal académico-administrativo).....	129
3.9.2.4	El caso de los docentes seleccionados para la investigación.	129
CAPÍTULO IV: DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA CURRICULAR MAET.....		131
4.1	Diseño de la PC MAET	134
4.1.1	Fundamentación.	135
4.1.2	Indagación diagnóstica.....	135
4.1.3	Competencia matemática y su evaluación.	140
4.1.3.1	La competencia matemática.....	141
4.1.3.2	Las competencias generales o transversales.	146
4.1.3.3	La evaluación.	149
4.1.3.4	Características de la evaluación.	149
4.1.3.5	Herramientas de evaluación.....	152
4.1.3.5.1	Proyectos formativos de matemática (PFM).	152

4.1.3.5.2	Evaluaciones escritas.....	157
4.1.4	Estrategias didácticas multivariadas y recursos.	158
4.1.5	Contenidos.....	164
4.1.6	Programación.	165
4.2	Implementación de la PC MAET	166
4.2.1	Prueba Diagnóstica para evaluar la competencia matemática	166
4.2.2	Proyecto Formativo de Matemática (PFM).....	169
4.2.3	Sílabo.....	171
4.2.4	Planes de clase.....	174
4.2.5	Fichas de trabajo.....	174
4.2.6	E-Portafolio.	175
4.2.7	Notas históricas.	176
4.2.8	Rúbricas.....	177
4.3	Ejecución de la PC MAET	177
4.3.1	Estrategias didácticas.	179
4.3.1.1	Estrategia de enseñanza directa.	179
4.3.1.2	Estrategia de exposición y discusión.	184
4.3.1.3	Estrategia de inducción.	187
4.3.1.4	Estrategia de aprendizaje cooperativo (DCGA).	190
4.3.2	Recursos didácticos.	195
4.3.2.1	Historia.....	195
4.3.2.2	TIC.	195
4.3.2.3	Diálogos y discusión.	197
4.3.2.4	Resolución de problemas.	198
4.3.3	Desempeños y su evaluación.....	198
4.3.3.1	Evaluaciones escritas.	198
4.3.3.2	La sustentación oral.	199

4.3.3.3	El informe escrito.....	199
4.3.3.4	E-portafolio.....	199
CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN		208
5.1	Análisis desde un enfoque cuantitativo	208
5.1.1	Competencia matemática.	208
5.1.1.1	Puntaje total de Competencia Matemática.....	208
5.1.1.2	Puntaje del componente procesos matemáticos, según dimensiones.....	209
5.1.1.3	Puntaje del componente capacidades matemáticas, según dimensiones. .	210
5.1.1.4	Puntaje del componente contenidos matemáticos, según dimensiones. ...	212
5.1.1.5	Puntaje del componente contextos matemáticos, según dimensiones.	213
5.1.1.6	Prueba de significación de la PC MAET en la competencia matemática, a nivel global y por dimensiones de sus componentes.....	214
5.1.1.6.1	Prueba de Normalidad.	215
5.1.1.6.2	Prueba de comparación de muestras relacionadas: Prueba de rangos con signos de Wilconxon para el puntaje total de competencia matemática.	216
5.1.2	Actitudes hacia la matemática.....	220
5.1.2.1	Puntaje total de Actitudes hacia la matemática.....	220
5.1.2.2	Puntaje de actitudes hacia la matemática, según dimensiones.	221
5.1.2.3	Prueba de significación de la PC MAET en las actitudes hacia la matemática, a nivel global y por componentes.....	222
5.1.2.3.1	Prueba de Normalidad.	223
5.1.2.3.2	Prueba de comparación de muestras relacionadas: Prueba de rangos con signos de Wilconxon para el puntaje total de actitudes hacia la matemática.....	224
5.1.3	Comprensión lectora.	226
5.1.3.1	Puntaje total en comprensión lectora.	226
5.1.3.2	Puntaje en comprensión lectora, según dimensiones.....	229
5.2	Análisis desde un enfoque cualitativo	230
5.2.1	Creencias de los docentes sobre la competencia matemática.	230

5.2.1.1	Unidad de análisis.....	230
5.2.1.2	Caracterización de los docentes participantes en la entrevista semiestructurada.....	230
5.2.1.3	Categorías analizadas.....	231
5.2.1.3.1	Análisis de la categoría creencias sobre competencia matemática de los docentes informantes.....	231
5.2.1.3.1.1	Mapas cognitivos de los informantes.....	233
5.2.1.3.2	Análisis de la categoría creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias, de los docentes informantes.....	235
5.2.1.3.2.1	Mapas cognitivos de los informantes.....	236
5.2.1.3.3	Análisis de la categoría acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas, de los docentes informantes.....	238
5.2.1.3.3.1	Mapas cognitivos de los informantes.....	240
5.2.2	Sugerencias de los coordinadores para diseñar la PC MAET.....	243
5.2.2.1	Unidad de análisis.....	243
5.2.2.2	Caracterización de los informantes.....	243
5.2.2.3	Unidades temáticas.....	243
5.2.2.3.1	UT1. Comprensión lectora.....	243
5.2.2.3.2	UT2. Demandas formativas en la actividad matemática.....	246
5.2.2.3.3	UT3. Contextos.....	250
5.2.2.3.4	UT4. Actitudes hacia la matemática.....	253
5.2.3	Percepciones de los estudiantes en relación con el desarrollo de la PC MAET.....	255
5.2.3.1	Unidad de análisis.....	255
5.2.3.2	Caracterización de los estudiantes que participaron en la entrevista semiestructurada.....	256
5.2.3.3	Identificación de los temas centrales: unidades temáticas.....	256
5.2.3.3.1	UT 1: Dimensión metodológica de la PC MAET.....	256

5.2.3.3.2	UT 2: Dimensión evaluativa de la propuesta curricular MAET.....	260
5.2.3.4	Texto fenomenológico sobre las percepciones.	262
5.2.3.4.1	La metodología en la PC MAET.	262
5.2.3.4.2	El sistema de evaluación en la PC MAET.....	264
5.2.3.5	Fisonomía individual de las percepciones del informante.....	267
5.2.4	Idoneidad de los materiales y productos empleados durante la PC MAET.	267
5.2.4.1	Análisis de la unidad “La derivada” del libro Tópicos de Matemática I. .	268
5.2.4.1.1	Análisis de la idoneidad epistémica propuesta por el EOS.	268
5.2.4.1.1.1	Situación-problema.....	268
5.2.4.1.1.2	Lenguaje matemático.....	273
5.2.4.1.1.3	Reglas.	281
5.2.4.1.1.4	Argumentos.	285
5.2.4.2	Los organizadores gráficos del e-portafolio.	288
5.2.4.2.1	Idoneidad epistémica propuesta por el EOS.....	289
5.2.4.2.1.1	Situación problema.	290
5.2.4.2.1.2	Lenguaje matemático.....	290
5.2.4.2.1.3	Reglas (Conceptos, proposiciones, procedimientos).....	291
5.2.4.2.1.4	Argumentos.	292
5.2.4.2.2	Idoneidad cognitiva propuesta por el EOS.....	293
5.2.4.2.2.1	Conocimientos previos.	293
5.2.4.2.2.2	Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales.	294
5.2.4.2.2.3	Aprendizaje.....	295
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		297
6.1	Conclusiones	297
6.2	Recomendaciones	307
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS		309
ANEXOS.....		322

INDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Panorama del rendimiento en Matemáticas en PISA 2018.....	2
Tabla 2. Panorama del rendimiento en Lectura en PISA 2018	7
Tabla 3. Pilares del aprender a lo largo de la vida	28
Tabla 4. Competencias clave DESECO	29
Tabla 5. Competencias generales. Proyecto Tuning	31
Tabla 6. Marco para el desarrollo de competencias transversales	32
Tabla 7. Principios de la EMR	33
Tabla 8. Competencias matemáticas	35
Tabla 9. Evaluación de la competencia matemática	38
Tabla 10. Modelo de la evaluación por competencias en la docencia universitaria	60
Tabla 11. Tipos de variables: Personales-Situacionales.....	71
Tabla 12. Significados Institucional y Personal en el EOS.....	86
Tabla 13. Definición operacional de la variable Competencia Matemática	102
Tabla 14. Definición operacional: Categorías de Actitud en base a percentiles del puntaje de EAHM-U.....	103
Tabla 15. Definición operacional: Comprensión Lectora	104
Tabla 16. Características de la Actitud hacia la Matemática.	111
Tabla 17. Distribución de los ítems en la EAHM, según su sentido.....	112
Tabla 18. Distribución de ítems por dimensiones, por totales y por sentido	112
Tabla 19. Listado de ítems según dimensiones	112
Tabla 20. Ítems por dimensión de la Prueba Diagnóstica	114
Tabla 21. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.....	119
Tabla 22. Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva	120
Tabla 23. Técnicas e instrumentos de análisis utilizados con los estudiantes.....	123
Tabla 24. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados a los docentes	124
Tabla 25. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados a los estudiantes.....	127
Tabla 26. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados al personal	129
Tabla 27. Técnicas e instrumentos de investigación a aplicar a los expertos	129
Tabla 28. Perfiles profesionales de las carreras de la facultad de ciencias empresariales	136
Tabla 29. Conexión entre competencias específicas y procesos que favorecen la competencia matemática en la PC MAET.....	145

Tabla 30. Competencias generales (CG) y sus desempeños asociados.....	147
Tabla 31. Matriz de procedimientos matemáticos por cada competencia específica.....	149
Tabla 32. Matriz de evaluación	150
Tabla 33. Instrumentos/procedimientos utilizados al evaluar	151
Tabla 34. Etapas de los modelos de enseñanza asumidos.....	161
Tabla 35. Temario de Matemática 1.....	164
Tabla 36. Códigos de calificación de la Prueba Diagnóstica, Caso: Tipo de Cambio	169
Tabla 37. Competencia y capacidades fundamentales del curso	171
Tabla 38. Metodología en el curso	172
Tabla 39. Sistema de Evaluación	172
Tabla 40. Medidas descriptivas del puntaje total en competencia matemática de los estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	208
Tabla 41. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente procesos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	209
Tabla 42. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente capacidades matemáticas de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	210
Tabla 43. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente contenidos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	212
Tabla 44. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente contextos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	213
Tabla 45. Prueba de Normalidad del puntaje total de competencia matemática global y por dimensiones de sus componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos.....	215
Tabla 46. Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para el puntaje total y según dimensiones de los componentes de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET en estudiantes universitarios	217
Tabla 47. Medidas descriptivas del puntaje total de actitudes hacia la matemática de los estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET.....	220
Tabla 48. Medidas descriptivas del puntaje de actitudes hacia la matemática, según dimensiones en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET	221

Tabla 49. Prueba de Normalidad del puntaje total de actitudes hacia la matemática global y por componentes: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad.	223
Tabla 50. Test de Suma de Rangos con signo Wilconxon de Comparación de medianas.....	225
Tabla 51. Estadísticos de la prueba de comprensión lectora.....	227
Tabla 52. Puntaje total de comprensión lectora	228
Tabla 53. Medidas descriptivas del puntaje de comprensión lectora, según dimensiones, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET.....	229
Tabla 54. Matriz de análisis de la categoría creencias sobre Competencia Matemática de informante 3.	231
Tabla 55. Matriz de análisis de la categoría creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias del informante 3.....	235
Tabla 56. Matriz de análisis de la categoría acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas del informante 3.....	238
Tabla 57. Dimensión metodológica-Informante: EKAZ.....	257
Tabla 58. Dimensión evaluativa-Informante: EKAZ.....	260
Tabla 59. Ejemplos de lenguaje simbólico, en la unidad La Derivada	279
Tabla 60. Ejemplos de definiciones (conceptos), en la unidad La Derivada	281

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Matemática ECE 2015-2019 resultados nacionales según medida promedio y niveles de logro, 2° grado de educación secundaria.	3
Gráfico 2. Matemática ECE 2019 resultados por características de la escuela según medida promedio y niveles de logro, 2° grado de educación secundaria.	4
Gráfico 3. Dimensiones que evaluar en la competencia matemática.....	5
Gráfico 4. Resultados generales de la Evaluación Diagnóstica	5
Gráfico 5. Diagrama causa-efecto de Ishikawa, sobre el problema de las altas tasas de repitencia y deserción, en los cursos de matemática.....	6
Gráfico 6. La “flor de KOM”	36
Gráfico 7. Un modelo de competencia matemática en práctica.	37
Gráfico 8. Modelo de formación.	41
Gráfico 9. Modelos de formación por competencias en el ambito universitario	42
Gráfico 10. Estrategias didácticas, desde las dimensiones funcionalidad-actividad.....	47

Gráfico 11. Estrategias didácticas, según el protagonista de la acción	47
Gráfico 12. Polos de evaluación de los aprendizajes universitarios en el espacio europeo	61
Gráfico 13. Componentes del modelo de evaluación de la comprensión lectora (Riffo y Véliz, 2011, manuscrito no publicado)	75
Gráfico 14. Esquema general del modelo de evaluación de la comprensión lectora (Riffo y Véliz, manuscrito no publicado)	77
Gráfico 15. Tipos de significados institucionales y personales interpretados como sistemas de prácticas.....	87
Gráfico 16. Componentes de una configuración epistémica/cognitiva.....	88
Gráfico 17. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica.....	90
Gráfico 18. Configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos matemáticos	91
Gráfico 19. Idoneidad didáctica	94
Gráfico 20. Propuesta Curricular MAET.	98
Gráfico 21. Categorías de análisis de creencias sobre competencias matemáticas.....	105
Gráfico 22. Categorías de análisis de las percepciones de los estudiantes sobre la PC MAET	106
Gráfico 23. Idoneidad de materiales empleados y productos elaborados durante la PC MAET	107
Gráfico 24. Tipo de diseño	108
Gráfico 25. Esquema general de la metodología cuantitativa	110
Gráfico 26. Esquema general de la metodología cualitativa	110
Gráfico 27. Representación de la PC MAET	132
Gráfico 28. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET	133
Gráfico 29. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Diseño).....	134
Gráfico 30. Elementos que se integraron en la propuesta metodológica	159
Gráfico 31. Representación gráfica de la programación de la PC MAET	165
Gráfico 32. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Implementación) .	166
Gráfico 33. Enunciado 1, de la Prueba de entrada.....	169
Gráfico 34. Ficha de trabajo, empleada en el curso de Matemática 1.....	175
Gráfico 35. Actividades propuestas al estudiante para integrarse en el e-portafolio	176
Gráfico 36. Nota histórica, trabajada en el curso de Nivelación de Matemática	177
Gráfico 37. Secuencia de cursos considerada en la ejecución de la PC MAET.	178
Gráfico 38. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Ejecución).	179
Gráfico 39. Situación con discrepancia óptima, propuesto en inecuaciones lineales.	180

Gráfico 40. Representación gráfica de la función derivada, a partir del cual se inicia el estudio del análisis de una función.	181
Gráfico 41. Situación de optimización, trabajo a partir del cual el docente monitorea y retroalimenta.....	182
Gráfico 42. Situación propuesta para el momento de práctica independiente.	183
Gráfico 43. Logros de aprendizaje.	184
Gráfico 44. Ejemplos de monitoreo de la comprensión.....	185
Gráfico 45. Ejemplo de integración horizontal.....	186
Gráfico 46. Ejemplo de integración vertical.....	186
Gráfico 47. Ejemplo de organizador gráfico, utilizado para un cierre.....	187
Gráfico 48. Actividad para el estudio de transformación de una función.....	188
Gráfico 49. Ejemplo de aplicación de un principio de transformaciones.....	190
Gráfico 50. Diapositivas utilizadas en función exponencial y logarítmica.....	191
Gráfico 51. Modelo de ficha de trabajo de introducción a un tema.....	192
Gráfico 52. Ejemplo de producción del estudio en grupo.....	193
Gráfico 53. Ejemplo de ficha de evaluación individual.....	194
Gráfico 54. Actividad de profundización y ampliación, para el curso de Matemática 1.....	194
Gráfico 55. Nota histórica, trabajada en la sesión: introducción a las funciones.....	195
Gráfico 56. Ejemplo de cálculo entre áreas.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfico 57. Ejemplo de optimización.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfico 58. Ejemplo de mapa mental, versión 1, elaborado por estudiantes.....	201
Gráfico 59. Ejemplo de organizador, versión 2, elaborado por estudiantes.....	201
Gráfico 60. Ejemplo de feedback a los estudiantes por su organizador.....	203
Gráfico 61. Ejemplo de Matrices comparativas / Secciones cónicas.....	203
Gráfico 62. Videos de desempeño de los estudiantes de Matemática I.....	204
Gráfico 63. Ejemplo de una demostración, versión inicial.....	205
Gráfico 64. Ejemplo de feedback docente a la demostración inicial del grupo 3.....	206
Gráfico 65. Ejemplo de una demostración, versión final.....	207
Gráfico 66. Diagrama de cajas del puntaje total de competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET.....	209
Gráfico 67. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente procesos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET.....	210
Gráfico 68. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente capacidades matemáticas de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET.....	211

Gráfico 69. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente contenidos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET 213	
Gráfico 70. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente contextos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET 214	
Gráfico 71. Gráfico de cajas del puntaje total de actitudes hacia la matemática, antes y después de implementar la PC MAET	221
Gráfico 72. Gráfico de cajas del puntaje en actitudes hacia la matemática, por dimensiones, antes y después de implementar la PC MAET	222
Gráfico 73. Gráfico de frecuencias de respuestas correctas e incorrectas en la prueba de comprensión lectora	226
Gráfico 74. Gráfico de frecuencias de la prueba de comprensión lectora.....	228
Gráfico 75. Gráfico de cajas de la prueba de comprensión lectora, según dimensiones	229
Gráfico 76. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1 en relación con la categoría Competencia Matemática.....	233
Gráfico 77. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3, en relación con la categoría Competencia Matemática.....	233
Gráfico 78. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5 en relación con la categoría Competencia Matemática.....	234
Gráfico 79. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7 en relación con la categoría Competencia Matemática.....	234
Gráfico 80. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1 en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias	236
Gráfico 81. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3 en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias	237
Gráfico 82. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5 en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias	237
Gráfico 83. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7 en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias	237
Gráfico 84. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1 en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias	240
Gráfico 85. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3 en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias	240

Gráfico 86. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5 en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias	241
Gráfico 87. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7 en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias	241
Gráfico 88. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática comprensión lectora....	246
Gráfico 89. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática demanda formativa en la actividad matemática.....	250
Gráfico 90. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática contextos.....	253
Gráfico 91. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática actitudes hacia la matemática	254
Gráfico 92. Fisonomía individual del informante EKAZ, sobre las percepciones acerca de la PC MAET.....	267
Gráfico 93. Problema de contexto evocado “de aplicación”.....	269
Gráfico 94. Problema de contexto evocado “de aplicación-consolidación”	269
Gráfico 95. Problema de contexto evocado “de consolidación”	270
Gráfico 96. Problema de contexto evocado “de consolidación”	271
Gráfico 97. Problema de contexto evocado “introductorio”	272
Gráfico 98. Ejemplo 1 de lenguaje gráfico	275
Gráfico 99. Ejemplo 2 de lenguaje gráfico	275
Gráfico 100. Ejemplo 3 de lenguaje gráfico	276
Gráfico 101. Ejemplo 4 de lenguaje gráfico	276
Gráfico 102. Ejemplo 5 de lenguaje gráfico	277
Gráfico 103. Ejemplo 6 de lenguaje gráfico	277
Gráfico 104. Ejemplo 7 de lenguaje gráfico	278
Gráfico 105. Ejemplo 8 de lenguaje gráfico	278
Gráfico 106. Ejemplo 1 de proposiciones, de la unidad La derivada.....	284
Gráfico 107. Ejemplo 2 de proposiciones, de la unidad La derivada.....	284
Gráfico 108. Ejemplo 3 de proposiciones, de la unidad La derivada.....	284
Gráfico 109. Ejemplo de ficha de trabajo, de la unidad La derivada.....	286
Gráfico 110. Ejemplo de pregunta para promover el trabajo autónomo, de la unidad La derivada	287

Gráfico 111. Ejemplo de pregunta de la evaluación individual, de la unidad La derivada...	287
Gráfico 112. Ejemplo de pregunta de la ficha d evaluación grupal, de la unidad La derivada	287
Gráfico 113. Ejemplos de actividades propuestas en el e-portafolio	289
Gráfico 114. Organizador gráfico N° 08, sobre Las Derivadas.....	290
Gráfico 115. Ejemplos de tipos de lenguaje empleado en el organizador	291
Gráfico 116. Ejemplo de la argumentación sobre la variación de una función, en el organizador de La Derivada.....	292
Gráfico 117. Ejemplos de fichas de evaluación de saberes previos, de las lecciones de La derivada y Razón de cambio.	294
Gráfico 118. Ejemplo de actividades propuestas en el e-portafolio, de matemática 1	294
Gráfico 119. Rúbrica de la exposición oral.....	296

RESUMEN

El propósito de esta investigación fue investigar el efecto de la PC MAET en el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática, en estudiantes universitarios del pregrado, en una universidad privada de Lima. En el desarrollo de la propuesta curricular se ejecutaron las fases de diseño, implementación y ejecución, en ella se integraron principalmente, un conjunto variado de estrategias metodológicas con un sistema de evaluación caracterizado por su carácter formativo, para desarrollar en interacción con los estudiantes: la competencia matemática, reflejada en la comunicación matemática, la matematización y representación y las estrategias y cálculo; las competencias generales, vistas en la comunicación, el pensamiento crítico y creativo, la indagación y el trabajo colaborativo; así como las actitudes hacia la matemática.

La investigación utilizó un diseño preexperimental, con pre y post prueba para la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática. Para el estudio se utilizaron técnicas cuantitativas y técnicas cualitativas. La parte cuantitativa se utilizó para analizar la relación entre la propuesta curricular y las competencias matemáticas y las actitudes hacia la matemática; para la primera, se diseñó, validó y aplicó un instrumento para tal fin, para la segunda, se utilizó la Escala de Actitudes Hacia la Matemática (EAHM-U), de Jorge Luis Bazán. En la parte cualitativa, y a través de un análisis fenomenológico se analizó las creencias de los docentes sobre las competencias matemáticas, las percepciones de los estudiantes en relación con el desarrollo de la propuesta curricular, las sugerencias de los coordinadores para diseñar la propuesta curricular, así como la idoneidad de los materiales y productos empleados.

La investigación tuvo como población de interés a los estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales, de Estudios Generales de una universidad privada de Lima, que participaron en los ciclos 2016-02, 2017-01 y 2017-02, en los cursos de Nivelación en matemática, Matemática 1 y Matemática 2. También se contó con la participación de los docentes de los cursos de matemática durante los periodos de implementación, así como los responsables académicos de los cursos de especialidad, relacionados con los cursos de matemática.

Los resultados del estudio demuestran, primero, que existe una influencia altamente significativa de la PC MAET en el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes

de Ciencias Empresariales, tanto a nivel general, así como en cada una de sus dimensiones. Segundo, que la PC MAET tuvo un efecto altamente significativo en el desarrollo de las actitudes hacia la matemática, tanto a nivel global como según dimensiones, en los estudiantes de Ciencias Empresariales. Tercero, que el análisis fenomenológico desarrollado sobre las creencias de los docentes permitió conocerlas, antes de la aplicación de la propuesta, y programar actividades con los docentes a lo largo de los tres ciclos para que puedan adecuarse a las necesidades del modelo de intervención, sobre todo en lo referido a la evaluación por competencias. También, en cuanto a las sugerencias de los coordinadores de los cursos afines, se reconocía, a través del análisis fenomenológico, el impacto que tenía el nivel de comprensión de los estudiantes en el desempeño de los estudiantes en los cursos de especialidad, la importancia de las habilidades blandas en su desempeño profesional, así como una buena actitud. Con relación a las percepciones de los estudiantes sobre la PC MAET, emergieron dos grandes categorías, en la metodológica, la identificación que las estrategias empleadas les permitiría potenciar sus competencias matemáticas, así como, apropiarse de herramientas para su futuro desarrollo profesional. En la categoría de evaluación, se reconocía, una misma orientación hacia el trabajo por competencias durante toda la implementación, con herramientas para evaluar desempeños, en situaciones de la vida real.

Cuarto, En referencia a la idoneidad didáctica de las actividades y productos, se encontró alta idoneidad epistémica de las actividades propuestas a los estudiantes, así como alta idoneidad epistémica y cognitiva sobre los productos desarrollados en los tres cursos en los que participaron los estudiantes.

ABSTRACT

The purpose of this research was to investigate the effect of the MAET curricular proposal on the development of mathematical competence and attitudes towards mathematics, in undergraduate university students at a private university in Lima. In the development of the curricular proposal, the design, implementation and execution phases were carried out, in it were mainly integrated a varied set of methodological strategies with an evaluation system characterized by its formative nature, to be developed in interaction with the students: mathematical competence, reflected in mathematical communication, mathematization and representation, and strategies and calculation; general competences, seen in communication, critical and creative thinking, inquiry and collaborative work; as well as attitudes towards mathematics.

The research used a pre-experimental design, with pre and post test for mathematical competence and attitudes towards mathematics. Quantitative and qualitative techniques were used for the study. The quantitative part was used to analyze the relationship between the curricular proposal and mathematical competencies and attitudes towards mathematics; for the first, an instrument was designed, validated and applied for this purpose; for the second, the Scale of Attitudes Towards Mathematics (EAHM-U), by Jorge Luis Bazán was used. In the qualitative part, and through a phenomenological analysis, the teachers' beliefs about mathematical competences, the students' perceptions in relation to the development of the curricular proposal, the suggestions of the coordinators to design the curricular proposal, as well as such as the suitability of the materials and products used.

The research had as a population of interest the students of the Faculty of Business Sciences, General Studies of a private university in Lima, who participated in the 2016-02, 2017-01 and 2027-02 cycles, in the Leveling courses in Mathematics, Mathematics 1 and Mathematics 2. Teachers of the mathematics courses who participated in those implementation periods, as well as the academic leaders of the specialty courses, related to the mathematics courses, also participated.

The results of the study show, first, that there is a highly significant influence of the PC MAET on the development of mathematical competence in Business Sciences students, both at a general level, as well as in each of its dimensions. Second, that the PC MAET had a highly

significant effect on the development of attitudes towards mathematics, both globally and according to dimensions, in Business Sciences students. Third, the phenomenological analysis developed on the teachers' beliefs allowed them to know their beliefs, before the application of the proposal, and to schedule activities with the teachers throughout the three cycles so that they can adapt to the needs of the intervention model. especially in relation to the evaluation by competences. Regarding the suggestions of the coordinators of the related courses, it was recognized, the impact that the level of understanding of the students had on the performance of the students in the specialty courses, the importance of soft skills in their professional performance, as well as a good attitude. In relation to the students' perceptions about the PC MAET, two large categories emerged, in the methodological one, the identification that the strategies used would allow them to enhance their mathematical skills, as well as to appropriate tools for their future professional development. In the evaluation category, the same orientation towards work by competencies throughout the implementation, with tools to evaluate performance, in real life situations.

Fourth, in reference to the didactic suitability of the activities and products, a high epistemic suitability of the activities proposed to the students was found, as well as high epistemic and cognitive suitability on the products developed in the three courses in which the students participated.

INTRODUCCIÓN

Esta investigación se propone el diseño, ejecución e implementación de una propuesta curricular para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios, en una universidad particular.

Las necesidades que nos llevaron a desarrollar el presente trabajo fueron: primero, las evidenciadas al revisar los resultados de los estudiantes en el área de matemática, en tres escenarios: la evaluación PISA a nivel global, las pruebas ECE en el contexto nacional y localmente, a través de la prueba de entrada de matemática en la universidad donde se implementó la propuesta curricular; estos tres resultados no fueron muy diferentes, reflejando un desempeño por debajo de lo esperado en las competencias matemáticas. Segundo, la demanda, de la sociedad del siglo XXI, de una formación integral de ciudadanos que puedan trabajar de forma autónoma, pero también en forma colaborativa, que sean críticos y creativos, que posean habilidades para investigar, dejándonos como tarea, el cómo integrar estas habilidades en los currícula de la educación superior universitaria.

Para lograr responder a estas demandas, nos planteamos objetivos relacionados con el desarrollo de la propuesta curricular desde un enfoque por competencias, objetivos relacionados con el estudio de las competencias matemáticas y las actitudes hacia la matemática; así como, objetivos que nos permita analizar las creencias y percepciones que tenían los actores del proceso educativo, las mismas que nos permitieran, analizar los desempeños de los estudiantes durante el proceso mismo.

Para el desarrollo de la investigación se consideró: el Problema de Investigación, el Marco Teórico, el Marco Metodológico, la Propuesta Curricular, la presentación de los Resultados y Discusión, y finalmente las Conclusiones y Recomendaciones. Así mismo, se empleó un diseño experimental, con un enfoque mixto, utilizando técnicas cuantitativas y cualitativas para el análisis de la información, para el análisis cuantitativo el nivel o alcance fue explicativo y en cuanto al análisis cualitativo, el análisis fue fenomenológico e interpretativo.

Finalmente, este trabajo ofrece una propuesta de intervención concreta que propone el profundizar en el tema de la presente investigación realizando análisis longitudinales, considerando otros contextos, así como demostrar su viabilidad y eficacia, a fin de contribuir en el conocimiento de las posibilidades de intervención y mejora en el campo de la didáctica universitaria.

1 CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento y fundamentación del problema de investigación

Es conocido por la comunidad educativa el vínculo existente que tiene la calidad de la educación con el desarrollo de una sociedad determinada (Aparicio, Rodríguez Moneo; 2016); para ello basta recordar lo establecido por los más de 1600 representantes de 160 países en el Foro Mundial sobre la Educación, desarrollado el 2015 en Incheon (República de Corea) y puesto de manifiesto en la Declaración de Incheon para la Educación 2030 (*UNESCO, Foro Mundial sobre la Educación 2015. Declaración de Incheon*):

... reconociendo el importante papel que desempeña la educación como motor principal del desarrollo y para la consecución de los demás ODS propuestos. Nos comprometemos con carácter de urgencia con una agenda de la educación única y renovada que sea integral, ambiciosa y exigente, sin dejar a nadie atrás. Esta nueva visión se recoge plenamente en el ODS 4 propuesto “*Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos*” y sus metas correspondientes...

En este sentido la aspiración válida de cualquier sociedad, la de lograr un real desarrollo, se verá frenada si antes no alcanza una educación de calidad. Con relación a esto el informe del Programme for International Student Assessment (PISA), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) nos permite visualizar la calidad, equidad y eficiencia del sistema educativo de los países participantes. Según los resultados de la evaluación 2018, se nota que nuestro país se encuentra muy por debajo del promedio de la OCDE y en los últimos lugares.

Tabla 1. Panorama del rendimiento en Matemáticas en PISA 2018

	<i>S.D.</i>	<i>Mean Score</i>	<i>Level</i>
B-S-J-Z (China)	80	591	L4 [544.68-606.99]
Singapore	94	569	
Macao (China)	81	558	
Hong Kong (China)	94	551	
Chinese Taipéi	100	531	L3 [482.38-544.68]
Japan	86	527	
Korea	100	526	
Estonia	82	523	
Netherlands	93	519	
Poland	90	516	
Switzerland	94	515	

...	L2 [420.07-482.38]
...	
Peru	84	400	L1 [357.77-420.07]
Jordan	85	400	
Georgia	88	398	
North Macedonia	93	394	
Lebanon	106	393	
Colombia	81	391	
Brasil	88	384	
Argentina	84	379	
Indonesia	79	379	
Saudí Arabia	79	373	
Morocco	76	368	
Kosovo	77	366	
Panamá	77	353	
Philippines	78	353	
Dominican Republic	71	325	

Fuente: OCDE, Base de datos de PISA 2018, Tablas I.B.1.5

Esta realidad se condice con los resultados obtenidos en la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE 2015-2019) del Ministerio de Educación del Perú (MINEDU), la misma que en su última versión fue aplicada a 511 874 estudiantes de 2° grado de educación secundaria, en 13 437 instituciones educativas, en las 26 regiones del Perú.

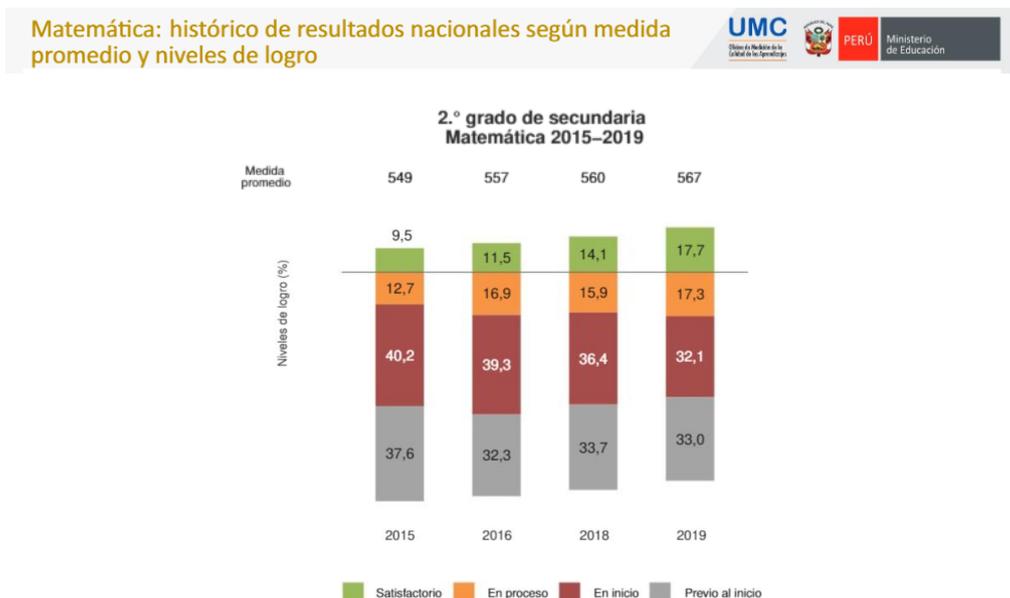


Gráfico 1. Matemática ECE 2015-2019 resultados nacionales según medida promedio y niveles de logro, 2° grado de educación secundaria.

Recuperado de: <https://www.calameo.com/books/006286625b1d7f0cd7597>

La clasificación de los desempeños de los estudiantes se presenta de menor a mayor habilidad, en 4 niveles de logro: previo al inicio (menor a 519,67), en inicio (entre 519,67 y 595,96), en proceso (entre 595,96 y 649,38) y satisfactorio (mayor a 649,38).

Notándose en el gráfico 1, que en los años 2015, 2016, 2018 y 2019 el 77,8%, 71,6%, 70,1% y 65,1% de los estudiantes respectivamente, se encuentran en el nivel previo al inicio o en inicio.

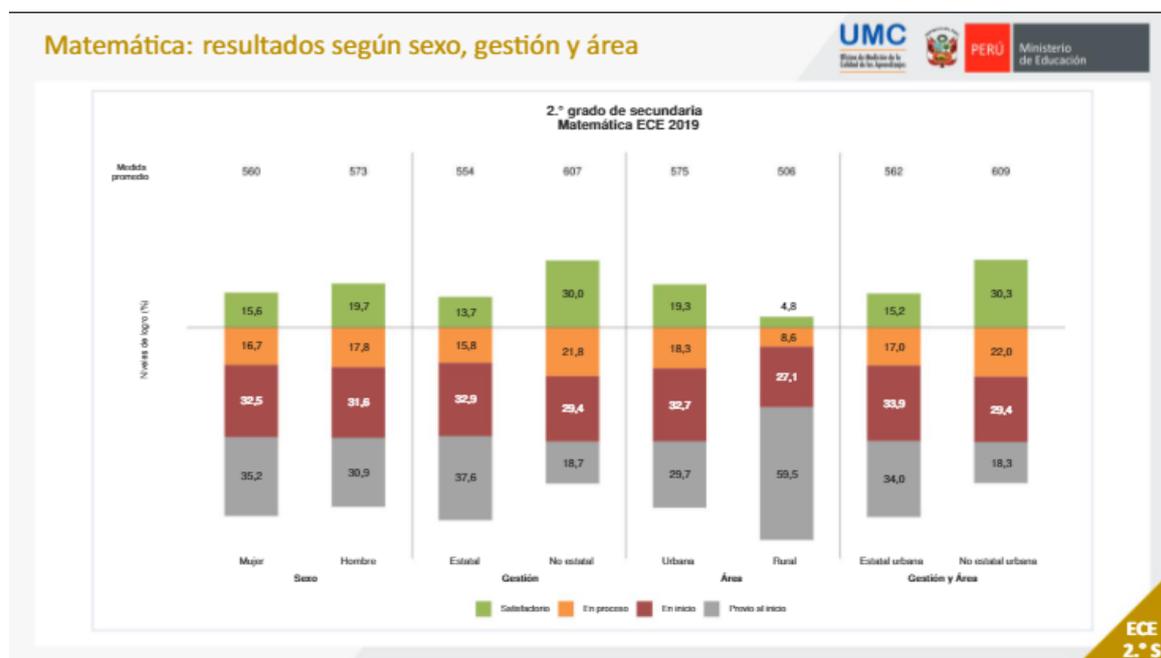


Gráfico 2. Matemática ECE 2019 resultados por características de la escuela según medida promedio y niveles de logro, 2º grado de educación secundaria.

Recuperado de: <https://www.calameo.com/books/006286625b1d7f0cd7597>

Así mismo, en el gráfico 2, cuando el análisis se hace por área: rural y urbana, los resultados nos muestran que, en el año 2019 en el área rural el 59,5% se encuentra en el nivel previo al inicio; lo cual es muestra de la gravedad de la realidad educativa nacional.

Los resultados que vienen obteniendo los estudiantes ingresantes de una universidad privada en Lima Perú, refleja una realidad no muy diferente a la anterior, cuando se evalúa en el año 2016 a 455 estudiantes ingresantes, antes de iniciar sus estudios universitarios, a través de una evaluación diagnóstica, que reporta su desempeño por procesos (empleo, formulación e interpretación), contextos (profesional, social, personal y científico), contenidos (cantidad, cambio y relaciones, y espacio y forma) y capacidades (comunicación matemática, matematización y representación y estrategias y cálculo), (Eyzaguirre, Bazán y Gonzáles, 2017).

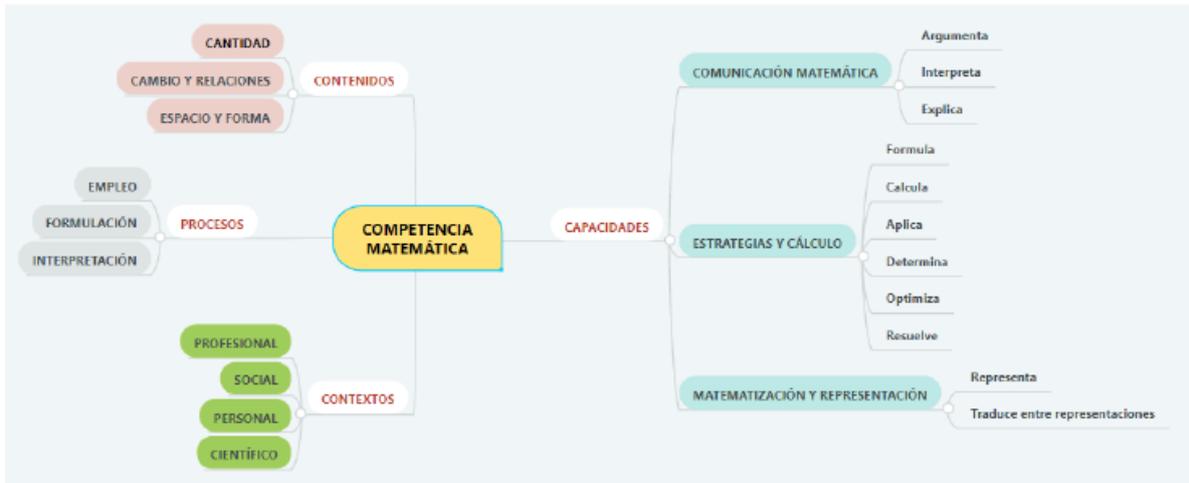


Gráfico 3. Dimensiones que evaluar en la competencia matemática

Fuente: Elaboración propia

En lo que refiere al reporte de los resultados, por sus capacidades, (Evaluación diagnóstica. Dirección de Estudios Generales, 2017), en el gráfico 4, puede apreciarse que, en comunicación matemática, matematización y representación, estrategias y cálculo, solo el 23%, 17% y 6% respectivamente, logran aprobar la evaluación, y que en promedio solo el 12% logra aprobar la evaluación diagnóstica. Tal como se muestra en la gráfica siguiente.

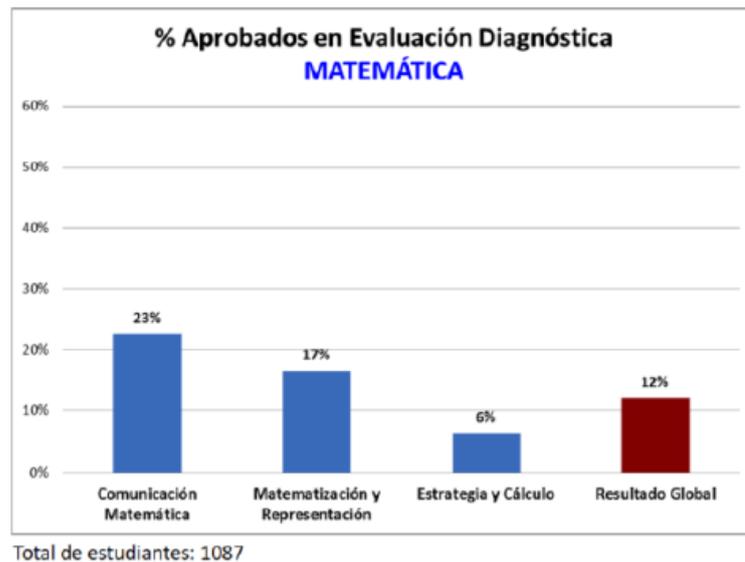


Gráfico 4. Resultados generales de la Evaluación Diagnóstica

Fuente: Elaboración propia

Complementariamente, a la aplicación de la prueba diagnóstica se realizó dos talleres uno con docentes y otro con autoridades académicas, vinculados a los cursos de matemática, economía, matemática financiera, contabilidad, macroeconomía y microeconomía, de la carrera

profesional de Ciencias Empresariales, con la finalidad de identificar, desde su experiencia, las causas que provocan las altas tasa de deserción y repitencia en los cursos de matemática. Estos talleres se realizaron usando la técnica de causa-efecto de Ishikawa, meses antes de diseñar la propuesta curricular. En estos talleres la información se categorizó de la forma siguiente:

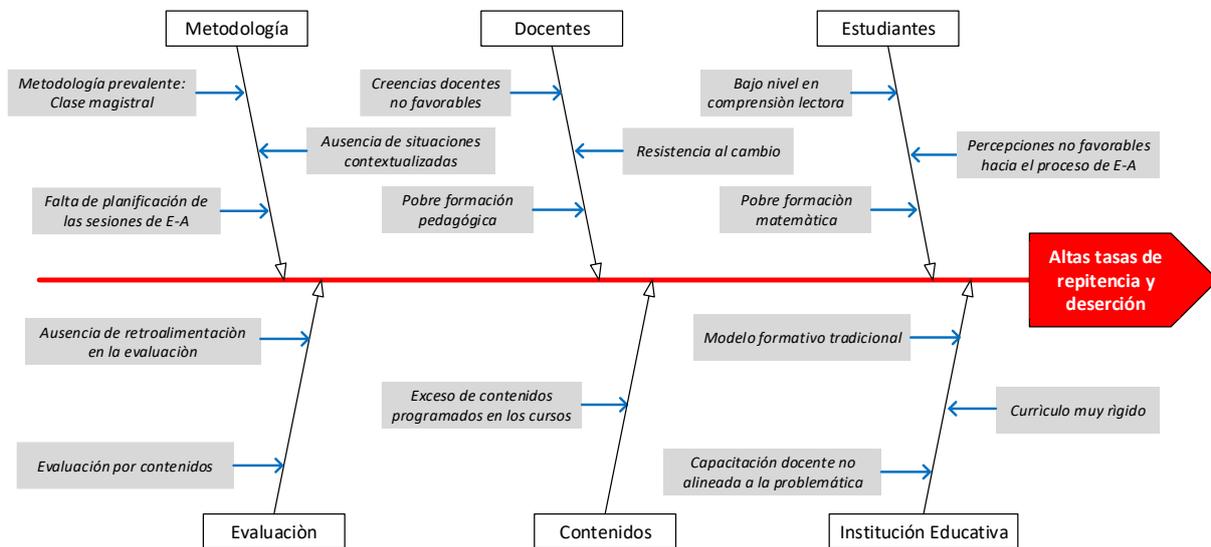


Gráfico 5. Diagrama causa-efecto de Ishikawa, sobre el problema de las altas tasas de repitencia y deserción, en los cursos de matemática

Fuente: Elaboración propia

Los resultados, internacionales, nacionales y locales presentados en las páginas anteriores nos muestran los resultados de una realidad compleja, que para enfrentarla apropiadamente consideramos demanda desarrollar: Primero, un análisis holístico de esta problemática, considerando la diversidad de dimensiones que presenta este problema, a saber: el sistema de evaluación (Villa y Poblete, 2007; Garcia, 2010; Lorenzana, 2012; Martín, 2015; Cano, 2015), la didáctica utilizada (Chevallard, 1999; Recabal, 2014; Ortiz, 2015), la calidad docente (Pino-Fan, 2013; Aparicio y Rodríguez, 2016), los objetivos formativos (NCTM, 2015; Blum et al., 2016), las creencias de los actores (Auzmendi, 1992; Llinares, 1992; Moreno y Azcárate, 2003; Garcia, 2011; Guzmán, 2015), los pre requisitos de los estudiantes (Alcalde, 2010; Riffo y Véliz, 2011; Eyzaguirre, Bazán y González, 2017), el contenido incorporado (Coll, Pozo, Sarabia y Valls, 1996; Thomas, 2006), las actividades formuladas para el aprendizaje (Marcos, 2009; Rojas y Solar, 2011; Moreno, 2015; Rodríguez, 2015), el uso de las TICs (Ursini, Sanchez, Orendain y Butto, 2004; Steegmann 2011), entre otros. Segundo, una propuesta curricular, centrada en el estudiante, alineada desde un enfoque de formación por

competencias (Garcia, et al. 2013; Garcia, M., 2011; Garcia, M., 2010; Guzmán, L., 2015; Leyva, et al., 2016; Marcos, G., 2009; Martín, M., 2015; Rico, L., 2005; Rodriguez, E., 2015; Solar, H., et al., 2014) que atienda a esta problemática desde todas estas dimensiones planteadas.

Finalmente, la importancia de la competencia lectora es reconocida a nivel global sobre la formación de los estudiantes, en forma particular la evaluación PISA permite conocer el nivel de desarrollo de dicha competencia. A nivel mundial el 2018 participaron 600 000 estudiantes de 15 años de 79 países, En el Perú se evaluaron a 8028 estudiantes de 342 instituciones educativas, donde el 70% corresponden a colegios estatales y el 30% a colegios no estatales, de estos, 6086 fueron evaluados en lectura. La tabla 2, muestra los resultados alcanzados por los estudiantes tanto de los países que obtuvieron el mayor puntaje, así como los países que obtuvieron el menor puntaje, grupo en el que encontramos al Perú.

Tabla 2. Panorama del rendimiento en Lectura en PISA 2018

	<i>S.D.</i>	<i>Mean Score</i>	<i>Level</i>	
B-S-J-Z (China)	87	555	L4	
Singapore	109	549	L3 [480.18-552.89]	
Macao (China)	92	545		
Hong Kong (China)	99	524		
Estonia	93	523		
Canada	100	520		
Finland	100	520		
Ireland	91	518		
Korea	102	514		
Poland	97	512		
Sweden	108	506		
New Zealand	106	506		
United States	108	505		
United Kingdom	100	504		
Japan	97	504		
Australia	109	503		
Chinese Taipei	102	503		
...		
...		L2 [407.47-480.18]
...		L1A [334.75-407.47]
Bosnia and Herzegovina	79	403		
Argentina	98	402		
Peru	92	401		
Saudi Arabia	84	399		
Thailand	79	393		
North Macedonia	94	393		

Baku (Azerbaijan)	74	389
Kazakhstan	77	387
Georgia	84	380
Panama	88	377
Indonesia	75	371
Morocco	75	359
Lebanon	113	353
Kosovo	68	353
Dominican Republic	82	342
Philippines	80	340
...

Fuente: OCDE, Base de datos de PISA 2018, Tablas I.B.1.4

Los resultados obtenidos por los estudiantes en Perú, en la prueba PISA 2018 en Lectura, nos muestra también un panorama complejo para el proceso de enseñanza aprendizaje de cualquier disciplina, incluyendo claro, al de las matemáticas. Por ello, en esta investigación se creyó conveniente evaluar también, la comprensión lectora de los estudiantes que participaron de esta investigación, al inicio de esta. Para ello, se aplicó la prueba de Riffo y Veliz (2011), que nos permitiría tener resultados en las tres dimensiones: textual, pragmática y crítica, que propone este instrumento, resultados que nos sirvieron para contrastarlo con el desarrollo inicial de la competencia matemática y poder explicar los resultados de la investigación.

1.2 Antecedentes de la investigación

En esta sección se presentan los principales trabajos que, tras la revisión de la literatura, han resultado de interés para la investigación desarrollada. Tomando en cuenta principalmente aquellos que se relacionen con: el currículo en educación matemática, las competencias matemáticas y las actitudes hacia la matemática, considerando en esto que algunos de estos trabajos pueden estar relacionados simultáneamente con más de una de estas variables.

García San Pedro (2010), en su tesis doctoral establece como objetivo general el *diseñar y validar un modelo de evaluación por competencias en la universidad*. Para responder a tal objetivo plantea el diseño de su investigación bajo el paradigma interpretativo simbólico. El estudio de campo responde a un diseño constructivista y se desarrolla un estudio de casos como estrategia de investigación, se aplican técnicas e instrumentos cualitativos (entrevistas,

observaciones directas, análisis de documentos y grupos de discusión). Para el análisis de datos se selecciona el análisis de contenido temático desarrollado desde un enfoque hermenéutico.

El estudio fue desarrollado en tres fases, la primera fase (2005-2007) con carácter exploratorio, en 4 titulaciones. La segunda fase (2007-2009) corresponde al estudio de casos propiamente dicho, donde participaron 12 titulaciones, y en la tercera fase (2009-2010) se diseñó y validó el modelo de evaluación por competencias utilizando adicionalmente la estrategia de triangulación. En el estudio participaron decanos, vicedecanos, coordinadores, expertos, profesores, asesores y estudiantes.

Así mismo García llega a las siguientes conclusiones: falta de formación del profesorado sobre el enfoque por competencias y muchas dificultades al poner en práctica el modelo de formación; que la excesiva cantidad de competencias y de resultados de aprendizaje definidos, hace inviable el diseño, el desarrollo y la evaluación de las competencias; la percepción fragmentada, mecanicista y fragmentada de las competencias generó resistencias que dificultaron la integración del enfoque en el currículo universitario; el desarrollo planificado de experiencias de aprendizaje y evaluación dentro de la proximidad ecológica favoreció implantaciones efectivas, relevantes y sostenibles cercanas a la zona de desarrollo próximo de la institución, del profesorado y de los estudiantes; que no existe un seguimiento sistemático de los resultados de la evaluación en las titulaciones, tampoco hay una cultura evaluativa institucionalizada; necesidad de establecer modelos de evaluación por competencias que sirvan para orientar las prácticas, unificar criterios y sistematizar procesos; necesidad de rentabilizar los esfuerzos y el tiempo del profesorado para integrar la evaluación por competencias y mejorar los resultados. También concluye que el diseño constructivista empleado, así como las perspectivas hermenéutica e interpretativa asociadas a los estudios de casos fue adecuado y pertinente.

Guzmán Solano (2015), desarrolla su investigación “*Competencias matemáticas: Creencias y sus implicaciones en el diseño curricular*” en ella indaga sobre las creencias en cuanto a competencias que tienen los docentes de básica primaria en el área de matemática, y sobre cómo ellas, se ven reflejadas en el desarrollo del diseño curricular de dicha área en la institución.

La metodología que orienta la investigación está basada en el paradigma cualitativo y el método de estudio de casos; emplea como técnicas de recolección de datos, primero, la entrevista semi estructurada la misma que es aplicada a 3 docentes del área de matemática del nivel básica primaria, y segundo, la revisión documental la que se aplica al proyecto educativo institucional, al currículo y al plan de estudios.

En el trabajo se concluye: primero, que los docentes relacionan la competencia matemática con los tipos de pensamiento matemático que propone el Ministerio de Educación Nacional y la explican en términos de habilidades de pensamiento y que tienen un sistema de creencias sólido con respecto a la competencia matemática en donde sus argumentos no son suficientemente claros con respecto a la propuesta del Ministerio de Educación Nacional. Segundo, que los documentos gubernamentales, institucionales y las necesidades de la comunidad educativa son criterios a tener en cuenta a la hora de elaborar o modificar el currículo. Así mismo se reconocen ideas divergentes con respecto a los referentes teóricos que fundamentan el currículo ya que los docentes participantes no mencionan los mismos referentes teóricos. Tercero, se evidencia diversidad en los sistemas conceptuales relacionados con el proceso de diseño curricular tanto en los docentes participantes como en los documentos institucionales, y que los docentes poseen creencias diferentes sobre los instrumentos a utilizar en el diseño curricular.

García López (2011) desarrolla su estudio doctoral con la finalidad de explorar *la influencia del Geogebra en la transformación de actitudes relacionadas con las matemáticas y*

en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes, analiza también cuáles de las características del software intervienen en dicha transformación actitudinal y desarrollo de competencias matemáticas; aplicando la metodología de investigación-acción desde el paradigma constructivista, apoyándose en la investigación de diseño, incorporando además algunos elementos de los experimentos de enseñanza. Para ello se ha diseñado, puesto en práctica y evaluado una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en el uso de Geogebra, empleando el procedimiento del análisis didáctico. El estudio se desarrolla durante tres ciclos, con estudiantes de secundaria; el ciclo 0 que se desarrolló durante el 2005 al 2006, el ciclo 1 que se llevó a cabo en el 2006 al 2007, el ciclo 2 que tuvo lugar durante el 2007 al 2008.

Los principales resultados ponen de relieve: primero, una transformación positiva de las actitudes relacionadas a las matemáticas gracias al trabajo con GeoGebra, puede decirse que la herramienta resultó de utilidad tanto para mejorar las actitudes hacia la matemática como las actitudes matemáticas de los estudiantes. Segundo, de los atributos del software (constructividad, interactividad, facilidad de uso y rapidez de respuesta, navegabilidad, precisión del software, interfaz) fueron los dos primeros los más influyentes para las actitudes hacia las matemáticas y los tres primeros los que más influyeron en las actitudes matemáticas. Tercero, de las siete competencias matemáticas estudiadas (uso de herramientas y discursos, representar, modelar, pensar y razonar, argumentar y demostrar, comunicar y plantear y resolver problemas) fue en las tres primeras donde los estudiantes evolucionaron de forma homogénea al nivel medio-alto y en las restantes también mejoraron, pero no tan alto y tampoco de forma homogénea. Cuarto, de los atributos del software mencionados, fueron los tres primeros los más influyentes para las competencias matemáticas de modelar, pensar y razonar, y plantear y resolver problemas y los dos últimos los que más influyeron en la competencia de representar.

Sastre Vásquez y Boubbé (2003), realizan una investigación para estudiar el impacto del uso de los portafolios en el rendimiento académico de estudiantes ingresantes a la universidad.

Utilizan una muestra de 152 estudiantes ingresantes a la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, de las carreras de Ingeniería Agronómica, Ciencias Biológicas y Administración Agraria. Para tal fin, los estudiantes fueron agrupados en dos comisiones (I y II), de promedio equivalente. Dentro de cada comisión, y de forma aleatoria, se conformaron dos grupos: A y B, de 38 estudiantes cada una.

La metodología de dictado de la asignatura era común a todos los grupos de las comisiones. Los estudiantes de los grupos A de cada comisión fueron evaluados bajo la forma tradicional y los de los grupos B fueron evaluados con el portafolio. Para comparar las medias de las notas y de los promedios de ambos grupos de estudiantes se utilizó el Test de Duncan; adicionalmente, para comparar el porcentaje de estudiantes que abandonaron los estudios en ambos grupos, se utilizó la prueba Chi-cuadrado.

Los resultados de este trabajo muestran: primero, que los estudiantes que cursaron la asignatura bajo la modalidad de portafolios obtuvieron en sus exámenes integradores finales y en su promedio, notas más altas que aquellos que no lo hicieron; segundo, que el porcentaje de abandono y desaprobación, para el grupo que desarrollo la asignatura con la modalidad del portafolio resultó significativamente inferior; tercero, así mismo los autores identifican que el uso de los portafolios permite a los estudiantes reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento a fin de mejorarlos conscientemente.

Así, a partir de los resultados de este trabajo los autores conjeturan que la toma de conciencia por parte de los estudiantes, de sus propias potencialidades y dificultades, adquirida mediante el uso del portafolio, ejerció un rol muy importante en el desarrollo posterior que alcanzaron en la adquisición de destrezas y habilidades

Rodríguez, Encarnación (2015), en su tesis doctoral: *El desarrollo de la competencia matemática a través de tareas de investigación en el aula. Una propuesta de investigación-acción para el primer ciclo de educación primaria*, se plantea como objetivos entre otras cosas:

diseñar actividades que propicien pensar matemáticamente, adaptándolas a la ZDP de sus estudiantes; buscar estrategias metodológicas para el desarrollo de las competencias matemáticas; alternar el uso del libro de texto con actividades de investigación abiertas e interdisciplinarias; y hacer partícipes a las familias de los estudiantes.

La aplicación de la propuesta se desarrolla en el periodo 2012-2013, sobre una clase de 20 estudiantes de 2° grado de primaria, 10 niños y 10 niñas. Para el trabajo de campo se utiliza la metodología de investigación acción, complementa su estudio con las técnicas de la observación participante, el diario de aula y el desarrollo de entrevistas con grabaciones audiovisuales.

En la parte teórica del trabajo la autora concluye: primero, que es necesario trabajar hacia un enfoque centrado en el desarrollo de competencias, proponiendo para ello, un enfoque con carácter interdisciplinar, así como un currículo basado en la resolución de problemas y en la aplicación del conocimiento en contextos reales. Segundo, que una programación basada en competencias es un proceso complejo que necesita solucionar entre otros, el problema de formación permanente del profesorado y el de buscar cauces de trabajo conjunto entre la investigación y la escuela. Tercero, plantea en su propuesta, un sistema de tutoría, el mismo que permite atender individualmente a aquellos que más lo necesitan mientras que aquellos compañeros más capacitados andamian el aprendizaje de sus otros compañeros. Analiza la efectividad del conflicto cognitivo y la imitación del modelo, así como el beneficio que trae el aprendizaje cooperativo hacia las habilidades sociales.

Gallart, César (2016), en su tesis doctoral “*La modelización como herramienta de evaluación competencial*”, se propone estudiar el papel que la modelización puede desempeñar en el desarrollo de la competencia matemática, en general, y en la resolución de problemas reales, en particular. Para ello el investigador diseña una serie de tareas de modelización. A partir de las herramientas de investigación propuestas, realiza un doble análisis de la producción

de los alumnos de su proceso de resolución, tomando como referencia el ciclo de modelización. Analiza también los distintos roles asumidos por el profesor cuando interactúa con sus alumnos en dos momentos clave: durante el debate intragrupal, con los alumnos de un mismo grupo mientras trabajan en el aula, y durante el debate intergrupalo, entre alumnos de distintos grupos, mientras exponen públicamente sus trabajos. Finalmente, mediante el análisis estadístico de las respuestas dadas a un test de competencias, analiza si el trabajo basado en tareas de modelización repercute positivamente en el desarrollo de las competencias necesarias para resolver problemas reales.

La investigación se desarrolló en un centro escolar, a lo largo de tres cursos académicos, desde el 2011-12 hasta el 2013-14, con alumnos de 3ºESO (14-15 años) sin experiencia previa en modelización y que, hasta ese momento, habían recibido una enseñanza tradicional. La experiencia en el aula fue dirigida por el propio investigador en su doble papel de profesor-investigador.

Los resultados de este trabajo reportan, **primero**, que las tareas de modelización posibilitan el desarrollo integrado de todas las competencias matemáticas, plantear problemas, pensar y razonar, representar, usar símbolos y formalismos, resolución de problemas, argumentar, comunicar; con la competencia en Modelizar como competencia aglutinadora y que da soporte a las demás, pues requieren para su resolución de todas las acciones asociadas a las transiciones del ciclo de modelización. El análisis le permite obtener una caracterización metodológica de lo que sería una tarea de modelización abierta o cerrada. Por un lado, las tareas abiertas permiten un recorrido completo y significativo de todas las fases del ciclo de modelización, mientras que en las tareas cerradas se hace un recorrido parcial del mismo, en el que no se incluyen las fases iniciales.

Segundo, el trabajo en modelización llevado a cabo con los alumnos trabajando en grupo, maximizando su autonomía y minimizando las intervenciones del profesor, destaca el papel del

debate como herramienta para superar los posibles bloqueos y dificultades. La secuenciación didáctica seguida permitió diferenciar dos momentos: el debate intragrupo, durante la resolución de la tarea y entre los miembros del grupo; y el debate intergrupo, durante la exposición pública de los trabajos y entre distintos grupos de alumnos. En ambos casos el profesor interviene asumiendo distintos roles: observador, asesor, gestor de recursos, moderador y experto. **Finalmente**, el investigador reconoce que la enseñanza basada en la resolución de tareas de modelización puede mejorar el desarrollo de las competencias matemáticas en general, y de modelización, en particular, y dejar una huella más sensible en los alumnos, ya que nace de un contexto real, siendo la contextualización del pensamiento matemático, a entender del investigador, la principal razón de dicha mejora.

Gallart, C., (2016). *La modelización como herramienta de evaluación competencial*. (tesis doctoral). Universidad Politécnica de Valencia

Complementariamente, se describen sucintamente algunos otros aportes recopilados de libros, artículos, informes de investigación, etc., en relación con nuestras variables de interés:

La competencia matemática:

García-Quiroga, Coronado y Giraldo-Ospina (2017), plantean su modelo con la intención de apoyar al docente de matemáticas para promover el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes. El modelo teórico a priori formulado trascendió el aspecto cognitivo; su aplicación contribuyó al desarrollo de procesos matemáticos, afectivos y de tendencia de acción para compartir y desarrollar el significado matemático en clase.

Solar, García, Rojas y Coronado (2014), presentan los resultados de su investigación en torno a dos aspectos centrales de las competencias matemáticas: un proceso de conceptualización de las competencias y la propuesta de un Modelo de Competencia Matemática (MCM) para

articular la organización curricular, el proceso de enseñanza y la actividad matemática de aprendizaje del estudiante.

García, Coronado, Montealegre, Giraldo, Tovar, Morales y Cortés (2013), describen la estructura de las competencias matemáticas, sus componentes, y cómo se articulan los componentes de las competencias matemáticas con la actividad de aprendizaje. También caracterizan un modelo de competencia denominado *Modelo teórico a priori*, para estudiar el desarrollo de las competencias en los estudiantes de educación básica regular. Terminan con la caracterización detallada de cada una de las competencias matemáticas: representar, comunicar, modelizar, pensar y razonar y plantear y resolver problemas.

Rojas y Solar (2011), estudian la organización de tareas matemáticas según niveles de complejidad cognitiva: una mirada desde las competencias matemáticas.

Rico y Lupiáñez (2008), analizan en profundidad las competencias matemáticas desde una perspectiva curricular.

Puig (2008), Analiza los usos del término competencia, en la elaboración de modelos de competencia en algunas investigaciones. Examina la relación entre la competencia en un dominio matemático y el análisis fenomenológico de dicho dominio.

Rico (2004, 2005, 2006), estudia las competencias matemáticas en el Proyecto PISA de la OCDE.

Duval (2002), analiza la importancia del uso de múltiples representaciones de un mismo objeto matemático y de la conexión entre ellas.

Los sistemas de evaluación de las competencias matemáticas

Lope y Mercedes (2015), en su estudio propone un modelo de la medida del grado de consecución de competencias en la enseñanza superior, tanto a nivel aula (en la asignatura de álgebra lineal) como institucional (Grado de Economía Financiera y Actuarial).

Lorenzana (2012), analiza en forma conjunta: cómo el conocimiento y manejo de un sistema de evaluación de los aprendizajes basado en competencias, incide en la mejora de las prácticas evaluativas de los docentes, y si el cambio en la dinámica, estrategias, técnicas, procedimientos e instrumentos de evaluación influye en la percepción de los estudiantes con respecto a esta innovación pedagógica.

Las actitudes hacia la matemática

Ursini, Sánchez, Orendain y Butto (2004), investigan como se ve afectado, según los profesores, el comportamiento de los estudiantes cuando se usa la tecnología para apoyar la enseñanza de las matemáticas. En particular se analiza si las respuestas de los profesores ponen en evidencia posibles diferencias de género.

Estrada y Diez-Palomar (2011), Estudian la relación entre la dimensión afectiva y cognitiva desde tres puntos de vista: el estudio de la relación entre edad y actitud hacia las matemáticas, el nivel de estudio alcanzado y el sentimiento hacia las matemáticas, y finalmente la relación entre las dimensiones emocional y cognitiva en el aprendizaje de las matemáticas. Los datos se tomaron sobre los familiares de estudiantes de educación primaria y secundaria en Barcelona.

Percepciones de los estudiantes hacia la enseñanza aprendizaje de las matemáticas

Porto (2006), presenta en su artículo una síntesis, análisis e interpretación de las percepciones de estudiantes y directores del Departamento de la Universidad de Compostela sobre la forma en que se entiende y desarrolla la evaluación de estudiantes. Situándose en un enfoque interpretativo-etnográfico, la autora cree que conocer en qué aspectos coinciden las percepciones de colectivos tan distintos como los de estudiantes y directores de departamento de diferentes áreas de conocimiento pueda ofrecer pistas para identificar algunas de las claves culturales presentes en la evaluación de estudiantes.

Ricoy y Fernández-Rodríguez (2013), en su investigación buscan adentrarse en la percepción sobre la evaluación de un colectivo de estudiantes de la Universidad de Vigo. Con el trabajo pretenden indagar sobre las problemáticas que se derivan de la evaluación, las sensaciones que produce en el alumnado, así como los instrumentos o técnicas utilizados. Para ello plantean un estudio de caso, de tipo cualitativo. El estudio se encuadra en la investigación biográfico-narrativa y se desarrolló a partir del análisis de contenido de 32 relatos.

Martínez-Mínguez, Moya, Nieva, Cañabate. (2019). El objetivo de esta investigación fue analizar las percepciones de profesorado, maestros-psicomotricistas y estudiantes sobre la evaluación formativa en Proyectos de Aprendizaje Tutorados (PAT) para facilitar la adquisición de competencias profesionales psicomotrices en la formación inicial de maestros. Se desarrolló en 2 asignaturas, con una muestra de 170 estudiantes, 2 profesoras universitarias y 7 maestros-psicomotricistas de escuelas. El estudio se enmarcó en el paradigma interpretativo, también denominado cualitativo, naturalista o humanista.

Principalmente los resultados y conclusiones muestran que: a) los estudiantes están satisfechos de forma global con la evaluación y coevaluación realizada en el PAT; b) esta evaluación ha favorecido la adquisición de competencias profesionales; c) la retroalimentación permite a los estudiantes ser más conscientes de su proceso y de sus errores; y d) estudiantes, profesoras y maestros coinciden en la necesidad de revisar los instrumentos de evaluación del PAT y evaluarlos a través de rúbricas.

El uso de las TIC

Grisales-Aguirre (2018). En su trabajo identifica cuáles son los aspectos teóricos y tecnológicos que se deben tener en cuenta para la creación de recursos en procesos de enseñanza aprendizaje, cuál ha sido el impacto de su aplicación y cuáles son los retos y perspectivas que se presentan en este campo de trabajo. Se concluye que el uso de este tipo de recursos en clases de matemáticas tiene un impacto positivo en los estudiantes; sin embargo, hace falta realizar

estudios que profundicen más respecto a este impacto en períodos más amplios de tiempo. Se plantea que para lograr aprendizajes significativos de la matemática utilizando recursos tecnológicos es necesario articular en los currículos de formación las competencias comunicativas y tecnológicas, no solo en los estudiantes sino también en los docentes quienes deben transformar los métodos tradiciones de enseñanza de esta área.

Escudero, García y Sánchez (2007), analizan la incorporación de las TIC como soporte que permita el desarrollo de trayectorias de enseñanza/aprendizaje en la formación inicial de profesor.

Sinclair (2005), analiza los estilos y estrategias de interacción entre estudiantes usando TIC.

La revisión de estos trabajos nos ha permitido concluir que:

- La mayor cantidad de trabajos de investigación tienen como propósito el estudio de la competencia matemática, sin mostrar relación con las actitudes hacia la matemática.
- Las investigaciones revisadas relacionan principalmente la competencia matemática o las actitudes hacia la matemática con otras variables de investigación.
- Algunas de estas investigaciones, estudian específicamente las dimensiones de la competencia matemática, como representar, modelamiento, argumentación, etc.
- Observamos que los trabajos revisados, no tienen como propósito el estudio conjunto de las competencias matemáticas y las actitudes hacia la matemática como respuesta a la problemática educativa en el nivel superior.
- Se identifica que el estudio de estos trabajos se orienta principalmente en la enseñanza básica (primaria y secundaria)
- Ninguno de los trabajos muestra un estudio integral y longitudinal en el nivel superior universitario, de la relación sistémica entre: el currículo, los agentes intervinientes en el sistema educativo, la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática.

1.3 Formulación del problema de investigación

Por lo anteriormente mencionado, y de acuerdo con la experiencia profesional, se tiene que los estudiantes de pregrado al iniciar sus estudios universitarios no han desarrollado competencias matemáticas en su formación en educación básica en los 15 años de estudio, ni han desarrollado actitudes favorables hacia la matemática. Esta situación explicaría los bajos logros en los cursos de matemática de enseñanza superior, ausentismo, deserción y repitencia, los cuales no permitirían el buen desempeño en los cursos de especialidad, en lo profesional y en el desenvolvimiento ciudadano; situaciones por las que se plantean el siguiente problema de investigación:

¿Cuál es el efecto de la propuesta curricular MAET en el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática, en estudiantes universitarios del pregrado en una universidad privada de Lima?

1.3.1 Tipificación de la investigación.

La investigación es aplicada porque aportará una propuesta curricular para el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes universitarios, y según **el diseño será experimental** del tipo preexperimental, para el enfoque cuantitativo, porque permitirá conocer el efecto de dicha propuesta implementada en estudiantes ingresantes a una universidad.

Sin embargo, por la naturaleza compleja del fenómeno considerado, la investigación se abordará desde un **enfoque mixto** por la multiplicidad de observaciones y distintas unidades de análisis y tipos de datos, por lo que se utilizarán para su análisis técnicas cuantitativas y

cualitativas. En cuanto al análisis cuantitativo el nivel o alcance será explicativo y en cuanto al análisis cualitativo, el análisis será fenomenológico e interpretativo.

1.3.2 Formulación de las hipótesis.

H1: La propuesta curricular MAET tiene un efecto significativo en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H2: La propuesta curricular MAET tiene un efecto significativo en el desarrollo de las competencias matemáticas en cada una de sus dimensiones, en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H3: La propuesta curricular MAET tiene un efecto significativo en las actitudes hacia las matemáticas en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H4: La propuesta curricular MAET tiene un efecto significativo en las actitudes hacia las matemáticas en cada una de sus dimensiones, en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima

1.4 Delimitación del estudio

El objeto de estudio de la presente investigación lo constituye la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática de los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ciencias Empresariales, tanto a nivel global como en cada de sus dimensiones de la competencia matemática: formulación, empleo e interpretación y valoración y de actitudes hacia la matemática: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad.

El abordaje dado al objeto de estudio de esta investigación, fue a partir de la propuesta curricular denominada Matemática en Todo (MAET), la misma que contiene el diseño e implementación de los proyectos formativos de matemática, el trabajo con fichas de trabajo

autónomo, el trabajo con portafolios, la sustentación oral de sus informes, la elaboración de su informe escrito, y la evaluación grupal e individual; retroalimentándose permanentemente a los estudiantes durante el proceso en cada dimensión y revisados una vez levantadas las observaciones; y cuyo efecto se evaluó con la **prueba T** para muestras relacionadas, considerando los datos, antes y después de la aplicación de la propuesta curricular.

Para abordar el objeto de estudio se consideraron las siguientes poblaciones:

a) Los alumnos ingresantes matriculados en los cursos de matemática que forman parte del plan curricular de la Facultad de Ciencias Empresariales y que concluyeron de forma regular (nivelación de matemática, matemática 1 y matemática 2) de una universidad privada de Lima.

Los criterios de exclusión que se tomaron en cuenta para esta población fueron:

- Los matriculados por tercera vez en el curso
- Los que abandonaron el curso durante el desarrollo de la investigación
- Los que superaron el límite de faltas, según el reglamento de estudios
- los que se incorporaron a los cursos por traslado

Los demás grupos poblacionales serán considerados totalmente.

b) Los docentes que desarrollaron los cursos indicados anteriormente, durante los periodos de investigación, en los semestres 2016-02, 2017-01 y 2017-02.

c) Los coordinadores académicos de la Facultad de Ciencias Empresariales, con dos categorías: coordinadores de los cursos de matemática y coordinadores de los cursos de especialidad vinculados a los cursos de matemática (*contabilidad, matemática financiera, economía, macroeconomía, y otros*).

1.5 Justificación e importancia de la investigación

Actualmente, las sociedades están envueltas en un complejo proceso de transformación global en los diversos campos, que está afectando la forma como: se organizan, trabajan, se relacionan, y aprenden. Con el aporte de las TIC se están generando, distribuyendo y administrando gran cantidad de nuevos conocimientos, los cuáles son fuentes de creación de riqueza. Asimismo, la sociedad globalizada está interconectada de manera tal que lo que ocurre localmente puede tener efectos globales en el resto del mundo y viceversa.

La universidad no es ajena al proceso de transformación debido a que la sociedad del conocimiento demanda de los futuros profesionales, nuevos conocimientos, habilidades, actitudes y, además, que sean conscientes de la problemática global que les rodea. Hemos entrado así, en una sociedad que exige, primero, que los estudiantes sean formados desde un modelo por competencias y segundo, que los profesionales tengan una permanente actividad de formación.

Por otro lado, la universidad, con el deseo de acortar la brecha relacionada con las competencias matemáticas, realiza actividades (cursos de nivelación, tutorías, talleres, actividades focalizadas, formación de profesorado, plataformas web de aprendizaje de matemáticas y otros), que constituyen esfuerzos aislados, sin evaluación, con escasa programación de competencias y no contribuyen a la solución integral del problema

Con el objeto de responder a las demandas educativas descritas anteriormente, se plantea la *Propuesta Curricular para el desarrollo de la competencia matemática y actitudes hacia la matemática*, a partir de ahora, la PC MAET, desde una concepción del **aprendizaje** como un proceso activo, como un proceso de construcción de significados y como un proceso social, asumiendo para ello, el reto de **la docencia** de dar una orientación distinta a su función, de estar centrada en la enseñanza a estarlo en el aprendizaje; y reconociendo en la misma docencia una triple competencia, la competencia científica, la competencia personal y la competencia pedagógica.

En este sentido, un primer aporte de esta investigación está relacionado con potenciar el nivel de logro de las competencias matemáticas, así como el cambio actitudinal hacia las matemáticas de los estudiantes ingresantes a una universidad luego de la aplicación de la PC MAET.

Un segundo aporte en el análisis de la PC MAET, será la integración del enfoque cualitativo al cuantitativo; al momento de analizar la construcción social del conocimiento en el aula, dado que, no sólo basta con comprender cómo se construye el conocimiento, sino, además, considerar las prácticas sociales que llevaron a su construcción. Por lo que se ha de tener en cuenta la importancia de lo planificado y las interacciones que emergen en el aula.

Finalmente, consideramos que la importancia de la propuesta curricular planteada se encuentra en la contribución a una formación integral de los estudiantes en un mundo donde todo cambia; dotándolos de habilidades de alto nivel en comunicación, uso de las TIC, búsqueda de información, autonomía personal, desarrollo de habilidades sociales (comunicarse empáticamente, colaborar, participar, asumir responsabilidades, etc.) y habilidades para aprender a aprender; así mismo, a la mejora los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el nivel superior universitario y respondiendo de esta manera a las demandas de la sociedad del conocimiento.

1.6 Objetivos de la investigación: General y específicos

Objetivo General

Evaluar el efecto que tiene la propuesta curricular MAET en el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios de pregrado en una universidad privada de Lima.

Objetivos Específicos

1. Diseñar la *PC MAET* para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática, en los estudiantes de pregrado de la Facultad de Ciencia Empresariales, desde un enfoque por competencias.
2. Implementar y ejecutar la *PC MAET* para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática, en los estudiantes del pregrado de la Facultad de Ciencias Empresariales, desde un enfoque por competencias.
3. Describir las características de la competencia matemática a nivel global, de los estudiantes universitarios del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la *PC MAET*.
4. Describir las características de las dimensiones de los componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos matemáticos de la competencia matemática, de los estudiantes universitarios del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la *PC MAET*.
5. Determinar si existe diferencia significativa en la competencia matemática a nivel general y en cada una de las dimensiones de los componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos matemáticos, de los estudiantes de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la *PC MAET*.
6. Describir las características de las actitudes hacia la matemática de los estudiantes del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la *PC MAET*.
7. Describir las características de las dimensiones de las actitudes hacia la matemática: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, de los estudiantes universitarios del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la *PC MAET*.
8. Determinar si existe diferencia significativa en la actitud hacia la matemática en general y en cada una de sus dimensiones: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, de los

estudiantes de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la PC MAET.

9. Describir las características de la comprensión lectora, a nivel global y en cada una de sus dimensiones: *comprensión textual*, *comprensión pragmática* y *comprensión crítica*, de los estudiantes de Ciencias Empresariales, antes de la implementación de la PC MAET.
10. Describir las creencias sobre la competencia matemática, que tienen los docentes de los cursos de matemáticas, antes de la implementación de la PC MAET.
11. Describir las sugerencias propuestas por los coordinadores, para el diseño de la PC MAET.
12. Describir las percepciones sobre la PC MAET, que tienen los estudiantes de Ciencias Empresariales, que participaron en la ejecución de la propuesta
13. Describir la idoneidad didáctica de las actividades propuestas y productos desarrollados, por los estudiantes de Ciencias Empresariales, durante la ejecución de la PC MAET.

2 CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Fundamentos teóricos de la investigación

Cuatro grandes líneas de pensamiento filosófico o escuelas tradicionales de filosofía de la educación se han situado a lo largo de la historia, a saber: la escuela idealista, la escuela realista, el naturalismo y **la escuela pragmática**. Es sobre esta última, sobre la que desarrollamos principalmente la PC MAET

El pragmatismo fue desarrollado y difundido por muchos autores, entre los que destacan Peirce, James, Dewey y Schiller, entre otros. Propugna que la validez de cualquier concepto debe basarse en los efectos experimentales del mismo y en sus consecuencias para la conducta. En referencia a lo que puede aportar el pragmatismo a la educación, Barrena (2015), sostiene que:

El pragmatismo es fundamentalmente una teoría del aprendizaje, pues tiene que ver sobre todo con el aprender de la experiencia, con el transformar a través de ella la duda en creencia en un proceso que puede ser evaluado de forma práctica, con el examinar las posibles consecuencias de las ideas y conceptos e idear nuevos modos de acción. En eso precisamente consiste o debería consistir la educación, mucho más allá de acumular conocimientos, en una noción amplia del aprendizaje como la que propugna el pragmatismo (p.52)

Conceptos clave que sustentan el pragmatismo:

1. El conocimiento siempre surge de la experiencia.
2. Teoría y práctica no van separadas.
3. No hay verdad universalmente válida, lo que a uno aprovecha a otro daña.
4. El conocimiento es verdadero y sirve a la vida si tiene éxito en la práctica.

5. La verdad objetiva no se confirma mediante el criterio de la práctica, sino a partir de la satisfacción de las necesidades subjetivas del individuo.

2.2. Marco conceptual

2.1.1 Las competencias.

Una revisión histórica, de los últimos años, referida al **enfoque de formación por competencias**, debe contemplar en primera instancia el informe publicado en el año 1996, por la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI de la UNESCO, presidida por Jackes Delors, el llamado **Informe Delors** señalaba que: *“Frente a los numerosos desafíos del porvenir, la educación constituye un instrumento indispensable para que la humanidad pueda progresar hacia los ideales de paz, libertad y justicia social”*. (p. 9)

Más adelante el mismo informe plantea, desde un marco prospectivo, que *“La educación a lo largo de la vida se basa en cuatro pilares: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser”*. (p. 36)

Tabla 3. Pilares del aprender a lo largo de la vida

Pilares	Se expresa
El aprender a conocer	Combinando una cultura general amplia con posibilidad de especialización en ciertas materias. Lo que supone el aprender a aprender, para aprovechar las posibilidades que ofrece la educación a lo largo de la vida.
Aprender a hacer	Adquiriendo <u>las competencias</u> que le permitan al individuo hacer frente a gran número de situaciones y a trabajar colaborativamente, esto en un marco de experiencias sociales o de trabajo.
Aprender a vivir juntos	Desarrollando la comprensión del otro y la percepción de las formas de interdependencia respetando los valores de pluralismo, comprensión mutua y paz.
Aprender a ser	Para estar en condiciones de obrar con creciente capacidad de autonomía, de juicio y de responsabilidad personal.

Fuente: Elaboración propia

Es así como el informe Delors nos hace más conscientes de la responsabilidad e influencia que tiene la educación para el desarrollo de nuestras sociedades; y la necesidad de una educación a lo largo de la vida, hoy más que nunca, debido a los cambios rápidos y constantes que se producen en las sociedades.

En una segunda instancia, debemos considerar al **Proyecto DeSeCo** desarrollado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), con el objetivo de **definir y seleccionar las competencias** consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad. Este proyecto inició a fines del año 1997 y fue desarrollado durante tres años, a través de una colaboración interdisciplinaria e internacional.

El Proyecto DeSeCo organiza las competencias clave en tres categorías.

Tabla 4. Competencias clave DESECO

Usar las herramientas de forma interactiva
- La habilidad para usar el lenguaje, los símbolos y el texto
- Capacidad de usar este conocimiento e información
- La habilidad de usar la tecnología
Interactuar en grupos heterogéneos
- La habilidad de relacionarse bien con otros
- La habilidad de cooperar
- La habilidad de manejar y resolver conflictos
Actuar de una manera autónoma
- La habilidad de actuar dentro del gran esquema
- La habilidad de formar y conducir planes de vida y proyectos personales
- La habilidad de afirmar derechos, intereses, límites y necesidades

Fuente: Elaboración propia

De esta manera, el Proyecto DeSeCo, pretende responder al principal desafío de la sociedad, preparar a las generaciones más jóvenes para las demandas futuras, en un mundo caracterizado por el cambio, la complejidad y la interdependencia.

Entendiendo que, frente a situaciones determinadas se puede demandar una combinación particular de competencias, configuradas de manera diferente para cada caso. Así

mismo, considera al pensamiento y la acción reflexiva como el corazón de las competencias clave.

Una tercera instancia en relación con la formación por competencias se desarrolla en el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), **el Proyecto Tuning Educational Structures in Europe**, como una iniciativa de las universidades europeas para promover cambios curriculares en sus programas de estudio: El enfoque curricular basado en competencias.

Este proyecto surge en un contexto de reflexión sobre la educación superior antes los acelerados cambios de la sociedad, por lo que en el año 1998 se inicia un proceso seguido por ministros de educación superior representantes de 4 países europeos, quienes observan la necesidad de crear condiciones que favorezcan la movilidad, la cooperación y la convalidación de créditos de la educación inicial o continua, que permita a los estudiantes ser capaces de acceder al mundo académico en cualquier momento de su vida profesional y desde diversos campos.

En el año 1999 se lleva a cabo la **Declaración de Bolonia**, Italia, suscrita por ministros de educación superior, en su momento de 30 Estados Europeos. En ella se proclama la necesidad de construir un “Espacio Europeo de Educación Superior” al año 2010, cuya organización atienda bajo los principios de calidad, movilidad, diversidad y competitividad.

En el año 2000 ya un grupo de universidades aceptó trabajar de manera colectiva, en la elaboración del proyecto piloto, en el mismo se proponen desarrollar las siguientes líneas de acción:

- Las competencias genéricas
- Las competencias específicas de las áreas temáticas
- El papel del sistema ECTS como sistema de transferencia y acumulación de créditos
- Enfoque de aprendizaje, enseñanza y la evaluación, y
- La promoción de la calidad en el proceso educativo.

A través de consultas con académicos, graduados y empleadores, Tuning logran establecer las siguientes competencias generales:

Tabla 5. Competencias generales. Proyecto Tuning

Competencias Instrumentales
- Capacidad de análisis y síntesis
- Capacidad de organizar y planificar
- Conocimientos generales básicos
- Conocimientos básicos de la profesión
- Comunicación oral y escrita en la propia lengua
- Conocimiento de una segunda lengua
- Habilidades básicas de manejo del ordenador
- Habilidades de gestión de la información
- Resolución de problemas
- Toma de decisiones
Competencias interpersonales
- Capacidad crítica y autocrítica
- Trabajo en equipo
- Habilidades interpersonales
- Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar
- Capacidad para comunicarse con expertos de otras áreas
- Apreciación de la diversidad y multiculturalidad
- Habilidad de trabajar en un contexto internacional
- Compromiso ético
Competencias sistémicas
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Habilidades de investigación
- Capacidad de aprender
- Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones
- Capacidad para generar nuevas ideas
- Liderazgo
- Conocimiento de culturas y costumbres de otros países
- Habilidad para trabajar de forma autónoma
- Diseño y gestión de proyectos
- Iniciativa y espíritu emprendedor
- Preocupación por la calidad
- Motivación de logro

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, una cuarta instancia referida a la formación por competencias la establece el modelo formulado por Bennett, Dunne y Carré (1999), que surge a partir de un estudio a 32 docentes, y 16 departamentos de 4 instituciones universitarias, modelo que distingue 5 elementos: contenido disciplinar, competencias disciplinares, conciencia en el en el lugar de

trabajo, experiencia en el lugar de trabajo y competencia genéricas o transversales. A continuación, se describen las competencias transversales consignadas en este modelo:

Tabla 6. Marco para el desarrollo de competencias transversales

Competencias transversales	Descripción
Gestión de uno mismo	Gestión del tiempo; Establecimiento de objetivos, prioridades y estándares; Responsabilizarse del propio aprendizaje; Escuchar con interés; Emplear habilidades académicas variadas (análisis, síntesis, argumentación); Desarrollar y adaptar estrategias de aprendizaje; Demostrar flexibilidad mental; Transferir el aprendizaje y la metacomprensión; Planificar y trabajar en torno a objetivos de medio y largo alcance; Clarificar con espíritu crítico pero de forma constructiva; manejo del estrés.
Gestión de la información	Emplear recursos de información apropiados; Usar apropiadamente la tecnología y los recursos; Manejar con efectividad volúmenes significativos de información; Emplear un lenguaje y formas apropiadas en diversos contextos; Interpretar fuentes de información variada; Comunicar ideas e información competentemente (oral, escrita y visualmente); Responder a diferentes propósitos, audiencias y contextos; Emplear la información de forma crítica e innovadora.
Gestión de los otros	Concretar tareas acordadas; Respetar el punto de vista y los valores de los otros; Trabajar productivamente en entornos cooperativos; Adaptarse a las necesidades del grupo; Defender y justificar perspectivas y acciones; Tomar iniciativas y liderar a otros; Delegar y permanecer en segundo plano; Negociar; Ofrecer críticas constructivas; Asumir rol de coordinador, jefe, ...; Aprender en contextos colaborativos; Asistir y acompañar a otros en el aprendizaje.
Gestión de las tareas	Identificar y conceptualizar temas; Establecer prioridades; Identificar opciones estratégicas; Planificar y desarrollar proyectos; Organizar subtareas; Utilizar y desarrollar estrategias apropiadas; Evaluar resultados.

Fuente: Bennett et al. (1999). Adaptación.

2.2.2. La competencia matemática

La Educación Matemática Realista (EMR), es una corriente didáctica, desarrollada inicialmente por el Dr. Hans Freudenthal y colaboradores, a inicios de la década de 1970, en el Instituto para el desarrollo de la Educación Matemática, IOWO (*hoy Instituto Freudenthal*). Esta corriente nace en Holanda como reacción frente al movimiento de la matemática moderna de los años 70 y al enfoque mecanicista de la enseñanza de la matemática, generalizado en ese entonces en las escuelas holandesas.

Freudenthal (1987) pensaba que las estructuras matemáticas no son un conjunto de datos fijos, sino que surgen de la realidad y se expanden continuamente en procesos individuales y colectivos de aprendizaje. En otras palabras, en la EMR los estudiantes son considerados participantes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje que tiene lugar en el contexto social del aula. La EMR tiene ciertos principios que la caracterizan:

Tabla 7. Principios de la EMR

Principio de actividad	La matemática debe ser pensada como una <u>actividad humana</u> (matematización (Freudenthal (1968)) a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola. Propicia una matemática para todos, reconociendo que para una mayoría la matemática a utilizar será la que les ayude a resolver problemas de la cotidianidad.
Principio de realidad	Si la matemática surge como matematización de la realidad, <u>el aprendizaje matemático</u> debe originarse también en esa realidad. Se busca presentar los problemas en contextos de la vida diaria, considerando no solo lo perceptible o experimentable sino también lo realizable, imaginable o razonable.
Principio de reinención	“La educación matemática debe dar a los alumnos la oportunidad guiada por el maestro de <u>reinventar la matemática</u> (no crean, ni descubren, sino reinventan modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas con un proceso similar al que usan los matemáticos al inventarlas)”. Bresan (2005)
Principio de niveles	El proceso de matematización se presenta en dos formas: la matematización horizontal y la matematización vertical, y admite que los alumnos pasan por distintos <u>niveles de comprensión</u> : situacional, referencial, general y formal. También que estos niveles son dinámicos y un alumno puede funcionar en

	diferentes niveles de comprensión para contenidos distintos o partes de un mismo contenido.
Principio de Interacción	Considera al aprendizaje de la matemática como una <u>actividad social</u> . La interacción lleva a la reflexión y a capacitar a los alumnos para llegar a niveles de comprensión más elevados.
Principio de interconexión	No hace profundas distinciones entre los ejes curriculares, lo cual da una mayor coherencia a la enseñanza y hace posible distintos modos de matematizar las situaciones bajo <u>diferentes modelos (diagramas, esquemas, formas de notación) y lenguajes</u> , logrando alta coherencia a través del currículo. Justamente la resolución de situaciones problemáticas realistas a menudo exige establecer conexión y reclama la aplicación de un amplio rango de comprensiones y herramientas matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

La EMR concibe al currículo como un proceso que requiere del diseño de secuencias didácticas que se enmarquen en una filosofía educativa que busque promover cambios en la enseñanza formalista y algorítmica de la matemática en las aulas. Encuentra en la investigación para el desarrollo educativo, una metodología cualitativa/interpretativa basada en experiencias en el aula, cuyo objetivo es llevar a la conciencia el proceso de desarrollo y explicarlo. La reflexión conjunta de investigadores, diseñadores curriculares y profesores acerca de estos fenómenos lleva a mejorar las secuencias didácticas, con miras a guiar de modo efectivo los procesos de matematización generándose así desarrollos educativos.

La EMR considera se debe ofrecer a los estudiantes un ambiente de aprendizaje en el que se puedan construir conocimientos matemáticos y tener posibilidades de alcanzar niveles más altos de comprensión. Esto implica que se deben crear escenarios capaces de promover este crecimiento de la comprensión

La inclusión del concepto de **competencias** es relativamente reciente en el currículum; en el caso de las matemáticas, **el proyecto Kom (Niss, 2002)** [*acrónimo en danés de Competencies and the Learning of Mathematics*] fue un aporte importante frente a una serie

problemas detectados en su momento en el sistema educativo danés, el ministerio de educación de Dinamarca puso en marcha este proyecto, en el año 2000.

Entre otras cuestiones se constató la necesidad de determinar cuáles eran las **competencias matemáticas** que debían ser desarrolladas por los estudiantes en las diferentes etapas del sistema educativo danés (Niss, 2003 y 2004).

En el proyecto KOM se afirma que dominar las matemáticas significa poseer la **competencia matemática**, la misma que se define como “la capacidad de entender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticas en las que éstas juegan o podrían desempeñar un papel” (Niss, 2004)

Según (Niss, 2004), el proceso de formación debe ayudar a los estudiantes a conseguir dos grupos de competencias:

Tabla 8. Competencias matemáticas

La habilidad para plantear y responder cuestiones sobre y con las matemáticas
1. Pensar matemáticamente.
2. Formular y resolver problemas matemáticos.
3. Ser capaz de analizar y construir modelos matemáticos
4. Ser capaz de razonar matemáticamente.
La habilidad de manejarse con las herramientas y el lenguaje matemático
5. Utilizar diversas representaciones.
6. Utilizar el lenguaje de los símbolos y de sistemas formales matemáticos.
7. Ser capaz de comunicarse en, con y sobre las matemáticas
8. Manejar las ayudas y herramientas matemáticas

Fuente: Elaboración propia

Desde esta perspectiva, la competencia matemática se describe a partir de estas ocho competencias, organizadas en dos grupos, como se ilustra en la llamada flor de KOM (Gráfico 6).

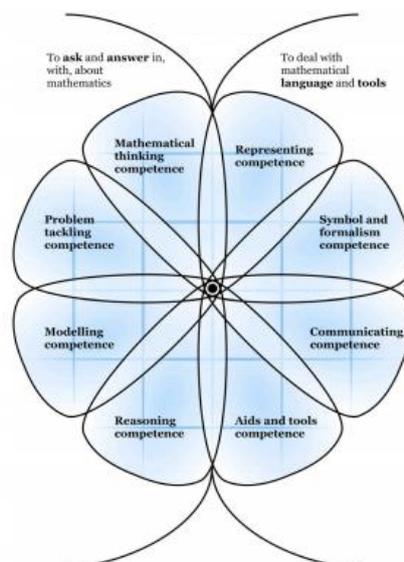


Gráfico 6. La “flor de KOM”

Fuente; en Blomhøj y Jensen (2007, p. 47)

Desde el proyecto KOM los objetivos generales de la educación matemática son reformulados en términos de desarrollo de estas competencias. Niss (2004) afirma que cuando un alumno se embarca en la resolución de un problema de matemáticas, activa estas competencias (todas o algunas) de manera simultánea, y por tanto “las competencias están estrechamente relacionadas -forman un continuo de grupos superpuestos- pero son diferentes en el sentido de que sus centros de gravedad están claramente delimitados y son disjuntos” (p. 9).

Entre los referentes teóricos más importantes que han marcado un punto de inflexión en el estudio de las competencias, se encuentra sin duda, **el Informe PISA**. El Informe Pisa es un instrumento de evaluación que se basa en la resolución de problemas matemáticos y que estos son de tipo realista, es decir, incluyen procesos de matematización a partir de situaciones reales. En (OCDE, 2016) encontramos la definición de competencia matemática como

“la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas

desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan”. (OECD, 2016, p.74)

El estudio Pisa propone la evaluación del conocimiento matemático como un proceso de formación a largo plazo. Recordemos que este estudio trata de detectar los conocimientos y destrezas matemáticas para resolver problemas, principalmente en situaciones de la vida real.

Organización de la evaluación: La figura 7 nos muestra el marco PISA para el área de las matemáticas y describe el enfoque dado a la evaluación de la competencia matemática de los jóvenes de 15 años. Es decir, PISA evalúa hasta qué punto los alumnos de dicha edad son capaces de manejar con destreza las matemáticas cuando se enfrentan a situaciones y problemas, la mayoría de los cuales están presentes en contextos del mundo real.

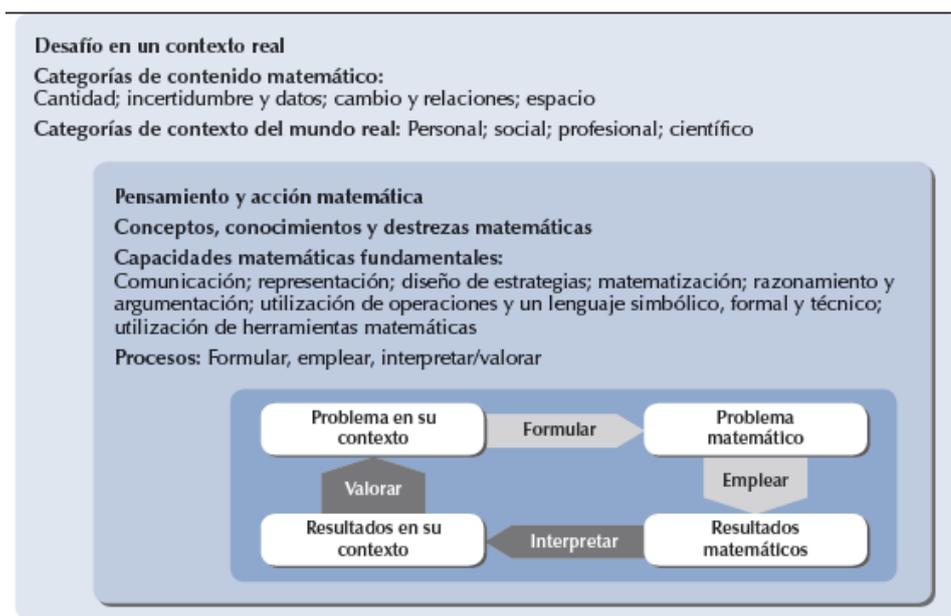


Gráfico 7. Un modelo de competencia matemática en práctica.

Fuente: PISA 2015

En los siguientes apartados se desarrollan cada uno de estos aspectos. Al ponerlos de relieve, el marco de matemáticas de PISA 2015, contribuye a garantizar que las preguntas de la evaluación elaboradas para el estudio reflejen los distintos procesos, contenidos y contextos, de

modo que, considerado en su totalidad, el conjunto de preguntas de la evaluación haga operativo de forma eficaz lo que este marco define como competencia matemática.

Tabla 9. Evaluación de la competencia matemática

Procesos	Formular situaciones matemáticamente Emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemáticos Interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos.
Capacidades	Comunicación Matematización Representación Razonamiento y argumentación Diseño de estrategias para resolver problemas Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico Utilización de herramientas matemáticas
Conocimientos	Cambio y relaciones Espacio y forma Cantidad Incertidumbre y datos
Contextos	Personal Profesional Social Científica

Fuente: Elaboración propia

2.2.3 Currículo con un enfoque por competencias.

La tendencia internacional en educación superior universitaria está orientada a formar y evaluar desde un enfoque por competencias; sin embargo, en el contexto peruano aún se observa un marcado enfoque tradicional caracterizado por una enseñanza centrada en el profesor, disciplinar y descontextualizada, con un rol pasivo del estudiante y una evaluación centrada en la enseñanza y con carácter sumativo. El cambio necesario para pasar de este tipo de modelo a uno por competencias, y responder de esta manera a los desafíos del nuevo siglo, implica repensar la formación profesional que se ofrece en las universidades, lo que demanda entre otras cosas una **revisión integral del currículo**; es decir, revisar sus elementos: las competencias, la

evaluación, la metodología, los contenidos; sus procesos: el diseño, implementación, ejecución y evaluación del currículo; el producto: el perfil del egresado; así como el rol del estudiante y del docente, entre otros, lo que permitiría que las competencias académicas se transfieran de forma más efectiva a la sociedad.

Para fundamentar lo anterior, fue necesario revisar algunas concepciones sobre **el currículo**, que algunos investigadores han sustentado como:

- Estructura organizada de conocimientos, que según Chadwick (1998) y Diaz Barriga (1990) hacen énfasis en la función transmisora y formadora de la escuela, incluyendo conceptos disciplinares, ideas y valores. Enfatizando en una metodología expositiva y aprendizajes descontextualizados.
- Conjunto de experiencias de aprendizaje, Caswell y Campwell (1953), citado en Gimeno y Pérez Gomez (1985), Johnson (1970) y Wheeler (1976), proponen definirlo como el conjunto de experiencias planificadas que los alumnos llevan a cabo bajo la orientación de la escuela. Dichas experiencias se entienden como la relación entre los estudiantes y aquello que les permite aprender, así como la modificación resultante de aquella, sea de carácter intelectual, afectivo o motor. Esta concepción se ve complementada por la consideración de que los profesores pueden enseñar más de lo que se proponen o el alumno aprender más de lo que se le enseña, ya que en ese proceso intervendrán las experiencias no planificadas, que forman parte del currículo oculto. Además, Donald (1974) se refiere al currículo como resultados de las experiencias de aprendizaje, es decir vista como el producto del proceso de aprender.
- Construcción del conocimiento, se fundamenta de los aportes de Piaget, Ausubel y Vigotsky, quienes desde sus propuestas teóricas fundamentan al currículo también como un conjunto de experiencias de aprendizaje, con énfasis en que estas sean significativas y

que permitan al estudiante construir su conocimiento, de modo que este pueda desarrollar además habilidades básicas para aprender a aprender.

- Plan de instrucción, Taba (1980) y Beuchamp (1981) se refieren al currículo como un plan racional que orienta la selección de las experiencias de aprendizaje o intervención didáctica, como tal presenta una descripción precisa de objetivos, contenidos, actividades y estrategias de evaluación que se tomarán en cuenta en la labor educativa.
- Proyecto social, establece la intención del currículo y el rol que este desempeña en la política y el cambio social de un país, es decir se vincula el currículo con la cultura, producción, empleo y poder político. En este contexto, el currículo se entiende como un supuesto para la acción transformadora de la sociedad. Implica la participación de los diferentes agentes de una sociedad, como alumnos, docentes, autoridades y padres de familia.
- Praxis, Gimeno (1988) propone el currículo como una praxis antes que un objeto expresado en un documento o plan que exprese la manera de pensar la educación o los aprendizajes. Pone énfasis en cómo un plan curricular se lleva a cabo en la realidad y qué ocurre cuando se está desarrollando. Para este autor las intenciones y la práctica se vinculan entre sí. Desde esta misma postura Stenhouse (1987), indica que el currículo puede ser un marco de análisis de lo que realmente se está haciendo o lo que hizo una institución educativa.

Sin embargo, después de las concepciones expuestas, existen autores que establecen una conexión de estas definiciones en una nueva concepción del **currículo orientado por competencias** (UNESCO), cuyo objetivo fundamental es articular el mundo educativo con el mundo de la vida; y, además, el mundo académico con el de la producción, es decir un currículo **socialmente significativo**. En este nuevo modelo, ya no se sigue una descripción precisa y lineal de los elementos del currículo, sino más bien se enfatiza en las **experiencias de aprendizaje significativas** para el estudiante, permitiéndole la construcción de sus

conocimientos; lo que implica también, nuevos **modelos de formación y evaluación por competencias**.

2.2.3.1 Modelos de formación por competencias.

En el caso de los **modelos de formación por competencias** consideramos a Drummond, Nixon y Wiltshire (1998) que clasifican según la forma en la que se integran o desarrollan las competencias a lo largo del currículo, y Bennet, Dunne y Carré (1999) que clasifican según el componente que enfatizan, entre ellos las competencias transversales, el contenido, la conciencia o lugar de trabajo. En esta investigación optaremos por la propuesta de Bennet, por encontrar en esta un apropiado énfasis sistémico entre las competencias transversales, lo referido a lo disciplinar, así como, el lugar de trabajo.

En este **modelo de formación** desarrollado por Bennet, Dunne y Carré (1999), se distinguen 5 elementos: contenidos disciplinares, competencias disciplinares (específicas), experiencia en el lugar de trabajo, conciencia del lugar de trabajo y competencias generales (transversales) cuya relación se muestra en el gráfico adjunto.

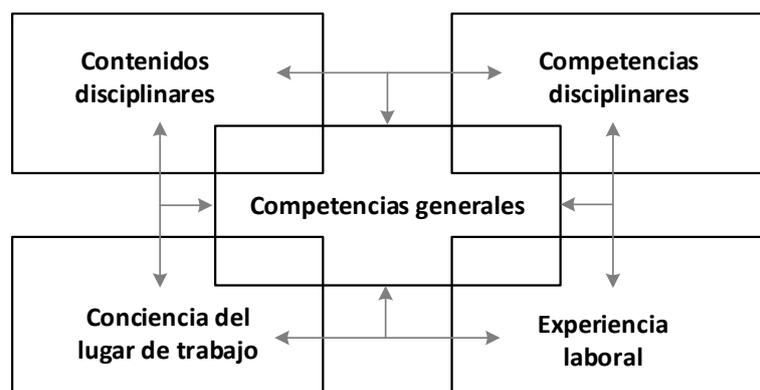


Gráfico 8. Modelo de formación.

Fuente: Bennet, Dunne y Carré (1999)

La riqueza de este **modelo** se expresa en las conexiones que pueden darse entre los diferentes componentes de acuerdo a la intencionalidad de los diseñadores. Establece que la direccionalidad del aprendizaje puede darse desde el aula de clase hacia el lugar de trabajo o

viceversa. Considera importante planificar la transferencia del aprendizaje para favorecer diversos estilos, experiencias y contextos. La utilidad de este modelo radica en su capacidad de adaptarse y proveer diferentes modelos de formación según las combinaciones que se consideren entre sus componentes.

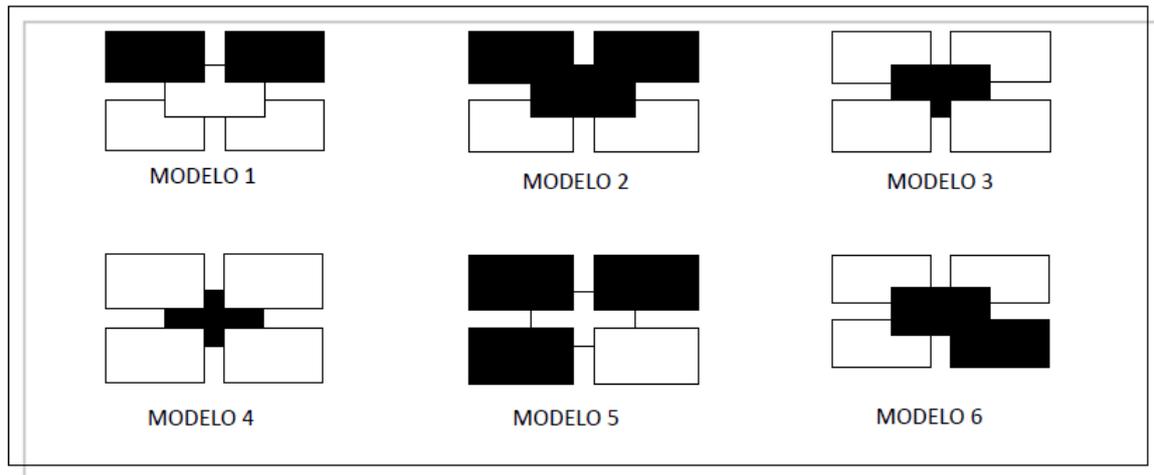


Gráfico 9. Modelos de formación por competencias en el ámbito universitario

Fuente: Bennet, Dunne y Carré (1999)

Si bien este modelo es genérico puede permitir adaptaciones para propiciar una revisión desde las perspectivas en las que se enfocan las disciplinas, las áreas o las carreras.

Cabe resaltar que la esencia de este modelo también hace énfasis en 4 **competencias transversales**, las mismas que se describieron en la Tabla 6.

Aprendizaje basado en competencias

El enfoque del **Aprendizaje Basado en Competencias (ABC)** (Villa y Poblete (2007)) demanda determinar con claridad **las competencias generales y específicas**, que se consideran necesarias para el siglo XXI, es decir, que estén vinculadas con el perfil profesional de la carrera, este enfoque requiere una gran coordinación y colaboración entre los responsables del proceso educativo, para contribuir eficaz y eficientemente al desarrollo profesional desde cada materia o asignatura.

El ABC se fundamenta en un sistema de enseñanza-aprendizaje que progresivamente va desarrollando **la autonomía** de los estudiantes y su capacidad de **aprender a aprender**, supone una mayor diversidad de estrategias de enseñanza aprendizaje, un monitoreo eficiente de los estudiantes individual y grupalmente, y un adecuado sistema de evaluación de los aprendizajes. En este enfoque se requiere un nuevo rol docente que se preocupe principalmente de las tareas de organización, seguimiento y evaluación del aprendizaje de los estudiantes.

En este enfoque se considera al estudiante protagonista de su propio aprendizaje, por lo tanto, debe asumir la **responsabilidad de su propio proceso de aprender**. La responsabilidad y el compromiso en su proceso de aprendizaje, son condiciones importantes para la adquisición de las competencias.

Para caracterizar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, consideramos pertinente revisar algunas concepciones sobre el aprendizaje vinculados a un modelo de formación por competencias:

Primero, el aprendizaje como un proceso activo, que promueva la participación del alumno en la construcción del conocimiento, buscando dé significado a todo lo que aprenda y desarrollando estrategias que permitan al alumno lograr aprendizajes significativos y autónomos.

El estudiante tiene que reconstruir activamente (en determinados contenidos) nociones y conceptos, incorporándolos a sus estructuras de pensamiento y poniendo en ejecución los procesos psicológicos superiores (Vigostky (1986)). Ello no implica solo una acción motriz sino y sobre todo mental por parte del estudiante. En este sentido, vale la pena destacar que lo que intentamos, es acercarnos más a aprendizajes que no sólo aseguren el hacer, sino que también garanticen la comprensión progresiva.

Esto implica que el docente tiene que crear las condiciones en el aula para facilitar la construcción de dichos significados por parte de los alumnos. En este sentido, lo que el alumno

aprenda dependerá en parte, de las actividades realizadas al aprender, actividades que deberán promover exploraciones espontáneas, la experimentación, el probar y formular hipótesis, diálogos, discusiones, descubrimiento de relaciones por parte de los alumnos, etc.

En segundo lugar, como un proceso de construcción de significados, estamos de acuerdo con Beltrán (1996) al afirmar que “Lo que el alumno construye son significados, es decir, estructuras cognoscitivas organizadas y relacionadas” (p. 320). Relacionado con esta postura, Ausubel nos menciona que, para:

El aprendizaje puede ser **repetitivo** o **significativo** según lo aprendido se relacione arbitraria o sustancialmente con la estructura cognoscitiva. Se hablará así de un **aprendizaje significativo** cuando los nuevos conocimientos se vinculen de una manera clara y estable con los conocimientos previos de los cuales disponía el estudiante. En cambio, el **aprendizaje repetitivo** será aquel en el cual no se logra establecer esta relación con los conceptos previos o si se hace, es de una forma mecánica y por lo tanto, poco duradera. (p. 121)

Zubiría (1994) a este respecto, sostiene que, para que se produzcan aprendizajes significativos es necesario que se presenten de manera simultánea las siguientes condiciones.

- El contenido del aprendizaje debe ser potencialmente significativo. Es decir, debe permitir ser aprendido de manera significativa.
- El estudiante debe poseer en su estructura cognitiva los conceptos utilizados previamente formados, de manera que el nuevo conocimiento pueda vincularse con el anterior.
- El alumno debe manifestar una actitud positiva hacia el aprendizaje significativo; debe demostrar una disposición para relacionar el material de aprendizaje con la estructura cognitiva particular que posee.

En tercer lugar, consideramos también que el aprendizaje es un proceso social; al respecto, Vigotsky postulaba que nuestras interacciones con el medio contribuyen al éxito en

el aprendizaje. Su teoría señala la importancia del entorno social en el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. De acuerdo con Vigotsky, el aprendizaje y el desarrollo se influyen mutuamente; el “buen aprendizaje” es aquel que precede el desarrollo y contribuye a potenciarlo. Es decir que las experiencias adecuadas de aprendizaje deben centrarse no en los productos acabados (nivel de desarrollo real), sino especialmente en aquellos procesos que aún no terminan de consolidarse (nivel de desarrollo potencial) pero que están en camino de hacerlo.

Enseñanza asociada a un enfoque por competencias

Una didáctica centrada en el aprendizaje: Supone que el principal reto que la enseñanza tendrá que asumir, será dar una orientación distinta a su función, buscando convertir al docente en un profesional del “aprendizaje”, en lugar del especialista que conoce bien un tema y sabe explicarlo. Reconociendo así, una “doble competencia” de los buenos profesores, la competencia científica y la competencia pedagógica.

La reflexión anterior nos conduce a formular la siguiente pregunta: ¿qué significa entonces la “orientación al aprendizaje” de la enseñanza? Al respecto Zabalza (2000), menciona algunos lineamientos que sirven como marco de referencia para responder a esta interrogante:

- a) Convertir el “aprender” (su sentido, las estrategias adecuadas para lograrlo, etc.) y sobre todo el “aprender a lo largo de la vida” en el marco de referencia de nuestro compromiso como docente.
- b) Pensar nuestra materia no desde la materia en si misma (...) sino desde la perspectiva de los estudiantes que van a estudiarla: como la podrían abordar mejor, con qué tipo de dificultades podrían encontrarse, que tipo de apoyos podrían serles útiles, etc.
- c) Mejorar los conocimientos que los profesores poseemos sobre el aprendizaje y sobre cómo aprenden los alumnos. Parece de sentido común pensar que cuanto más sepamos sobre el aprendizaje en mejores condiciones estaremos para facilitarlo.

A continuación se describen **algunas tipologías de las estrategias** de enseñanza aprendizaje y las estrategias que se consideran adecuadas para el desarrollo de las competencias en este trabajo de investigación:

Estrategias de enseñanza aprendizaje

Las estrategias son en general un medio para alcanzar una finalidad, para emprender una tarea o una secuencia de decisiones tomadas para alcanzar un objetivo. Según Rodríguez (1993) una estrategia didáctica es un proceso reflexivo, discursivo y meditado necesario para optimizar la enseñanza aprendizaje.

La multivariación de estrategias metodológicas que proponemos en la PC MAET, se justifica desde dos aspectos, los sujetos que intervienen en el proceso didáctico y la acción comunicativa: En el primer aspecto, nos referimos a, si reparamos en la actividad del docente, cuando: explica, orienta, incentiva, ayuda, evalúa, corrige, etc.; y, si nos referimos a la actividad del estudiante, las modalidades de actuación varían en función de si este interactúa sólo (trabajo individual) o con los demás (trabajo colaborativo). En el segundo aspecto, si observamos la actividad desde la comunicación que podemos utilizar, identificamos tres modelos generales según el grado de dificultad y abstracción: simbólico (verbal, numérico), analógico (comunicación no verbal), icónico (esquemas, figuras, simulaciones).

Una primera tipología para las **estrategias metodológicas**, que podríamos analizar sería a través del trabajo de Ausubel, el cual diferenció dos dimensiones: funcionalidad (aprendizaje memorístico-aprendizaje significativo) y actividad (aprendizaje por recepción-aprendizaje por descubrimiento). Desde esta lógica, Rivas (1997) ubicándose en los principios psicopedagógicos del aprendizaje significativo de Ausubel, nos indica que entre estas dos dimensiones se realizan estrategias instruccionales en el aula en un continuo. Las mismas, las

categoriza en torno a: estrategias reproductoras, estrategias de transición, estrategias constructivas.

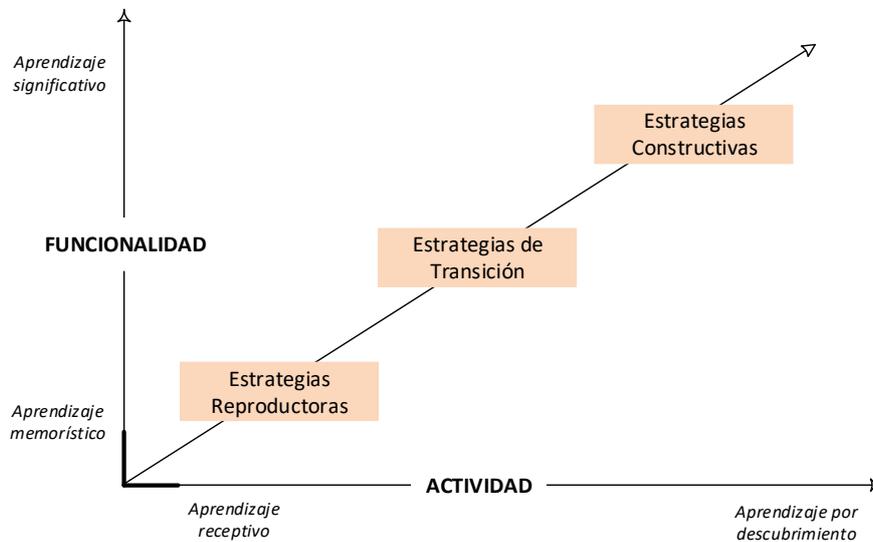


Gráfico 10. Estrategias didácticas, desde las dimensiones funcionalidad-actividad.

Fuente: Rivas (1997)

Una segunda forma de clasificar las estrategias didácticas sería según Tejada (2000), en función del protagonismo de los actores, ésta las presenta según la acción prioritaria recaiga en el profesor, en el alumno o en el grupo. Además, considera como criterios de análisis la dimensión interactiva y social, la funcionalidad y actividad, así como el código de comunicación y los recursos implicados.

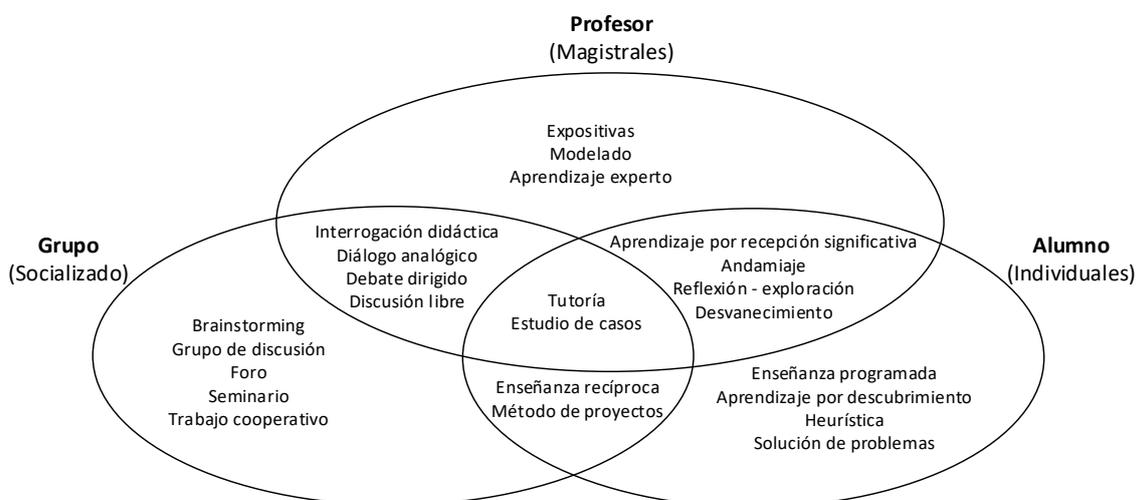


Gráfico 11. Estrategias didácticas, según el protagonista de la acción

Fuente: Tejada (2000)

Para seleccionar una estrategia determinada dentro de la **multivariedad de estrategias metodológicas** propuestas en este trabajo, se consideraron **criterios** relacionados con: el docente, y la elección de estrategias compatibles con sus habilidades; los alumnos, donde se consideró las diferencias individuales de los alumnos que tienen influencia en la eficacia de una estrategia y, las capacidades y contenidos, para identificar las estrategias más eficaces. A continuación, describimos cada una de las estrategias metodológicas integradas dentro de la propuesta curricular MAET:

Estrategia didáctica de enseñanza directa

Es usada principalmente para enseñar conceptos o habilidades. Según Rosenshine. B, Citado en Eggen y Kauchack (2000) el actor principal es el docente, quien presenta sus materiales con metas claras para los alumnos, haciendo un buen uso del tiempo y en una atmósfera académicamente agradable.

Esta estrategia, demanda un rol activo de los estudiantes a través del uso de preguntas, los ejemplos, la práctica y la retroalimentación que provea el docente. Siendo una idea central la transferencia de la responsabilidad (Cano, 2015).

Su estructura se basa en:

- El modelado, donde el docente expone las conductas que constituyen la meta de aprendizaje. Según Bandura en su teoría cognitiva social del aprendizaje se refiere a los cambios conductuales, cognoscitivos y afectivos que derivan de observar a uno o más modelos, es decir, las personas aprenden de su entorno social. Implica la realización de la tarea por parte de un experto, de forma que los estudiantes puedan observar y construir un modelo conceptual de los procesos que se requieren para realizarla. Lo que implica la externalización de procesos mentales y de actividades o procesos de control. El

pensamiento en voz alta es un intento consciente de verbalizar estrategias cognitivas internas requeridas en el quehacer matemático.

- El aprendizaje como proceso social, cuya eficacia se sustenta en su capacidad de proveer oportunidades de interactuar cuando un nuevo contenido es presentado. En esta forma de aprender se consideran dos conceptos importantes del trabajo de Vygotsky (2001), el andamiaje y la Zona de Desarrollo Próximo, conceptos que se relacionan cuando el estudiante recibe apoyo que el profesor o compañero que más sabe suministra para ayudarlo a realizar una tarea que está lejos de sus capacidades. En las situaciones de aprendizaje, conforme el estudiante se vuelve más diestro, el profesor irá retirando el andamiaje para que se desenvuelva independientemente.
- Conductas de los docentes, como: el establecimiento de metas claras, el uso productivo del tiempo, monitoreo del desempeño, hábiles preguntas, buen manejo de las estrategias y el uso de los conocimientos previos.

Esta estrategia, está diseñada para enseñar:

Conceptos: En la planificación de las clases el docente buscará un concepto supraordenado o conceptos interrelacionados (para ver cómo se relacionan los conceptos), donde uno sirva de contraejemplo del otro, o cuando no exista un ejemplo coordinado el docente usará ejemplos negativos para clarificar los límites del concepto.

Habilidades: Cuando enseñamos habilidades, se considera dos metas de largo alcance: automatización (p.e. el producto de dos polinomios) y transferencia (p.e. asegurándose que los alumnos comprenden la habilidad en un nivel conceptual, proveer diferentes ejemplos en los que se requiera la habilidad, proporcionar a los alumnos oportunidades para practicar la habilidad independientemente). En este caso al planificar las clases, los docentes deberán identificar sub-habilidades que asienten la base para la nueva habilidad.

Una de las virtudes del modelo de enseñanza directa es brindar a los alumnos oportunidades para practicar. En el caso de la enseñanza de los conceptos, es seleccionar (hasta qué punto los ejemplos ilustren las características del concepto) y secuenciar los ejemplos (los más claros al principio). En el caso de la enseñanza de habilidades, es importante considerar el éxito de los alumnos (los problemas serán seleccionados de manera tal que los alumnos desarrollen confianza y destreza en el uso de sus habilidades a través de una práctica exitosa). Para la fase de implementación de esta estrategia, consideramos generalmente cuatro etapas: Introducción, presentación, práctica guiada y práctica independiente.

Estrategia didáctica de exposición y discusión

Está diseñada para ayudar a los estudiantes a aprender cuerpos organizados de conocimiento. La eficacia de esta estrategia proviene de tres fuentes básicas:

- La teoría de los esquemas: consiste en construir sobre los conocimientos previos de los alumnos. Según Woolfolk (1999), es una visión teórica de la construcción del conocimiento, señala que la información que las personas almacenan en la memoria tiene la forma de redes de ideas, de relaciones y de procedimientos organizados e interconectados llamados esquemas. Según Eggen (2000), el aprendizaje se puede considerar como el desarrollo de esquemas, y sirven para que los individuos comprendan y se desarrollen en su contexto.
- El aprendizaje verbal significativo: es la adquisición de ideas que están conectadas con otras ideas. El aprendizaje significativo se da cuando las ideas de un nuevo esquema se conectan no sólo entre sí sino también a otros esquemas previamente establecidos.

Los organizadores avanzados (*una de las ideas prominentes del trabajo de Ausubel*), son las afirmaciones verbales que se presentan al comienzo de una clase, y sirven para estructurar el nuevo material, uniéndolo simultáneamente a los esquemas previos de los

estudiantes. La función de los organizadores avanzados es proporcionar un andamiaje o apoyo para la nueva información. *Los organizadores, según Woolfolk (1999), cumplen tres propósitos: dirigir la atención a lo que es importante en el material que viene; destacar las relaciones entre las ideas que se presentarán y recordar la información relevante que ya se posee.* Los diagramas y analogías suelen ser buenos organizadores.

- Compromiso activo de los alumnos: Es el nivel de compromiso que se genera en los alumnos a través de las preguntas del docente. El modelo de exposición y discusión está diseñado para superar las deficiencias de una clase expositiva, alentando la participación y haciendo su aprendizaje más significativo.

Para organizar una clase de exposición y discusión es necesario considerar que los conocimientos previos proveen las bases para el aprendizaje nuevo y las conexiones o ganchos con los cuales el nuevo conocimiento se conecta. Por otro lado, una manera eficaz de estructurar los contenidos es usando *esquemas jerárquicos o diagramas*. La clave para estructurar el contenido es aclarar las relaciones tanto como sea posible, dotando al tema de significatividad. Para la fase de implementación de esta estrategia, consideramos generalmente cinco etapas: Introducción, presentación, monitoreo de la comprensión, integración y revisión y cierre.

Estrategia didáctica de inducción

Es una estrategia diseñada para ayudar a los alumnos a desarrollar el pensamiento crítico y el pensamiento de nivel superior, mientras que se enseñan temas con contenidos específicos. Los docentes, presentan a los alumnos información que ilustra los temas, para luego guiarlos en la búsqueda de patrones. El modelo inductivo es más eficaz cuando nos encontramos trabajando conceptos, principios, reglas o generalizaciones. Sus metas son buscar que el alumno construya una comprensión profunda y completa, y que tenga un rol activo en el proceso de construir su comprensión.

El éxito de las clases en las que se emplea el modelo inductivo depende de la calidad de los ejemplos que se usan para ilustrar los temas, para ello estos deben presentar las características observables del concepto o sus relaciones.

En su estructura social, esta estrategia según Eggen, Kauchack (2012) y Joyce, Weil, Calhoun (2002) es cooperativa, y requiere un ambiente en el que los alumnos se sientan libres de asumir riesgos y ofrecer sus conclusiones, conjeturas y evidencias sin temer a las críticas ni sentirse avergonzado. La esencia de esta estrategia, desde la perspectiva del docente, es el proceso de presentar a los alumnos ejemplos que ilustren el tema que es la meta del aprendizaje y luego guiarlos en su pensamiento hasta que ésta se alcance.

Esta estrategia está fundada en los principios del constructivismo, el cual ubica al alumno en el centro del proceso de aprendizaje. Reconoce que los alumnos son activos y que construirán una comprensión que tenga sentido para ellos y, al mismo tiempo, da a los docentes un rol específico y crítico, que es guiar a los alumnos hacia comprensiones válidas de los temas que se estudian.

Esta estrategia desarrolla el aprendizaje por medio del descubrimiento. Bruner (1961), citado por Schunk (1997), señala que *aprender por medio del descubrimiento quiere decir obtener uno mismo los conocimientos*. Esta forma de aprendizaje consiste en probar y formular hipótesis antes que simplemente leer o escuchar las lecciones del maestro. Es una forma de razonamiento inductivo, porque los estudiantes pasan de estudiar ejemplos a formular reglas, conceptos y principios generales; de esta forma el descubrimiento fomenta el aprendizaje significativo.

Woolfolk (1999), distingue entre el **aprendizaje por descubrimiento**, en el que los alumnos trabajan en gran medida por sí mismos, y el **descubrimiento guiado**, en el cual el maestro ofrece cierta dirección. Formula también algunas recomendaciones para aplicar las ideas de Bruner:

- Presente ejemplos y contraejemplos de los conceptos que está enseñando.
- Ayude a sus alumnos a ver las relaciones entre los conceptos.
- Plantee una pregunta y deje que los estudiantes traten de encontrar la respuesta.
- Anime a los estudiantes a que hagan conjeturas intuitivas.

En esta estrategia, las metas claras -se las escriba o no- son cruciales porque proporcionan el marco teórico para el pensamiento del docente mientras guía las “construcciones” que los alumnos elaboran sobre el tema. Las metas no sólo deberán estar relacionadas a los *contenidos* sino también con referencia a *el pensamiento de nivel superior y pensamiento crítico*, la planificación para el pensamiento significa que los docentes se proponen conscientemente que los alumnos observen, comparen, busquen patrones, generalicen, predigan y expliquen mientras construyen activamente su comprensión del tema. La enseñanza para el desarrollo del pensamiento no cambia las metas de contenido; en lugar de eso, cambia la manera en que el docente y los alumnos operan a medida que se acercan a ellas.

Por otro lado, el éxito de las clases en las que se emplea el modelo inductivo depende de la calidad de los ejemplos que se usan para ilustrar los temas, los que deben presentar características observables del concepto o sus relaciones (generalización o principio). Se podrían utilizar ejemplos que se aproximen a lo real, imágenes, modelos u estudios de casos.

En este modelo se pone énfasis en el desarrollo del pensamiento, sus objetivos no son un resultado en el mismo sentido que el de los de contenido; más bien, son procesos (*comparar, búsqueda de patrones, generalizar, formar conclusiones, etc.*) de los cuales el alumno participa en la medida en que se acerca al objetivo de contenido.

Para la fase de implementación de esta estrategia, consideramos las siguientes etapas: Introducción, final abierto, convergencia, cierre y aplicación. La forma como se integra a la enseñanza de un curso de matemática de nivel superior universitario se desarrolla en la misma propuesta.

Estrategias didácticas de aprendizaje cooperativo

Abordar los procesos a través de los cuales se plantea el aprendizaje cooperativo, en esta propuesta se consideran los aportes de Bruner, Piaget y Vygotsky quienes indican que a mayor participación de los estudiantes, se incrementa su nivel de comprensión y de interés; y cuando trabajan cooperativamente se favorece la emergencia de un conflicto socio-cognitivo que crea un desequilibrio, el que a su vez estimula el desarrollo cognitivo; y finalmente que la cooperación de los más favorecidos puede ayudar a los menos en la construcción de sus significados.

En la PC MAET, nos interesa trabajar desde la perspectiva social que propone el poder de la cohesión social para construir y sostener los esfuerzos individuales. Esta perspectiva también argumenta que, si una tarea de aprendizaje resulta interesante y desafiante, el proceso de trabajar como equipo puede ser intrínsecamente motivador. Finalmente, otro elemento central del aprendizaje cooperativo es la *retroalimentación*, por ello enfatiza que, en grupos pequeños, ella puede ser individualizada y relacionada con la comprensión inmediata de los alumnos, que en algunas ocasiones son más efectivas que las de los adultos.

Las estrategias de aprendizaje cooperativo, presentan tres componentes esenciales: *las metas grupales*, son incentivos dentro del aprendizaje cooperativo que ayudan a crear un espíritu de equipo y alientan a los estudiantes ayudarse entre sí, en las clases cooperativas, los esfuerzos de los individuos contribuyen al logro de la meta de los demás; *la responsabilidad individual* requiere que cada miembro de un grupo de aprendizaje cooperativo demuestre su destreza en los conceptos y habilidades que se enseñan, y *la igualdad de oportunidades para el logro de éxito*, este elemento es importante en clases heterogéneas en las que el nivel de los conocimientos previos y de las habilidades varía. Significa que todos los estudiantes, más allá de la habilidad o de los conocimientos previos, pueden esperar ser reconocidos por sus esfuerzos.

Además, la interacción y confrontación a la que son expuestos los alumnos en esta estrategia lleva implícita la exigencia de exponer verbalmente sus pensamientos (ideas, opiniones, críticas, etc.) en relación con los temas estudiados ante sus compañeros de grupo, potenciando el desarrollo de la fundamental capacidad de expresión verbal, la misma que está vinculada directamente con la capacidad de comunicación matemática considerada en la PC MAET.

Esta estrategia requiere que docentes y alumnos asuman roles diferentes. El docente además de presentar y explicar conceptos y habilidades básicas facilita el aprendizaje en pequeños grupos (agrupamiento de los alumnos, construcción de un sentido de trabajo en equipo y el monitoreo). El alumno participa activamente y es responsable de su propio aprendizaje (explican, discuten, organizan, proponen, defienden o refutan propuestas, aplican sus conocimientos a situaciones diferentes, se comprometen y motivan). El crecimiento de estas habilidades de interacción social consideramos es uno de los resultados más importantes de las actividades de aprendizaje cooperativo.

Aprendizaje cooperativo en relación con la enseñanza de la matemática:

Son pocos los informes e investigaciones que se han efectuado con relación a los procesos de enseñanza-aprendizaje de Matemática a nivel Superior Universitario, en especial aquellos que aborden aspectos curriculares de esta disciplina, y que consideren al aprendizaje cooperativo como parte de su propuesta. En esta investigación, se pretende complementar la PC MAET con el aporte de algunas estrategias de aprendizaje cooperativo que se integren a las ya mencionadas.

De las diversas estrategias de enseñanza cooperativa que se han encontrado durante la revisión bibliográfica: juego de roles, división de la clase en grupos de aprendizaje, investigación grupal, rompecabezas, proyectos, etc., para este trabajo, se ha decidido considerar a la de **división de la clase en grupos de aprendizaje** (DCGA) y la de **investigación grupal**,

por ser las que más se acomodan a los cursos en sí, y al nivel superior universitario en el cual se desarrolla esta investigación; a continuación, las describimos brevemente:

a) División de clases en grupos de aprendizaje

Es una forma de aprendizaje cooperativo que usa equipos de aprendizaje de multi-habilidad, para enseñar formas específicas de contenidos: hechos, conceptos, generalizaciones, principios y habilidades. Esta estrategia está muy relacionada a la estrategia de enseñanza directa, cuando se usa el DCGA, las etapas de introducción, presentación y práctica guiada son (o puede ser) idénticas a las de enseñanza directa, (o la etapa de presentación podría hacerse con la estrategia inductiva). La diferencia clave es la etapa de práctica independiente. Cuando se usa el DCGA, la práctica independiente no es independiente; en lugar de ello se hace en grupos de aprendizaje cooperativo.

Como la enseñanza con DCGA se conduce usando la estrategia de enseñanza directa (o la estrategia inductiva), la planificación de la enseñanza con DCGA es idéntica a la planificación que se realiza para usar cualquiera de esas dos estrategias, esto es: *Estrategia de enseñanza directa*: Identificación de un tema, especificación de metas, selección de problemas y ejemplos. *Estrategia inductiva*: Identificación de un tema, especificación de metas, preparación de ejemplos.

Por otro lado, para implementar eficazmente cualquier clase de aprendizaje cooperativo, los equipos deben organizarse con anticipación. El objetivo es crear equipos que tengan aproximadamente las mismas habilidades y en los que estén mezclados los géneros.

Muchas veces el agrupamiento no asegura la confianza y la cooperación. Una tarea importante en la planificación será diseñar actividades de consolidación que ayuden a los estudiantes a aprender a aceptar a los demás y a confiar en ellos. El propósito de los

ejercicios de consolidación grupal es ayudar a los alumnos a presentarse, desarrollar una identidad grupal y reconocer en los otros a compañeros que pueden colaborar. Se recomienda, por ejemplo, actividades como entrevistas para conocer acerca de: sus actividades preferidas, los ambientes de cada uno, planes futuros, temas de la clase que más le interesan, etc.

La idea, al desarrollar actividades de aprendizaje cooperativo es contar con materiales de alta calidad que guíen las interacciones en los grupos. Al diseñar actividades se debe tener claro que conceptos o habilidades se busca aprendan los estudiantes y cómo puedo diseñar materiales que les permitan aprender más eficazmente en sus grupos. Es aquí donde las metas claramente especificadas son importantes.

La fase de implementación de esta estrategia considera las siguientes etapas: Enseñanza, transición al trabajo en equipo, estudio en equipo y monitoreo, y pruebas.

b) Investigación grupal en el aprendizaje de la matemática

Los movimientos de renovación pedagógica, como la escuela activa o el constructivismo pedagógico, han sugerido propuestas que incluyen el uso **de proyectos** con fines de mejora sustancial en el aprendizaje, esto incluye el aprendizaje de las matemáticas, aspecto de interés de esta investigación.

En referencia a las investigaciones en el aprendizaje de las matemáticas, el Informe Cockcroft (1985), realizado en Inglaterra, ya recomendaba que la enseñanza de las matemáticas debería dar cabida, en todos sus niveles a los siguientes aspectos: exposición y debate, trabajos prácticos, trabajos de investigación, resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidianas.

Un principio que deberían considerar los docentes de matemática en la ejecución de **los proyectos** es que prime el interés por la actividad misma y la experiencia vivida sobre la información matemática recogida. Y esto lo decimos porque hay diversos autores (Valdez,

2000; Ozejo y Lapa, 2005) que han llegado a la conclusión que uno de los factores más importante para crear una actitud positiva respecto a las matemáticas reside en que el alumno perciba la utilidad de las mismas.

Los proyectos formativos (PF), son una estrategia didáctica propuesta por García y Tobón (2008), quien a su vez hace su planteamiento en base al reconocido método de proyectos (MP) conceptualizado por Kilpatrick (1918). Los autores definen los proyectos formativos como procesos planeados que se orientan a la formación de competencias, teniendo como base un nodo problematizador al cual se articulan mediante la resolución de un problema específico contextualizado en el entorno.

En base a los aportes de los autores anteriores y otros, en esta investigación se define los Proyectos Formativos de Matemática (PFM), los mismos que servirán a los estudiantes, **primero**, para ejercitar las operaciones intelectuales (Zubiría, 2007), a trabajar en los cursos de matemática, no se limitarán sólo a conceptos, algoritmos, principios, etc., sino también buscarán el ejercicio constante y progresivo de dichas operaciones intelectuales. El valor de los PFM reposa en su capacidad para permitir al estudiante: resumir, observar, clasificar, analizar, formular críticas, interpretar datos, codificar, resolver problemas, tomar decisiones, etc. **Segundo**, para estimular la capacidad argumentativa oral y escrita, considerando que, un lenguaje sólido, claro y preciso es expresión de un pensamiento con iguales características y la habilidad para pensar y expresarse bien no es congénita sino el resultado de un proceso gradual de aprendizaje, muchas veces lento y difícil, entonces, esto deviene en una necesidad de crear espacios donde los estudiantes tengan la oportunidad de: sostener, replicar, ejemplificar, detectar contradicciones, etc. **Tercero**, para estimular las habilidades de interacción social aprendiendo a trabajar cooperativamente, razón por la que se incluyó a lo largo de la presente propuesta

curricular. Y **cuarto**, para modificar las actitudes de los estudiantes, se considera lo que Coll et al. (1996) mencionan que:

Actuar delante de personas que son importantes para uno – a lo que se añade la elaboración personal o en grupo del tema de la exposición – puede modificar la actitud y el comportamiento de una persona hacia el objeto actitudinal... En ese caso podríamos decir que el tema de estudio resultará más persuasivo para el alumno; es decir que el contenido concreto de la materia hará que el alumno reflexione y realice una evaluación más profunda no sólo del tema de la exposición, sino también de las actitudes que posee con respecto a él. (Pág. 187-188).

La fase de implementación de esta estrategia considera las siguientes etapas: organización de grupos e identificación de los temas, planificación grupal, implementación de la investigación, el análisis de los resultados, y finalmente la preparación y defensa del informe.

2.2.3.2 Evaluación por competencias.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, en esta tesis centramos la atención del proceso formativo en **los aprendizajes de los estudiantes** y más concretamente en **los resultados de aprendizaje**, expresados en términos de desempeños; por ello, será necesario trabajar de la mano **los cambios metodológicos** y **el sistema de evaluación** a implementar.

En ese sentido consideramos a **la evaluación del aprendizaje** (Jiménez, 2012) como un proceso sistemático de recogida de datos, de manera que sea posible disponer de información continua y significativa para compararla con unos criterios que hemos establecido de acuerdo con unos fines que nos hemos trazado, formar juicios de valor con respecto a ellos y tomar decisiones adecuadas para mejorar la actividad educativa.

Cano (2015) “señala que la innovación en evaluación podría ser la piedra angular del éxito del proceso de implementación de la educación basada en competencias, y sugiere un cambio cultural que lleve a pasar de la **evaluación del aprendizaje** a la **evaluación para el aprendizaje**” (p. 54).

Para Cano (2015), la mejor forma de **evaluar competencias** es poner al estudiante ante **una tarea compleja**, para ver cómo consigue comprenderla y resolverla, movilizándolo para ello sus conocimientos, habilidades y actitudes. Sostiene que: para esto se debe evaluar no solo el producto sino también evaluar los procesos, las tareas complejas deberán estar situadas en contextos reales, y que los instrumentos de evaluación que se utilicen en esto deberán ser variados.

Manzanares y Sánchez (2012), analizan dos enfoques de evaluación por competencias (evaluación superficial y evaluación profunda), centrandose su atención en cuatro dimensiones de comparación: objeto, momentos, usos y agentes de la evaluación. A continuación, resumimos las características de cada enfoque.

Tabla 10. Modelo de la evaluación por competencias en la docencia universitaria

Enfoque Superficial
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los conocimientos adquiridos por el estudiante universitario son la preocupación central de la evaluación, considerando los conocimientos declarativos y procedimental. Se pone énfasis, en los elementos cognitivos del aprendizaje, dejando al margen la experiencia personal y social. ▪ Es terminal. El momento de la evaluación relevante es el final, la rendición de cuentas como producto de cierre de un recorrido formativo. ▪ No compartida. Se refuerzan las dualidades en el proceso de evaluación. El docente define qué y cómo se evalúa, sobre él recae toda la responsabilidad. El estudiante juega un rol pasivo. ▪ Es sumativa, lo que significa que su principal objetivo es certificar el logro competencial.
Enfoque Profundo
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Competencias. El objeto de la evaluación se centra en valorar los desempeños que el estudiante muestra en una situación auténtica.

- **Formativa.** Se caracteriza por observar el desarrollo de los aprendizajes del estudiante. Permite identificar los aspectos susceptibles de mejora a partir de que sea el propio estudiante el protagonista en la supervisión de lo que va aprendiendo.
- **Continua.** Contempla un cúmulo de resultados de aprendizajes, obtenidos a lo largo del proceso.
- **Compartida.** Creando condiciones que permitan la participación del estudiante en la evaluación, creando un contexto que potencie la actividad, la información, la autoevaluación y la reflexión.

Fuente: Adaptado de Manzanares y Sánchez (2012)

Los autores, toman en cuenta que las características terminal y sumativa, pertenecientes al enfoque de evaluación superficial, podrían formar parte del enfoque de evaluación profunda, pero con menor grado de intensidad, idoneidad y relevancia dentro del proceso evaluativo.

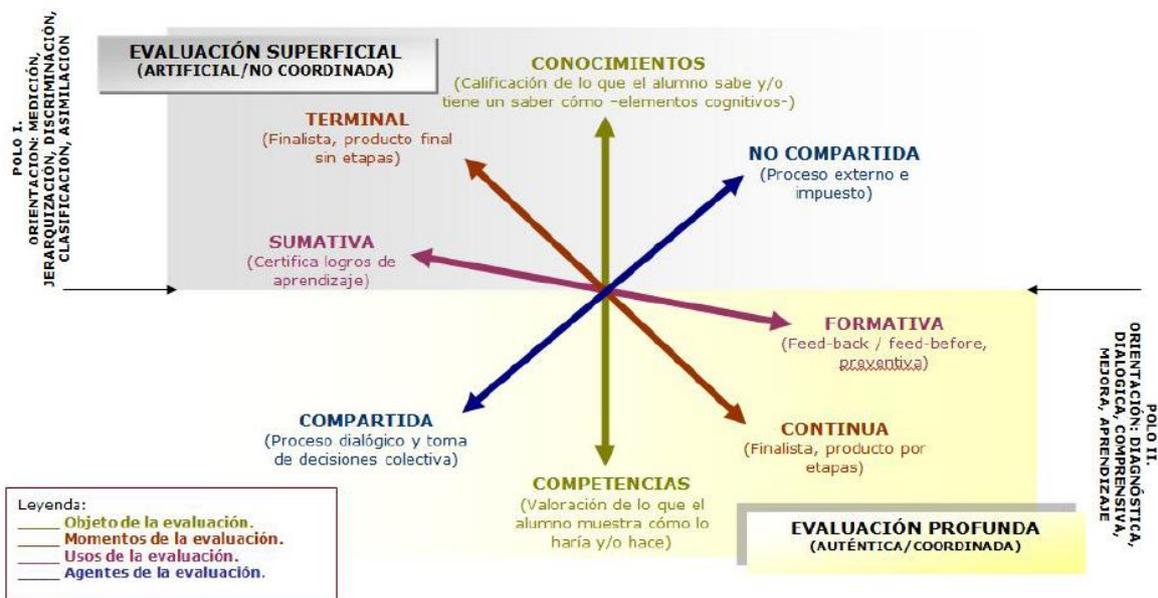


Gráfico 12. Polos de evaluación de los aprendizajes universitarios en el espacio europeo

Fuente: Manzanares y Sánchez (2012)

Para lograr poner en práctica la evaluación por competencias estamos de acuerdo con Monereo (2009) al referirse a la **evaluación auténtica** como aquella que está presente en la realidad para la que preparamos a los alumnos, resulta genuino en dicha realidad, tanto si se trata de lograr que sean buenos ciudadanos, excelentes profesionales, o brillantes investigadores (p. 28). El mismo autor considera que 3 son las dimensiones que caracterizan a una actividad como auténtica:

- Debe ser realista en relación con al ámbito evaluado, es decir las condiciones de la prueba y su exigencia cognitiva deben corresponderse con las condiciones y exigencias presentes en esa actividad.
- Ha de ser relevante para el alumno, es decir, las competencias evaluadas deben ser útiles a corto y mediano plazo para actividades que enfrentará el estudiante en o fuera del aula.
- Debe promover la socialización del alumno, es decir la actividad debe simular el contexto real lo más cercano posible al alumno, para crear una identidad como ciudadano y profesional.

Según Éngel y Bustos, citados en Monereo (2009), estas **actividades auténticas** deben ser:

Contextualizadas (demandas implicadas en la vida real), multidimensionales (exigen la puesta en práctica de paquetes coordinados de conocimientos habilidades y estrategias), dinámicas (tareas dilatadas en el tiempo que exigen una preparación previa antes de su desarrollo), integradas (integran distintos aspectos de actividades paralelas realizadas en clase), apoyadas (se potencia el uso de todo tipo de recursos humanos como materiales, en especial de situaciones de colaboración cuando ello está justificado), informadas (las demandas y criterios de evaluación se discuten previamente con los estudiantes para que conozcan el nivel de exigencia y se preparen en consecuencia), cualitativas (el énfasis se sitúa en la cualidad del desempeño del alumnos dentro de un continuo criterial, más que a través de una puntuación única), por último polifacética (con frecuencia se adoptan medidas distintas y complementarias como la observación, la entrevista, la resolución de un incidente inesperado, la autoevaluación, la coevaluación, la evaluación de un profesional externo). (P. 29)

Así mismo, **evaluar por competencias**, significa saber que se desea evaluar; definir explícitamente cómo se va a evaluar y concretar el nivel de logro que se va a evaluar. (Villa y Problete, 2007; Jiménez, 2012)

Resulta importante, por lo tanto, evaluar el aprendizaje relacionado con los contenidos disciplinares, con las competencias específicas, con las competencias transversales, y con las competencias que se puedan alcanzar mediante las experiencias simuladas referidas al lugar de trabajo, a saber:

- Las habilidades del alumno para formular hipótesis, para recoger y organizar información, explicar un concepto y trabajar con problemas abiertos.
- La calidad de la comprensión de los conceptos matemáticos.
- La capacidad de los alumnos para resolver problemas (*poniendo atención en el proceso*).
- La habilidad para interactuar con las TICs.
- El manejo adecuado de los procedimientos matemáticos.
- Las habilidades de comunicación oral y escrita.
- La capacidad de los alumnos para trabajar en grupo.

Del mismo modo, para promover el desarrollo de las competencias es necesario considerar la evaluación formativa; ya que esta evaluación tiene un carácter continuo a lo largo del proceso, pues supone la reflexión constante sobre el que hacer educativo, analizando siempre cómo se está produciendo el proceso, si va funcionando como estaba previsto, y si es necesario introducir modificaciones o continuar con lo previsto.

La finalidad de la evaluación formativa es estrictamente pedagógica, esto es, regular el proceso de enseñanza aprendizaje para adaptar o ajustar las condiciones pedagógicas (estrategias, actividades) en servicio del aprendizaje de los alumnos. En la evaluación formativa interesa cómo está ocurriendo el progreso de la construcción de significados logrados por los alumnos. Además, importa conocer la naturaleza y las características de las representaciones,

la profundidad y complejidad de las mismas (*riqueza de las relaciones logradas, grado de compartición de significados*), también interesa los errores cometidos por los alumnos. En resumidas cuentas, en una evaluación formativa se intenta ante todo comprender el funcionamiento cognitivo del alumno frente a la tarea propuesta.

Para llevar a cabo el modelo de evaluación por competencias, es necesario prestar atención a la forma de obtener la información relevante para la misma. Obtener y seleccionar información para la evaluación exige una reflexión sobre la pertinencia de los procedimientos e instrumentos que mejor se adecuan a las distintas capacidades y a los distintos contenidos a evaluar.

Para instrumentalizar la **evaluación formativa** Cano (2015) sostiene que la diversidad de instrumentos empleados favorece el proceso de evaluación de las competencias planteadas. Es decir, se deben combinar: pruebas objetivas, pruebas de desarrollo, trabajos de investigación, elaboración de Portafolios, sustentación de informes, sistemas de autoevaluación (*oral, escrita, individual, grupal*), entre otros.

Finalmente, también será importante que al elaborar el listado de los **resultados de aprendizaje** esperados de las asignaturas cuidar que estén alineados a los resultados de aprendizaje declarados en el perfil de la carrera. Pero para garantizar una coherencia interna integral del programa, se deberá además cuidar el alineamiento de los resultados de aprendizaje, con las estrategias de enseñanza y con los métodos de evaluación. En este sentido, es importante recordar lo señalado por Cano (2015) al expresar que los resultados de aprendizaje de asignatura son declaraciones mucho más específicas y concretas y deben contribuir al logro de resultados de aprendizaje del programa. Es más, deberían estar alineados (Biggs, 2003) con alguno de los resultados de la titulación en términos globales.

La importancia del feedback

Cano, (2015) sostiene que “se ha dejado perder el **potencial formativo de la evaluación continua** por no diseñar, en paralelo a las actividades de evaluación, estrategias de feedback para posibilitar la mejora del aprendizaje, lo cual podría constituir la clave del cambio en la cultura evaluativa”. (p. 165)

En esta investigación consideramos la importancia de la evolución del concepto de feedback como parte del proceso de aprendizaje, donde se propone un feedback, no solo unidireccional (profesor-estudiante) sino co-construido (profesor-estudiante, estudiante-estudiante); así como un feedback permanente durante el proceso, y un feedback que además de ser genérico debe ser personal. Dejando de lado las creencias que todo feedback es bueno, que cuanto más feedback hay es mejor, y que el feedback depende únicamente del profesorado.

Un buen feedback, según Black y William, (1998), Boud (2011), Strijbos et al (2010) y Shute (2008), citados en Cano (2015) debe cumplir: **darse a tiempo**, es decir se necesita que se dé lo más cercano posible en el tiempo a la ejecución de una tarea. **Ser específico**, es decir, debe ser concreto y vinculado a los objetivos que el estudiante debe alcanzar en una tarea y además debe ser personalizado. Así mismo debe **ser constructivo o positivo**, es decir, debe proporcionar apoyo emocional para que el estudiante logre confianza y autonomía.

Resulta interesante rescatar el feedback como parte de la **autorregulación**, ya que, mediante este procedimiento, se logra situar la responsabilidad de la evaluación en el estudiante considerando que él participe en la construcción conjunta de los criterios de evaluación, utilice eficientemente el feedback, autoevalúe su producción académica, y coevalúe a sus pares. Entendiendo a la autorregulación como una interacción entre el compromiso, control y confianza, así como un monitoreo, dirección y regulación hacia los objetivos de aprendizaje

con autonomía, autocontrol y autodisciplina de pensamientos, sentimientos y acciones planificados por iniciativa propia (Zimmerman (2000), citado en Cano (2015))

Sera importante, en el marco del diseño curricular bajo el enfoque por competencias en educación superior, considerar clarificar con los estudiantes qué se entiende por feedback, integrar armónicamente el feedback en los diseños curriculares y cuidar la sostenibilidad del feedback y darle sentido formativo (Cano, 2015).

2.2.4 Las actitudes hacia la matemática.

En relación con su definición, se ha encontrado distintas descripciones que varían en función del pensamiento y contexto de cada investigador. La explicación a este hecho se basa en que las actitudes no constituyen ninguna entidad observable, sino que son construcciones que se infieren de ciertos comportamientos externos.

Conviene, por tanto, señalar algunas de sus definiciones clásicas:

- Organización relativamente duradera de creencias en torno a un objeto o una situación, las cuales predisponen a reaccionar preferentemente de una manera determinada (Rokeach, 1968)
- Tendencias o disposiciones adquiridas y relativamente duraderas a evaluar de un modo determinado un objeto, una persona, suceso o situación y a actuar en consonancia con dicha evaluación (Sarabia, 1992)
- Predisposición estable a valorar y a actuar, que se basa en una organización relativamente duradera de creencias en torno a la realidad que predispone a actuar de determinada forma o respuestas positivas o negativas, producidas durante el proceso de aprendizaje (Callejo, 2004)

- Son predisposiciones o juicios valorativos o evaluativos, favorables o desfavorables, que determinan las intenciones personales de los sujetos y son capaces de influir sus comportamientos o acciones frente al objeto, sujeto o situación (Martinez, 2008)

Al respecto, Pozo (1996) señala en su obra *Aprendices y Maestros* que las actitudes con respecto al propio aprendizaje dependerán no sólo de las habilidades y destrezas disponibles, sino del *enfoque o teoría implícita* que tenga el aprendiz con respecto al propio aprendizaje. A su vez la disposición hacia los contenidos del aprendizaje estará vinculada con el *tipo de motivación* que guíe ese aprendizaje. Las *preferencias y prejuicios sociales* tendrán no sólo una dimensión conductual sino sobre todo cognitiva, al depender de las representaciones adquiridas con respecto a esos grupos sociales. De esta forma las actitudes no son sólo una forma de comportarse en esas situaciones o ante esas personas, sino también una valoración y un conocimiento social.

Suele admitirse (Sarabia, 1992; Martinez, 2008; Tabares, 2015; Villarreal, 2015) que además de un **componente conductual** (tendencia de los alumnos a actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemática) tiene un **componente afectivo** (nuestras preferencias y rechazos cognitivos hacia las matemáticas) así como un **componente cognitivo** (conocimientos y creencias sobre las matemáticas). La consistencia de una actitud depende en buena medida de la congruencia entre estos distintos componentes. Una actitud será más firme y consistente, y con ello más estable y transferible, cuando lo que hacemos es congruente con lo que nos gusta y lo que creemos. Cuando surgen inconsistencias entre estos aspectos las actitudes serán menos estables y por lo tanto más fáciles de modificar (Sarabia, 1992, p. 137).

Se puede entender, fácilmente, el interés que la actitud tiene para todo tipo de profesionales (psicólogos, sociólogos, pedagogos, políticos, etc.). Si bien las actitudes son, únicamente, predisposiciones a la acción, existe suficiente evidencia empírica que demuestra

que las técnicas de medición de actitudes pueden predecir el comportamiento y estilo de conducta.

Con respecto al área educativa, el tema de las actitudes ha sido, y es en la actualidad, una constante en ese campo. Desde hace algunos años se establece como postulado, la formación de las actitudes. Ya que la educación tiene como objetivo el perfeccionamiento de la persona como ser individual y social, y debido a que los dos ámbitos están presentes en el complejo actitudinal, ambos elementos, actitudes y educación están relacionados.

La cambiante situación social hace necesario el aprendizaje de respuestas, tanto individuales como sociales, que permitan contestar con rapidez a las demandas que se presentan. Es decir, más que el aprendizaje de conductas determinadas que solo se pueden aplicar a situaciones concretas, es conveniente adquirir actitudes y valores que permitan construir con rapidez respuestas ante las nuevas circunstancias.

Además, la relación actitudes-educación no va en un único sentido, sino que es bidireccional. Las actitudes influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y, a su vez, la educación tiene un amplio poder sobre ellas. Así, se aprende mejor aquello que concuerda o es congruente con nuestras propias actitudes o lo que produce mayor agrado, y una educación adecuada puede mejorar las actitudes de los estudiantes ante un área determinada.

Los estudios y las investigaciones que se realizan en el área educativa tienden a centrarse más en los factores externos a la misma (contenidos, importancia del profesor, etc.), que en los internos (intereses, motivos, actitudes, etc.), por lo cual muy pocas veces se ha analizado de manera sistemática el influjo de las actitudes en el aprendizaje o el poder que tiene la educación en la formación y cambio de las mismas.

2.2.4.1 Características de las actitudes hacia las matemáticas.

Las actitudes hacia las matemáticas influyen de diferente forma en el aprendizaje matemático. Así un estudiante con sentimientos positivos hacia esta materia puede obtener un

mayor logro académico que otro que haya desarrollado actitudes negativas hacia ella. Del mismo modo un alumno con facilidad para esta disciplina disfrutará más que aquel que tiene problemas en su estudio.

Según Auzmendi (1992), los sentimientos de los estudiantes hacia las matemáticas presentan las siguientes características: son ambivalentes, se desarrollan en todos los niveles, en un principio tienden a ser positivas, varían con el paso del tiempo, evolucionan negativamente, estos sentimientos negativos son persistentes. (p.21)

2.2.4.2 La ansiedad hacia las matemáticas.

Existen diferentes definiciones que coinciden en concebir este elemento como un “miedo” o una “fobia hacia” esta disciplina. Se cree que este temor inhibe el éxito de la persona en situaciones que, ya sean formal o informalmente, requieren la utilización de esta área del conocimiento. La ansiedad hacia las matemáticas se presenta, así pues, como señala Drupa (1985), como una conducta neurótica caracterizada por un miedo excesivo a cometer faltas, un pánico importante cuando falla la memoria y una ignorancia sobre cómo persistir en la resolución de problemas. Al ser una conducta neurótica se asocia a una disminución en el grado de atención, a la interferencia en la recogida de información desde la memoria y una menor eficacia en el razonamiento.

La fobia hacia la matemática es, por tanto, un fenómeno complejo que no puede entenderse de forma unitaria sino como un factor que engloba diversos elementos. Este fenómeno va a constituir un factor importante de distorsión en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas por dos razones fundamentales: (Lazarus, 1974)

- Si su aparición tiene lugar en los niveles elementales de la enseñanza, casi todas las matemáticas se van a convertir en un misterio para el alumno.
- Si continúa a lo largo del tiempo va a dar lugar a que la persona odie todas las matemáticas con lo que tiene lugar la inhabilitación para su aprendizaje posterior.

Este problema, sin embargo, no afecta a todos los estudiantes de forma similar. Se puede hablar, al menos, de dos aspectos que marcan diferencias entre los alumnos:

El nivel de competencia matemática y la intensidad con que se produce este fenómeno.

Factores que contribuyen a la aparición de la ansiedad:

- Falta de adecuación del método de enseñanza de las matemáticas.
- Ausencia de esquemas adecuados para la resolución de los problemas.
- Inadecuada percepción de las habilidades matemáticas.
- Conocimiento acumulativo.
- Miedo a parecer “demasiado listo” o “demasiado tonto”.
- Concepción de las matemáticas como una ciencia exacta.

2.2.4.3 Adquisición de las actitudes:

Uno de los procesos más relevantes para el aprendizaje de actitudes es el **modelado o aprendizaje por observación**. Por exposición a modelos adquirimos muchas aficiones y aversiones, muchos prejuicios y muchas pautas de conducta. Los aprendices tienden a adoptar en su aprendizaje actitudes congruentes con los modelos que han recibido.

La eficacia del modelado depende del ajuste entre los procesos que debe poner en marcha el aprendiz (atención, memoria, competencia motora o verbal), los resultados buscados (la conducta modelo) y las condiciones del aprendizaje (consecuencias, cantidad de práctica). En concreto dicha eficacia será mayor (Riviere, 1990) cuando las conductas que deban imitarse sean fáciles de reproducir teniendo en cuenta los conocimientos y competencias previas del aprendiz, sean debidamente atendidas por el aprendiz y recompensadas en el modelo, que a su vez debe resultar atractivo para el aprendiz.

Pero la adquisición de actitudes requiere también una mayor implicación personal o identificación **con el modelo**. No reproducimos cualquier modelo que observamos, sino con

mayor probabilidad aquellos con los que nos identificamos, con los que creemos o queremos compartir una identidad común.

Cualquier proceso de influencia social, y la adquisición de actitudes lo es, afecta a la propia identidad de las personas implicadas. Esta pertenencia a un grupo social de referencia suele implicar procesos de **conformidad a la presión grupal**, de forma que la persona tiende, para mantener su identidad, a conformarse a las normas y actitudes impuestas por el grupo mayoritario.

Las fuentes de presión e influencia social, los grupos con los que podemos identificarnos para que modulen nuestras actitudes son, en nuestra sociedad del aprendizaje y la información más variados que nunca. A las instituciones tradicionales que conforman buena parte de nuestras actitudes, como la familia o la escuela hay que unir un sin fin de **lobbys del conocimiento y de la conducta** (los medios de comunicación social), que ejercen presión a todas horas para conformar nuestras conductas y representaciones sociales.

2.2.4.4 Factores que influyen en las actitudes hacia las matemáticas.

Elena Auzmendi, reconoce la importancia de determinados elementos psicoeducativos en las actitudes y/o logro en matemáticas; esto es, factores sobre los que habría que incidir para provocar una mejora de estas. Pudiéndose estos elementos agruparse en dos tipos de variables:

Tabla 11. Tipos de variables: Personales-Situacionales

VARIABLES PERSONALES	Habilidad espacial Bagaje matemático previo Motivación Rol sexual Expectativas de éxito
VARIABLES SITUACIONALES	Evaluación del curso Evaluación del profesor

Fuente: Elaboración propia

Dado que no existe ningún estudio que analice la influencia conjunta de todas estas variables en las actitudes hacia las matemáticas se efectúa, entre 1989 y 1990, una investigación en la que participan 2052 alumnos universitarios de todas y cada una de las carreras en las que se imparte la asignatura de estadística (Auzmendi, 1991). Se miden diferentes variables entre las que se encuentran todas las mencionadas previamente, así como las actitudes de los estudiantes hacia el curso de estadística que han realizado. Los resultados obtenidos demuestran, una vez más, que las actitudes hacia esta materia tienden a ser negativas. Asimismo, se puede concluir que la variable que tiene un mayor peso en todos los factores que constituyen las actitudes hacia la estadística (motivación hacia su estudio y utilización, ansiedad, agrado, utilidad y confianza) así como en las actitudes generales ante esta materia es la motivación que el alumno ha sentido hacia ella durante el curso. No importa tanto que el profesor sea competente o no, que establezca buenas o malas relaciones con el alumno, que el ritmo de la clase sea rápido o lento, que el bagaje de los alumnos sea bueno o malo, etc. Lo que importa, sobre todo, es conseguir motivar a los alumnos ante la materia que están realizando, interesarles en el tema.

2.2.4.5 Cambio de actitudes.

Esta necesidad de modificar las actitudes es de hecho constante en nuestra cultura del aprendizaje. El propio cambio que se está produciendo en esa cultura requiere modificar las representaciones y actitudes de aprendices y maestros. El aprendiz que ha adquirido una actitud pasiva o reproductiva con respecto a su propio aprendizaje, de pronto se encuentra ante la necesidad de asumir una mayor responsabilidad y autonomía, lo que requiere un cambio actitudinal.

Influencias para el cambio de actitudes:

- **La fuente emisora del mensaje.** Si se trata de una persona o un medio con el que el aprendiz se identifica, creíble, experto.

- **El mensaje emitido:** Debe ser comprensible, utilizando un lenguaje y un contexto adecuado para el aprendiz, adecuada estructura argumental y a veces dependiendo de la complejidad, reiterativo.
- **Rasgos del receptor:** grado de acuerdo con el mensaje recibido, su autoestima en ese dominio o su experiencia previa.

En la actualidad el cambio de actitudes se concibe (Pozo, 2011) no tanto como un fenómeno de persuadir al aprendiz, sino de someterle a **situaciones de conflicto sociocognitivo**, cuya resolución requiera modificar las actitudes hasta ahora mantenidas.

Ya se ha manifestado que los tres componentes de una actitud (conductual, cognitivo y afectivo) deben guardar un cierto equilibrio para que esa actitud sea duradera y transferible. La introducción de conflictos o inconsistencias desestabiliza las actitudes y fomenta el cambio. Desde una perspectiva constructivista del cambio de actitudes y en general del aprendizaje social (Fernández Berrocal y Melero, 1995), los conflictos son una condición necesaria pero no suficiente para la reestructuración cognitiva. En definitiva, el cambio de las actitudes y del conocimiento social va a depender en buena medida de la propia dinámica de las representaciones sociales.

2.2.5 La comprensión lectora.

Como se sabe la **comprensión lectora**, es un proceso cognitivo de alta complejidad, no observable y que depende tanto de la competencia y conocimientos del lector, así como de las características del texto. En ese sentido, ninguna medida nos va a decir cómo es la comprensión lectora, sino que nos proporcionará una información indirecta a partir de la cual haremos un juicio sobre el nivel de la comprensión del lector.

El modelo de construcción e integración

Walter Kintsch, (1998) postula que la comprensión de un texto escrito se da en dos fases: La fase de construcción de la información, donde se llevan a cabo los procesos de menor nivel (decodificación, reconocimiento de palabras, análisis gramatical). En esta fase se genera un cambio de soporte en la información proveniente del texto, la cual a través de un soporte proposicional se representa en la mente del lector y permite la construcción del texto base que contiene las relaciones que se establecen entre la información que entrega el texto y la información proveniente del conocimiento previo del lector, todo esto gracias al procesamiento inferencial del lector. La fase de integración, algunos de los elementos activados de las diversas proposiciones se mantienen en esta condición para permitir su vinculación en representaciones de la memoria de largo plazo. Junto con la red de proposiciones, el lector construye otra representación, una de carácter análogo, conocida como modelo de situación, la que indica que las personas que comprenden construyen una representación específica del texto a partir de los conocimientos previos y de la información del texto. Debido a que la memoria no puede operar sino con un número limitado de unidades, este complejo proceso se lleva a cabo por partes. Así, el procesamiento de cada unidad gramatical involucrará todas las demás operaciones de bajo nivel ya mencionadas y su integración en una representación mayor.

El modelo de evaluación de la comprensión lectora (Riffo y Véliz, 2011)

Con el fin de evaluar la comprensión lectora Veliz y Riffo (1992, 1993) crean un modelo psicolingüístico de evaluación, que mide los niveles de comprensión en un nivel textual que se encuentra dividido en nivel proposicional, local y global además las preguntas se clasifican en información explícita e implícita del texto. Las preguntas de respuesta explícitas están orientadas a reconocer ciertas pistas textuales o haciendo uso del conocimiento previo y las

preguntas de respuesta implícitas cuyas repuestas deben ser elaborada a partir de la información proporcionada por el texto.

En el año 2011, estos expertos (Riffo y Véliz) incorporan nuevos elementos al modelo de evaluación: la dimensión pragmática y la dimensión crítica; considerando que el proceso de comprensión lectora implica un lector, un texto y su contexto, los que interactúan de forma dinámica, ya sea los tres en su conjunto o dos de ellos (lector-texto, lector-contexto, texto-contexto). De esta manera se puede focalizar la observación por separado a estas interacciones, para identificar habilidades específicas.

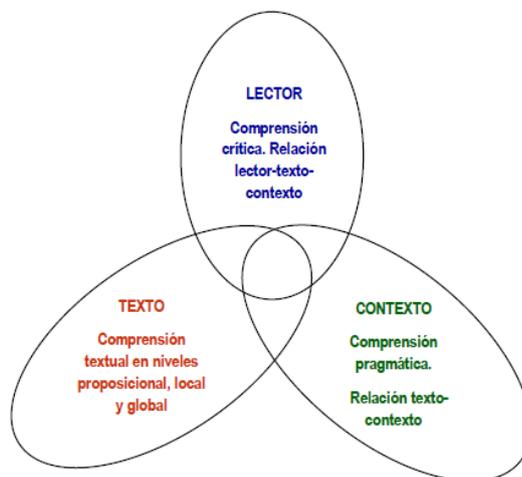


Gráfico 13. Componentes del modelo de evaluación de la comprensión lectora (Riffo y Véliz, 2011, manuscrito no publicado)

Fuente: Campos (2014)

El gráfico 13 resume el modelo de evaluación de Riffo y Véliz (2011); aquí se encuentran la comprensión textual que incluye el nivel proposicional, nivel microestructural y el nivel macroestructural y superestructural, estos se encuentran relacionados con el nivel de procesamiento de la información; luego se encuentra la comprensión pragmática que se relaciona el texto con el contexto; y posteriormente está la comprensión crítica que se orienta a el lector, texto y contexto.

La comprensión textual, se organiza en tres niveles:

El nivel proposicional se mide en dos aspectos; 1) la comprensión de palabras poco frecuentes con dos indicadores recuperar o reconocer el significado a través de claves extraídas del texto, donde la información es explícita y generara significado a partir de la información implícita del texto; y 2) la comprensión de oraciones con dos indicadores identificar o relacionar predicado y argumentos e identificar circunstancias, en ambos casos de información explícita o implícita del texto.

El nivel microestructural mide la comprensión de secuencias de dos oraciones a partir de tres indicadores; 1) establecer relaciones de coherencia referencial; 2) establecer relaciones de coherencia condicional (incluyen relaciones temporales y causales); 3) establecer relaciones de coherencia funcional (como operan los organizadores textuales). En estos tres indicadores la información puede estar explícita o implícita en el texto.

El nivel macroestructural y superestructural mide la comprensión de secuencias de más de dos oraciones, párrafos y textos a través de cuatro indicadores: 1) reconocer o derivar el significado global del texto; 2) establecer relaciones de coherencia condicional; 3) establecer relaciones de coherencia funcional; y 4) determinar la organización lógica del texto (relacionadas con el procesamiento de la superestructura). En estos cuatro indicadores la información se puede encontrar explícita o implícita en el texto.

La comprensión pragmática mide la habilidad del lector para establecer relaciones entre el texto y su contexto. Esta dimensión tiene cuatro indicadores; 1) reconocer o identificar los participantes en el círculo comunicativo del texto; 2) situar y vincular el texto con el contexto inmediato y en el contexto cultural; 3) determinar los propósitos del texto; y 4) establecer los sentidos del texto. Esta información se puede encontrar tanto explicita como implícita en el texto.

La comprensión crítica mide la capacidad de análisis crítico del lector. Esta dimensión tiene cuatro indicadores: 1), transferir información que se obtiene de un texto a otro contexto diferente para resolver una tarea; 2) emitir juicio de valor; 3), discutir (dialogar con el texto) y 4) comprender significados no convencionales y operaciones retóricas del discurso. En los cuatro indicadores la información puede estar explícita o implícita en el texto.

El modelo de Riffo y Véliz descrito líneas arriba se resume en el gráfico 14, siguiente:

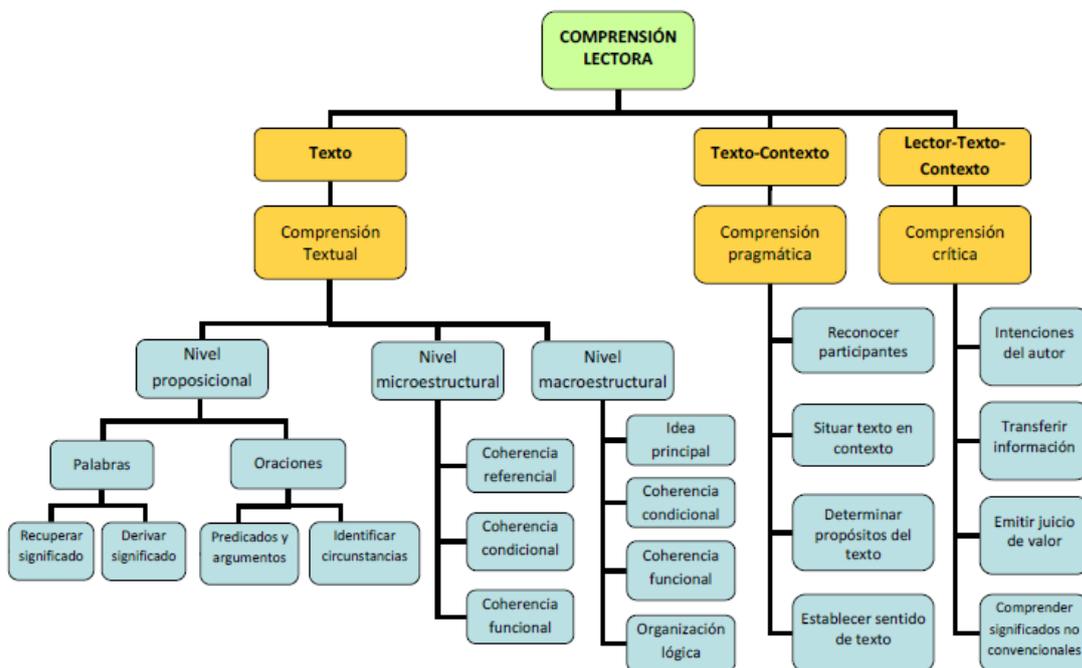


Gráfico 14. Esquema general del modelo de evaluación de la comprensión lectora (Riffo y Véliz, manuscrito no publicado)

Fuente: Campos (2014)

2.2.6 Creencias de los docentes sobre la competencia matemática.

Hay diversas investigaciones que reconocen la importancia del estudio acerca de las creencias que tienen los docentes sobre las competencias matemáticas. En ese sentido, consideramos adecuada la definición de Pajares (1992):

Las **creencias** son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y

profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy conscientes y duraderas para cada individuo. (p. 267)

Para realizar un análisis de la realidad problemática en las aulas de matemática de las universidades, tendremos que partir primero, por reconocer que hoy, está caracterizada por: tener como principal medio de enseñanza la clase magistral, potenciar los aprendizajes memorísticos, donde el estudiante es considerado como receptor pasivo y no se considera que ellos podrían tener diferentes estilos de aprendizaje, etc. Y segundo, en sintonía con Moreno y Azcarate (2003) que el inicio de dicha reflexión y análisis de la problemática debe considerar al docente, concediéndole especial importancia “al estudio, análisis e interpretación de las concepciones y creencias de los docentes universitarios de matemática y determinar en qué medida estas influyen en su práctica docente” (p. 266)

Finalmente, Llinares (2000) considera que las creencias y conocimientos del profesor “intentan dar cuenta de la forma de conocer del profesor y de los procesos interpretativos a través de los cuáles dota de significado a las situaciones en las que se encuentra y que le permiten dirigir su acción” (p. 113). De esta manera el autor propone como los tres componentes de un sistema de creencias (las ideas núcleo, las perspectivas de acción y las razones) explican tanto los aspectos cognitivos como los afectivos de las creencias y permiten la comprensión de situaciones reales.

Las ideas núcleo constituyen los principios, ideas básicas y fundamentos a través de los cuáles se articulan los sistemas conceptuales del profesor. **Las perspectivas de acción** son esquemas proposicionales compuestos por expectativas sobre el conocimiento, motivación y conductas derivadas de las ideas núcleo para realizar una acción posible. **Las razones** son los argumentos que apoyan el establecimiento de las ideas núcleo y describen la conexión entre las ideas núcleo y las perspectivas de acción.

2.2.7 Percepciones de los estudiantes sobre la enseñanza aprendizaje de la matemática.

Los psicólogos que introdujeron el concepto de **percepción** son denominados *teóricos de la Gestalt*, término que en alemán significa forma o patrón, se refiere a la tendencia de la gente a organizar la información sensorial en esquemas o relaciones. En lugar de percibir trozos y piezas aisladas de información, los percibimos todos organizados y significativos. (Woolfolk, 1999, p. 251)

Se define **la percepción** como: “el proceso mediante el cual un individuo recibe, selecciona, organiza información para crearse una imagen significativa del mundo” (Mayo y Jarvis, 1981, citados en Pizam y Mansfeld, 1999). Los significados se construyen sobre la base de la realidad y los conocimientos.

Hellriegel & Slocum (2009), consideran a **la percepción** como el proceso por el cual las personas organizan, interpretan y responden a la información del mundo que la rodea; la información se reúne mediante los sentidos, representa el proceso psicológico por el que la gente reúne información del medio y le da sentido a su mundo.

Por su parte, Robbins (2009), considera que **la percepción** es el proceso por el que los individuos organizan e interpretan las impresiones de sus sentidos con objeto de asignar significado a su ambiente o entorno. Sin embargo, lo que uno percibe llega a ser muy diferente de la realidad objetiva.

Para Papalia y Wendkos, (2009) **la percepción** es lo que vemos, oímos, sentimos, saboreamos u olemos. Es el significado que damos a las sensaciones. Llegamos a este significado a través de la manera en que nuestro cerebro organiza la información que proviene de nuestros sentidos.

La importancia de este constructo radica en lo propuesto por Pizam y Manfel (1999) al sostener que las características psicológicas de cada individuo son únicas, también **son únicas las**

percepciones que cada cual tendrá de un conjunto de atributos similares. Esto plantea un problema potencial para los educadores, el mismo mensaje puede ser interpretado de formas muy diferentes dependiendo de quién lo reciba.

2.2.8 La fenomenología.

Etimológicamente, la fenomenología proviene de dos palabras griegas *phainomenon* (fenómeno) y *logos* (estudio o tratado), en otras palabras, el estudio de los fenómenos. Con Husserl la fenomenología se convirtió en un método que se ocupa de describir cómo se construye el mundo y como se experimenta a través de los actos conscientes. La fenomenología debe describir lo que es dado en la experiencia inmediata, sin estar obstaculizado por preconcepciones y nociones teóricas.

La fenomenología permite la descripción de los significados de las experiencias vividas de las personas acerca de un fenómeno, para identificar la estructura principal de una experiencia vivida. La idea principal es **comprender** sus modos de ser y estar en el mundo. Distingue entre la experiencia y la esencia. La fenomenología consulta sobre la auténtica naturaleza o verdadero significado ya que no crea observaciones ni relatos empíricos o teóricos, sino que ofrece descripciones del espacio, del tiempo, del cuerpo y las relaciones humanas tal como las vivimos.

Para Husserl la fenomenología debe abordar y analizar un ámbito desplazado por la ciencia y que es condición de ella misma y de todo conocimiento: la vida activa de construcción, de sentido realizado por la subjetividad humana, proceso que fundamenta toda búsqueda de conocimiento. (Bolio, 2012)

Por tanto, la fenomenología se constituye como un método para revelar la intencionalidad humana respondiendo al sentido y significado social e histórico de sus resultados, buscando la verdad y la certeza que se haya en la conciencia que va más allá de la

ciencia. Por lo mencionado, Husserl rechaza a la ciencia por la que la ve sin intención y queriéndola controlar, dejando de tener significado para la persona, siendo necesario adentrarse a la conciencia, indagando lo esencial de la experiencia a través de una mirada intuitiva, imparcial, en donde se muestre el verdadero valor de la intención y la reflexión en el interior de cada persona, por lo que se debe observar y conocer al mismo tiempo a la persona como objeto y como sujeto.

2.2.8.1 Principios metodológicos de la fenomenología.

El término **Epojé**, proviene del griego que expresa contenerse, retenerse o abstenerse, a lo cual Husserl conoce “echarse para atrás” para mirar. La epojé distingue lo que pertenece a la conciencia y a los objetos; es decir, es la puesta entre paréntesis del supuesto de la actitud neutral, presente tanto en el acercamiento usual al mundo como en la propia labor de la ciencia: La aceptación del mundo como algo dado o de los hechos de este como una realidad en sí misma, existente más allá de la conciencia que los piensa, valora o siente (Villanueva, 2012). Practicar epojé, es entonces, abstenerse o prescindir.

Husserl en referencia a la **epojé fenomenológica**, nos plantea algunas precisiones de vital importancia, para entender a que nos estamos refiriendo. En primer lugar esta epojé es diferente de la psicológica porque es una desconexión de la tesis básica de la actitud natural que ésta no llega a hacer; en segundo lugar no significa –como muchas veces se ha mal interpretado– una destrucción del mundo, al modo cartesiano de la duda, sino como dice el mismo Husserl, significa tan solo una suspensión de juicio que se refiera a la actitud objetivante en que se encuentra el mundo en su cotidianidad, nuestras prácticas, por otro lado, continúan siendo las mismas; en tercer lugar, es distinta de la duda porque ésta supone en sí misma una tesis o toma

de posición respecto a lo existente, mientras que la *epojé* es una puesta entre paréntesis de cualquier postura tética con respecto a la existencia del mundo.

Otro de los principios es **la reducción fenomenológica**, el que supone abrirse a observar y describir las particularidades de la experiencia de la conciencia y entiende de manera sistemática como se compone este mundo subjetivo. El objetivo central es reconstruir los ejes articuladores de la vida de la conciencia, pero esto solo se puede hacer profundizando en su experiencia ya que se exige describir y comprender la experiencia desde su propia organización.

Lo primero que debemos hacer es no confundir reducción con *epojé*, no sólo porque son intrínsecamente diferentes sino porque su función también es distinta. La *epojé* es un modelo metodológico para quebrantar la actitud natural en su totalidad, es en su sentido fenomenológico y trascendental la neutralización crítica de la creencia en el mundo. El tema central de esta diferenciación es que en la actitud fundamental de la *epojé* es imposible eliminar la tensión entre el mundo fenomenológico y el mundo real, es decir, entre el mundo y la representación del mundo, entre la vida del yo natural y las cosas con las que se enfrenta. **La reducción trascendental**, en cambio, en tanto es una reflexión trascendental acerca de los procesos mismos de la subjetividad a la que está abocada, nos descubre a una subjetividad trascendental constituyente de sentido y validez. Sin embargo, insistimos en que *epojé* y reducción son solidarias.

Indiscutiblemente, la *epojé* y la reducción actúan juntas porque se complementan, no se podría descubrir la correlación universal entre el mundo y la conciencia que viene a ser la reducción o reflexión trascendental de la experiencia, en el que podemos apropiarnos de lo que antes no se había visto de ser sujeto y objeto a la vez. (Villanueva, 2014)

2.2.8.2 *Hermenéutica.*

Etimológicamente *hermenéutica* proviene del griego *hermeneuein*, que significa interpretar o comprender. Dado que no es el objetivo de este trabajo, el realizar una revisión

minuciosa del desarrollo histórico de la Hermenéutica, consideramos que si es importante mencionar que, su desarrollo data de la antigüedad con Aristóteles (384-322 a. de C.), pasando por el Renacimiento (XV-XVII), luego retomada por notables como Schleiermacher (1768-1834), Humboldt (1767-1835), Dilthey (1833-1911), Heidegger (1889-1976) y Gadamer (1900-2002), y que fue justamente Gadamer (1991) quien expuso claramente el intento filosófico, y no metodológico de su investigación, al explicar que la esencia de su indagación no es de ningún modo fijar una serie de normas o técnicas del proceso interpretativo como la hermenéutica más antigua. El objeto revelado del análisis gadameriano es más bien el de sacar a la luz las estructuras transcendentales del **comprender**, o sea, clarificar los modos de ser, en que se concreta el fenómeno interpretativo. Tampoco se propone exhibir una metodología normativa para las interpretaciones sino sólo suscitar un debate filosófico respecto a las condiciones de posibilidad de la comprensión y finalmente se propone ilustrar cómo en el comprender se realiza una experiencia de verdad y de sentido irreductibles al método del pensamiento científico moderno.

Al referirse a la hermenéutica, Dilthey afirma:

“La misión de la hermenéutica es descubrir (interpretar) los significados de las cosas, interpretar lo mejor posible palabras, textos, gestos y en general el comportamiento humano; así como, cualquier acto u obra suya, pero conservando su singularidad en el contexto de que forma parte” (Martinez, 2006 p. 102).

Dilthey indica que para cumplir con la objetividad que se sigue en toda investigación, el investigador debe ser capaz de mantenerse fuera de su propia historia para interpretar el significado de los otros (Sandin, 2003). Sin embargo, Smith (1993) indica que este supuesto es un desafío que se mantiene como preocupación central de los propios investigadores hermenéuticos ya que este proceso no tiene punto de comienzo y de final no arbitrario, es decir es un proceso circular.

Según Sandin (2003) a diferencia de la fenomenología la hermenéutica no se preocupa tanto por la interpretación del actor, sino que toma la acción como una vía para interpretar el contexto social de significado más amplio en el que está inmersa. Ray (1994) citado en Sandin (2003), distingue dos enfoques fundamentales en la fenomenología representados por **Husserl** que se centraba en la cuestión epistemológica “¿qué sabemos cómo personas?” y por **Heidegger** que se interesaba por la cuestión ontológica “¿qué es ser?”; enfatizando el primero, en la descripción y el segundo, en la comprensión.

2.2.8.3 La fenomenología hermenéutica en la educación.

Dado que la fenomenología es una forma para fundamentar las ciencias humanas y busca apreciar los significados de sus vivencias, debe apoyar el **quehacer educativo**, averiguando hasta encontrar experiencias compartidas y consensuadas de otros sujetos, siempre considerando la *epoché* (que es poner entre paréntesis los prejuicios) para así, extrapolar a las conclusiones, hacer reflexionar y tenerlas en cuenta en nuestras experiencias.

Desde la fenomenología, investigar es cuestionar el modo como experimentamos el mundo, por ello la pedagogía necesita de la hermenéutica para interpretar los fenómenos de la vida, con el fin de encontrar esa importancia pedagógica a las acciones realizadas de manera cotidiana en las aulas (Van Manen, 2003).

La fenomenología hermenéutica entra en conexión con la investigación educativa a partir de los años 70, donde se presenta como una filosofía que permite definir y reconceptualizar el objeto, el método y la naturaleza de la investigación sobre los fenómenos educativos. Max Van Manen, ha desarrollado y actualizado los aportes de la pedagogía fenomenológica y de la pedagogía hermenéutica. Se le considera el autor pionero en la formulación de la fenomenología hermenéutica como metodología de investigación educativa.

El valor fundamental de la investigación fenomenológica hermenéutica radica en su capacidad de acceder a la comprensión profunda de la experiencia humana investigada desde diversos ámbitos disciplinares.

La fenomenología hermenéutica asume como punto de partida y de llegada de la investigación el mundo de la vida. Este mundo de la vida es “el mundo tal como lo experimentamos inmediatamente de un modo pre reflexivo, y no tal como lo conceptualizamos o categorizamos, ni como reflexionamos sobre él” (Van Manen, 2003: 27). De esta forma aspira contrarrestar la tendencia a la excesiva abstracción teórica y alineación de la vida real a la que tiende la teoría pedagógica. La Fenomenología hermenéutica estudia el mundo de la vida mediante métodos de reflexión y escritura que acceden tanto a las dimensiones páticas como lógicas del conocimiento. Además, es necesario destacar que desde este enfoque no se plantean “problemas a resolver” sino interrogantes acerca del significado y sentido de determinada experiencia.

2.2.9 El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) como herramienta teórica para la valoración de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

A continuación, se presentan las ideas centrales del EOS, como línea de investigación en Didáctica de las Matemáticas, las mismas que han sido desarrolladas por Juan Godino, Vicenç Font, Carmen Batanero y otros colaboradores. Entendiendo los autores que para comprender y guiar la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática se requieren de nuevas herramientas teóricas.

2.2.9.1 La teoría de los significados sistémicos.

El punto de partida para el EOS, en la teoría de significados, está en postular que resulta insuficiente una definición para expresar el significado integral de un **objeto matemático**

(OM), de allí la necesidad de adoptar una teoría pragmática del significado. A partir de esto, a un OM se lo concibe como emergente de determinados tipos de prácticas, implementadas en una institución, donde su **significado** está íntimamente ligado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, por lo cual no se puede reducir el significado a su definición matemática.

El EOS, entiende por: OM, a todo aquello que se puede individualizar en Matemática, tal como un símbolo, un concepto, una propiedad, una representación, un procedimiento, etc., y denominan “**prácticas**” ... a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas (Godino, J. y Batanero, C., 1994)

Los significados, entendidos como sistemas de prácticas y por su utilización en el análisis didáctico, llevan a introducir una tipología básica que tiene un triple condicionamiento: institucional, personal y temporal. Los dos primeros se describen a continuación:

Tabla 12. Significados Institucional y Personal en el EOS

Significado Institucional	Descripción
De referencia	Lo que dicen las instituciones matemáticas y didácticas sobre el objeto (<i>textos, orientaciones curriculares, lo expresado por los “expertos”</i>)
Pretendido	Selección y delimitación de la parte específica que vamos a proponer a los estudiantes, considerando, por ejemplo: el tiempo disponible a la materia, los saberes previos, los medios y recursos.
Implementado	Lo que realmente tuvo lugar en la clase de matemática, considerando los ajustes necesarios.
Evaluable	La colección de tareas o cuestiones que incluimos en las pruebas de evaluación
Significado Personal	Descripción
Global	Al considerar, de nuestros estudiantes, la totalidad del sistema de prácticas personales que son capaces de manifestar potencialmente sobre un objeto matemático, lo que involucra sus conocimientos previos.
Declarado	Lo que en el proceso de enseñanza-aprendizaje los estudiantes darán cuenta, a través de un conjunto de prácticas efectivamente expresadas en las evaluaciones y actividades de clase.
Logrado	Al analizar el cambio que han sufrido los significados personales que tuvieron lugar al inicio con el que alcanzaron finalmente.

Fuente: Adaptado de Marcel Pochulu y Mabel Rodríguez, 2015

Esquemáticamente el EOS representa a estos significados de la siguiente manera:



Gráfico 15. Tipos de significados institucionales y personales interpretados como sistemas de prácticas

Fuente: EOS <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/configuraciones.html>

Las flechas centrales del gráfico 15 representan las relaciones dialécticas que se establecen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que supone una articulación progresiva entre los significados personales e institucionales. En esta línea, el EOS plantea (Godino. J., 1996) que la principal finalidad de la enseñanza sería el acoplamiento progresivo de los significados personales e institucionales.

De los sistemas de prácticas matemáticas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y que dan cuenta de su organización y estructura. Teniendo en cuenta la faceta institucional y personal que poseen los significados, también podemos hablar de “**objetos institucionales**”, cuando los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, mientras que, si corresponden a una persona o sujeto, serán calificados como “**objetos personales**”.

El EOS considera la siguiente **tipología de objetos matemáticos primarios**, intervinientes en los sistemas de practica:

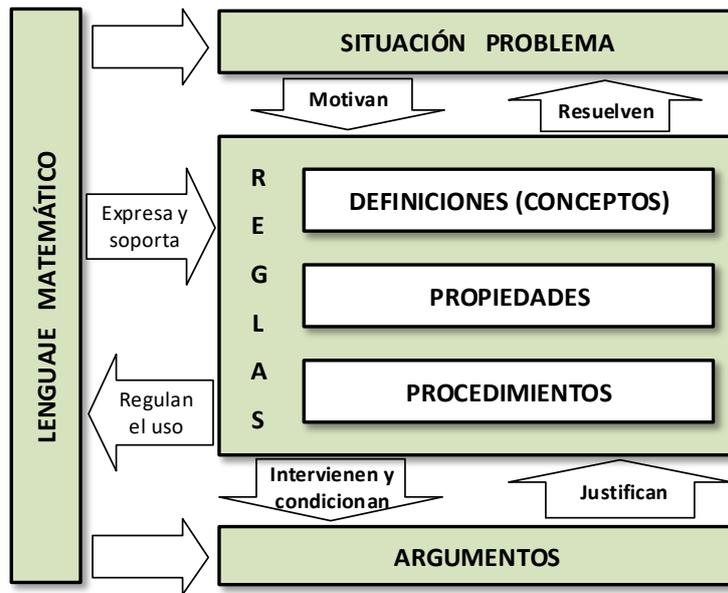


Gráfico 16. Componentes de una configuración epistémica/cognitiva

Fuente: EOS

- **Elementos lingüísticos:** Entendidos como los términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc. Presentados en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.)
- **Situación problema:** Actividades, tareas o ejercicios, tanto extra-matemático como intra matemático
- **Concepto-Definición:** Construcciones o elementos que son introducidos mediante definiciones o descripciones de un objeto.
- **Proposiciones-Propiedades:** enunciados o afirmaciones sobre los conceptos.
- **Procedimientos:** Corresponden a algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo o modos de ejecutar ciertas acciones.
- **Argumentos:** Enunciados y razonamientos usados para validar, justificar o explicar proposiciones, propiedades y los procedimientos, o la validez de la solución de un problema.

Estos 6 objetos matemáticos primarios están relacionados entre sí formando *redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas*, lo que en el EOS se conoce

con el nombre de **configuraciones**. Estas configuraciones pueden ser **epistémicas** si son redes de objetos institucionales o **cognitivas** si son redes de objetos personales.

2.2.9.2 La teoría de funciones semióticas.

El EOS considera que a un **objeto matemático** se lo debe entender en términos de lo que se puede hacer con él en una práctica matemática. Esta correspondencia se realiza a través de una **función semiótica** que tiene por antecedente a un objeto matemático, y como consecuente al sistema de prácticas matemáticas realizadas por una persona ante una cierta clase de **situación problema**.

De esta forma, la teoría de funciones semióticas establece que **el significado de un objeto matemático** es el par “**configuración epistémica/práctica que posibilita**”, siendo la definición del concepto matemático sólo uno de los componentes de la configuración epistémica. Donde cada par viene a constituir diferentes sentidos del concepto, mientras que el significado será el conjunto de todos los pares “configuración epistémica/práctica que posibilita” obtenidos.

Complementariamente, el EOS concibe a **la comprensión** básicamente como competencia y no tanto como proceso mental (Font, 2001), pues sostiene que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas. Esto es, cuando reconoce el campo de problemas en que se involucra el objeto matemático, aplica los conceptos, propiedades y procedimientos requeridos para realizar exitosamente las tareas, y utiliza el lenguaje y los argumentos apropiadamente en sus explicaciones.

2.2.9.3 La teoría de configuraciones didácticas.

El objetivo principal, en **la teoría de configuraciones didácticas**, es identificar en un proceso de instrucción matemática seis dimensiones o facetas que interactúan entre sí, y

analizarlas en cinco niveles. Este análisis permitirá disponer de información detallada de lo realmente acontecido para emitir juicios de adaptación o eficacia tendientes a dotar de idoneidad didáctica al proceso de enseñanza aprendizaje. Para ello se tendrá en cuenta el modelo, denominado “modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM) propuesto por Godino (2009), el mismo que articula las facetas con los niveles de análisis.

De esta forma EOS propone cinco niveles para el análisis didáctico matemático de procesos de estudio:

1. Identificación de prácticas matemáticas
2. Elaboración de configuraciones de objetos y procesos matemáticos
3. Análisis de trayectorias en interacciones didácticas
4. Identificación del sistema de normas y metanormas
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio



Gráfico 17. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica

Fuente: Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016, p. 295)

A continuación, desarrollamos brevemente cada nivel:

1. Identificación de **prácticas matemáticas**

En este nivel de análisis se pretende identificar las practicas matemáticas realizadas en el proceso de estudio analizado.

2. Elaboración de configuraciones de **objetos y procesos** matemáticos

La finalidad de este nivel de análisis lleva a discriminar entre los **seis OM primarios** que considera el EOS, los cuales se articulan en una configuración epistémica determinada: situación problema, lenguaje matemático, definiciones (conceptos), propiedades, procedimientos y argumentos. Dicho análisis también nos muestra **16 procesos matemáticos** que se ponen en marcha al realizar las prácticas, según el EOS: problematización, comunicación, enunciación, algoritmización, argumentación, definición, personalización-institucionalización, idealización-materialización, reificación-descomposición, generalización-particularización, y representación-significación. Ver gráfico 18.

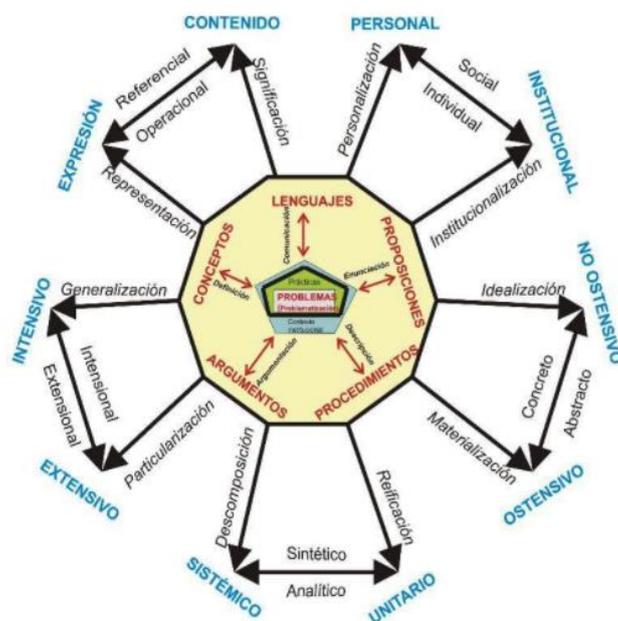


Gráfico 18. Configuración ontosemiótica de *prácticas*, *objetos* y *procesos matemáticos*

Fuente: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/index.html>

3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas

Considerando que la implementación de las prácticas matemáticas puede estar a cargo del profesor, de los estudiantes o bien distribuirse entre ambos, además de la configuración epistémica, hay que considerar las configuraciones docente y discente, de manera que la articulación de las tres constituye lo que se identifica como configuración didáctica. En

cada proceso de instrucción se produce **una trayectoria de configuraciones didácticas**, que a su vez se descompone en trayectorias más específicas, cuyo análisis lleva a la comprensión global de **la trayectoria didáctica** en su conjunto. Las tres trayectorias específicas que consideramos pueden agruparse en dos: **trayectoria epistémica** (distribución temporal de prácticas, objetos y procesos) y **trayectoria instruccional** (docente y discente). De esta última se describen cuatro tipos de configuraciones teóricas:

- Configuración **a-didáctica**, cuando el alumno y el docente logran que el primero asuma el problema planteado como propio, y entre en un proceso de búsqueda autónomo, sin ser guiado por lo que pudiera suponer que el profesor espera.
- Configuración **magistral**, se basa en la manera tradicional de enseñar matemática con exposición, seguida de ejercicios de aplicación de los contenidos presentados.
- Configuración **dialógica**, ocurre cuando el docente se encarga de la formulación y validación, mientras que los alumnos se responsabilizan de la exploración. La institucionalización tiene lugar mediante un diálogo entre docente y los alumnos, quienes han tenido ocasión de asumir la tarea como propia.
- Configuración **personal**, ocurre cuando el estudiante resuelve la situación problema sin intervención directa del docente. Predomina el estudio personal del estudiante.

De acuerdo con el EOS, se entiende por **conflicto semiótico** cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa. Los mismos se pueden clasificar como:

- Conflicto semiótico **epistémico**: si la disparidad se produce entre significados institucionales.
- Conflictos semióticos **cognitivo**: si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto.

- Conflicto semiótico **interaccional**: cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor).

4. Identificación del sistema de normas y metanormas

En D`Amore et al (2007) y en Godino et al (2009) se muestran diferentes criterios de clasificación de las normas que acontecen en un proceso de enseñanza y aprendizaje, tales como:

- El momento en el que intervienen: diseño curricular, planificación, implementación y evaluación.
- El aspecto del proceso de instrucción a que se refieren: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.
- Su origen: disciplina, escuela, aula, sociedad, etc.

De acuerdo con estos investigadores, las normas epistémicas se encuentran en los elementos de las configuraciones de objetos: situaciones problema, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos; los cuales regulan la práctica matemática en un marco institucional específico.

5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio

El EOS introduce la noción de **idoneidad didáctica** (Godino, 2011) como criterio sistémico para el diseño, implementación y valoración de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Dicha idoneidad supone la articulación coherente de seis idoneidades parciales: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

Para cada una de estas facetas o dimensiones, en el marco teórico se distinguen diversos componentes e indicadores empíricos, que expresan un conjunto de principios didácticos, concordantes con otros marcos teóricos usados en educación matemática. En el desarrollo de la

propuesta se han considerado los 4 tipos de situaciones problemas reportados por, Ramos y Font (2006)

Problemas no contextualizados: son los problemas netamente de contexto matemático.

Problemas de contexto evocado: (de aplicación, de consolidación o introductorio). refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, y que permite imaginar un marco o situación donde se da este hecho

Problemas de contexto simulado, estos problemas tienen su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características.

Problemas de contexto real, se refieren a la práctica real de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar.

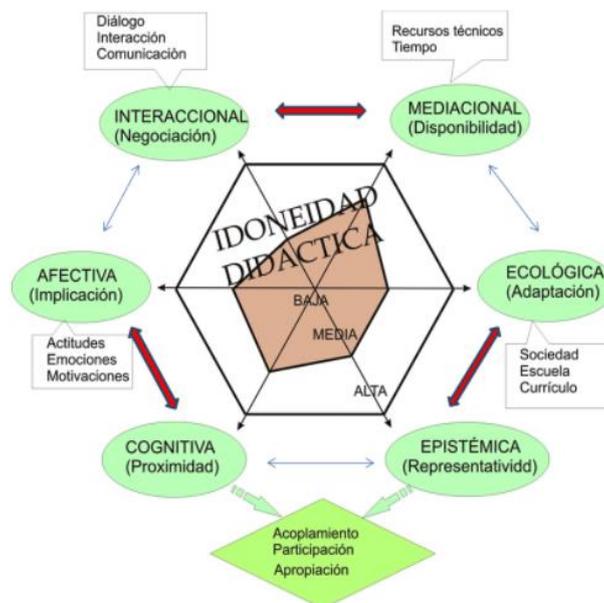


Gráfico 19. Idoneidad didáctica

Fuente: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/index.html>

3 CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1 Hipótesis central de la investigación

Para la prueba de hipótesis se consideró la hipótesis central siguiente:

H: La PC MAET tiene un efecto significativo en el desarrollo de competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

Se realizó la prueba de hipótesis T de Student, de comparación de medias de muestras relacionadas (media del puntaje de competencias matemáticas y de actitudes hacia la matemática, después de la aplicación de la propuesta curricular MAET - media del puntaje de competencias matemáticas y actitudes hacia la matemática, antes de la aplicación de la propuesta curricular MAET, o diseño antes y después), cuyo esquema es el siguiente:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \equiv \mu_d = 0$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \equiv \mu_d \neq 0$$

Cuya estadística de prueba es: $t = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{d}}} \rightsquigarrow t_{(n-1)}$

De igual manera se procedió a realizar las pruebas de hipótesis restantes para la competencia Matemática:

H1: La PC MAET tiene un efecto significativo en el desarrollo de competencia matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H0: La PC MAET no tiene un efecto significativo en el desarrollo de competencia matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H1: La Propuesta Curricular MAET tiene un efecto significativo en la dimensión **i** en el desarrollo de competencia matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H0: La Propuesta Curricular MAET no tiene un efecto significativo en la dimensión **i** en el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

Así como a realizar las pruebas de hipótesis restantes para las actitudes hacia la matemática:

H1: La Propuesta Curricular MAET tiene un efecto significativo en el desarrollo de las actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H0: La Propuesta Curricular MAET no tiene un efecto significativo en el desarrollo de las actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H1: La Propuesta Curricular MAET tiene un efecto significativo en la dimensión **i** en el desarrollo de actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H0: La Propuesta Curricular MAET no tiene un efecto significativo en la dimensión **i** en el desarrollo de actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

3.2 Variables e indicadores de la investigación

3.2.1 Definición y operacionalización de las variables cuantitativas.

3.2.1.1 La PC MAET desde un enfoque por competencias.

Definición conceptual: La PC MAET es el conjunto organizado de competencias, contenidos, metodologías, sistema de evaluación y recursos diseñados para la formación matemática en los cursos de Nivelación en Matemática, Matemática 1 y Matemática 2, que contribuyen a que los

estudiantes desarrollen sus competencias matemáticas, así como sus actitudes hacia la matemática.

Para el diseño de la PC MAET se tomó en cuenta en un primer nivel, las orientaciones del paradigma Socio Cognitivo, así como los fundamentos del Pragmatismo, y en un segundo nivel, para concretar la propuesta desde la Educación Matemática se consideró el Enfoque Funcional de las Matemáticas (Niss, Freundental), el Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero y Font), la Teoría de los Registros Semióticos (Duval), la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud), la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brusseau), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevalard), entre otros.

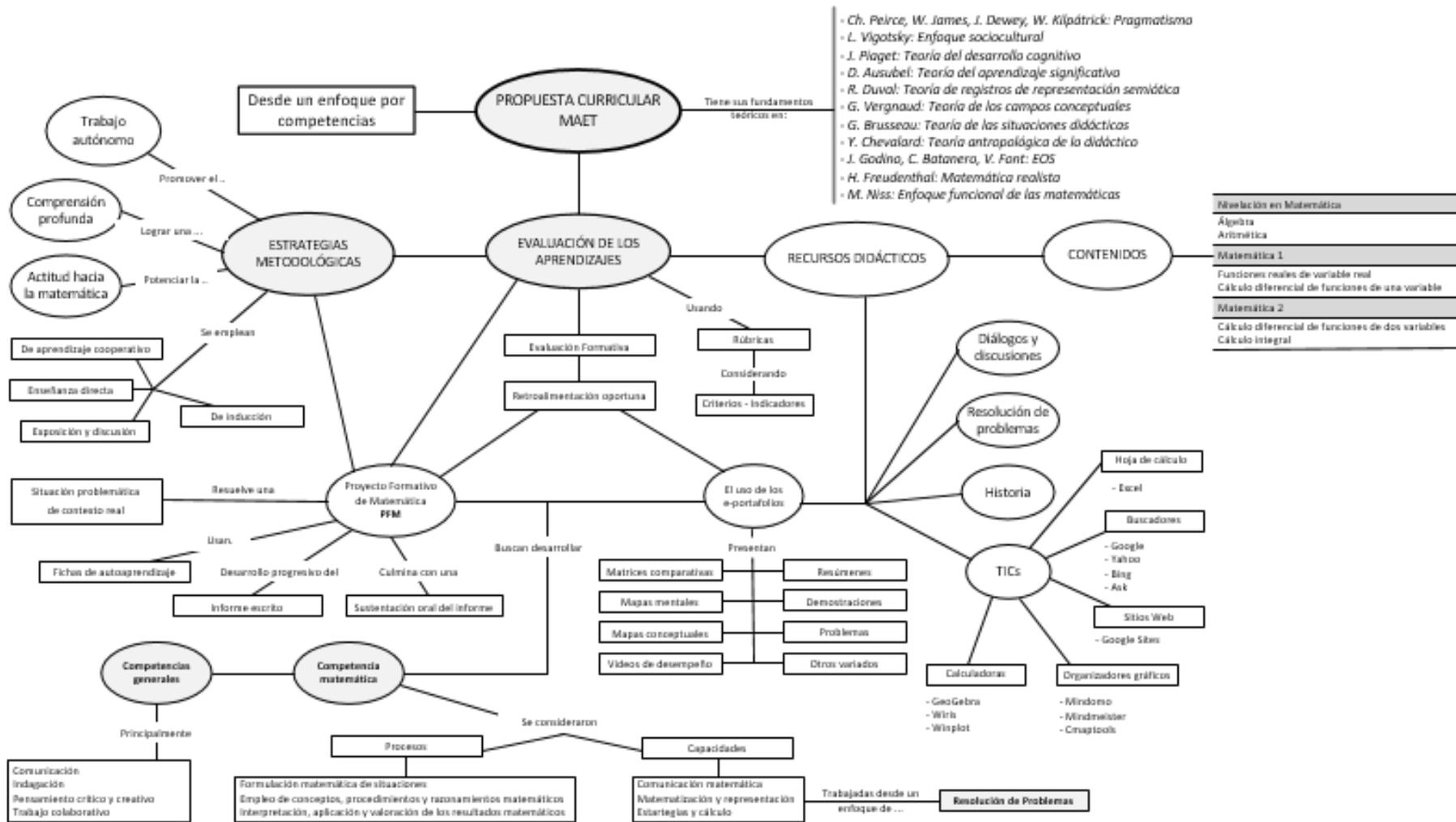


Gráfico 20. Propuesta Curricular MAET.

Fuente: Elaboración propia

Los componentes principales sobre los cuales enfatizo en el diseño de la PC MAET fueron las **estrategias metodológicas** y **el sistema de evaluación**. En el primero, se consideraron un conjunto variado de estrategias y recursos didácticos, orientados a lograr: una comprensión profunda de conceptos y procedimientos matemáticos, así como del pensamiento crítico y de nivel superior de los estudiantes; a través de los enfoques de la enseñanza activa y el nuevo rol del docente. Para ello se diseñó un conjunto de situaciones problemáticas de contexto real para ser usadas en los tres cursos donde se aplicó la PC MAET: Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2, en la Facultad de Negocios.

El segundo, se contempló un conjunto variado de herramientas, entre ellos el PFM y el e-portafolio. El PFM integra la elaboración grupal de un informe a lo largo del semestre y una sustentación oral del mismo; el e-portafolio, recoge un conjunto de desempeños tales como organizadores gráficos, matrices comparativas, videos de desempeño, usando para ambos las TICs (GeoGebra, Wiris, buscador Google, hojas de cálculo Excel, etc.). Este componente se caracterizó por proponer: una retroalimentación oportuna, ser formativa, criterial, y sumativa.

Para el diseño de la PC MAET se enfatizó en el desarrollo de competencias matemáticas (comunicación matemática, matematización y representación y estrategias y cálculo) y competencias generales o transversales (comunicación, indagación, pensamiento crítico y creativo y trabajo colaborativo).

3.2.1.2 La competencia matemática.

Definición conceptual: La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el

mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan. (OECD, 2016, p.74)

Definición operacional: Puntaje total global de la prueba y niveles de competencia matemática en base a los cuartiles en cada una de las capacidades matemáticas fundamentales adaptadas de PISA para este fin, tal como se muestra en la tabla 13.

3.2.1.3 Las actitudes hacia la matemática.

Definición conceptual: fenómeno que involucra sentimientos (componente afectivo), creencias (componente cognitivo) y las tendencias de los alumnos a actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemática (componente comportamental) (Bazán, 1996, p25).

Definición operacional: Se considerará las dimensiones tales como: dimensión afectividad (I), que refleja el agrado o desagrado hacia el curso de matemática, dimensión aplicabilidad (II), que refleja la valoración al curso de matemática, dimensión habilidad (III) que refleja la confianza en la propia habilidad matemática y dimensión ansiedad (IV) que refleja las reacciones comportamentales de ansiedad frente al curso, tal como se muestra en la tabla 14.

3.2.1.4 Comprensión lectora de los estudiantes.

Definición conceptual:

Es la capacidad de captar el sentido del contenido de los mensajes escritos. La comprensión de lectura está determinada por la capacidad que tiene el lector para captar o aprehender las ideas o conocimientos contenidos en las palabras o grupos de palabras. Se trata de un tipo de comprensión, por el cual el individuo sabe lo que se le está comunicando, y hace uso de los materiales e ideas que se le transmiten, sin tener que relacionarse necesariamente con otros materiales o percibir la totalidad de sus implicaciones. (Sanchez, 2013).

Definición operacional: se abordará desde el modelo de construcción e integración (Kintsch, 1998) se trabajará en tres dimensiones, textual, pragmática y crítica a partir del modelo de evaluación de Riffo y Veliz (2011).

Para la medición de la comprensión lectora se utilizará un instrumento desarrollado por Riffo 2011, que evalúa mediante ítems de selección múltiple, los aspectos textuales, pragmáticos y críticos implicados en la comprensión lectora. La prueba es una batería conformada por 14 ítems, tal como se muestra en la tabla 15.

Tabla 13. Definición operacional de la variable Competencia Matemática

CAPACIDADES MATEMATICAS	ÍTEMS	PROCESO MATEMÁTICO	CONTEXTO	CONTENIDO
Comunicación Matemática	CM3	Interpretación	Social	Cantidad
	CM12	Interpretación	Social	Cambio y relaciones
	CM13	Formulación	Social	Cambio y relaciones
	CM14	Formulación	Social	Cambio y relaciones
	CM15	Interpretación	Social	Cambio y relaciones
Matematización y Representación	CM1	Empleo	Social	Cantidad
	CM 2	Empleo	Social	Cantidad
	CM 4	Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 5	Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 6	Interpretación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 10	Formulación	Social	Cantidad
	CM 11	Formulación	Social	Cambio y relaciones
Estrategias y Cálculo	CM 7	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 8	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 9	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 16	Empleo	Personal	Cantidad
	CM 17	Empleo	Personal	Cantidad
	CM 18	Empleo	Profesional	Espacio y forma
	CM 19	Empleo	Profesional	Espacio y forma
	CM 20	Empleo	Profesional	Espacio y forma

Fuente: Eyzaguirre, Bazán y Cardoso (en prensa). Ver anexos

Tabla 14. Definición operacional: Categorías de Actitud en base a percentiles del puntaje de EAHM-U

DIMENSION	DESCRIPCIÓN	ÍTEMS	PUNTAJE EAHM-U	CATEGORÍAS
Afectividad	Refleja el agrado o desagrado hacia el curso de matemática. Si un alumno tiene más afecto por la matemática es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	10, 15, 17, 19, 22, 28, 32, 34	Las calificaciones se basarán en la recodificación que se hace de las expresiones TD : Totalmente en desacuerdo D : En desacuerdo I : Indiferente A : Acuerdo TA : Totalmente de Acuerdo En base al sentido de la escala (si es negativo o positivo)	Categorías de Actitud en base a percentiles de la EAHM-U P ₂₀ P ₄₀ P ₆₀ P ₈₀ Muy favorable Favorable Indiferente Desfavorable Muy desfavorable
Aplicabilidad	Refleja la valoración al curso de matemática en términos de su aplicabilidad. Si un alumno perciba que la matemática es aplicada es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	6, 9, 13, 20, 30, 33, 3, 16, 21		
Habilidad	Refleja la confianza en la propia habilidad matemática. Si un alumno presenta una mayor habilidad es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	1, 2, 5, 7, 8, 12, 25, 31		
Ansiedad	Refleja las reacciones comportamentales de ansiedad frente al curso. Si un alumno presenta una mayor aversión o conductas de ansiedad frente al curso es esperada una peor actitud hacia el curso de matemática.	4, 11, 14, 18, 27, 23, 24, 26, 29		

ítems positivos: 1,2,3,6,8,9,10,11,16,17,18,19,22,24,25,26,27,31. Ver anexos

Tabla 15. Definición operacional: Comprensión Lectora

DIMENSION	CÓDIGO	N° ÍTEM EN LA NUEVA VERSION	TIPO	INDICADOR	DESCRIPCIÓN
TEXTUAL	CLA11	3	Original	A1	Recuperar o reconocer significado
	CLIP12	2	Original	A2	Generar significado
	CLP21	7	Original	B1	Identificar o relacionar predicados y argumentos
	CLMI11	13	Creado	C1	Establecer relaciones de coherencia referencial;
	CLMA21	5	Original	D2	Establecer relaciones de coherencia condicional
	CLMA22	6	Original		
	CLMA23	8	Original		
	CLMA23	12	Creado		
	CLMA23	14	creado		
	CLMA31	10	Original	D3	Establecer relaciones de coherencia funcional;
CLMA41	4	Original	D4	Determinar la organización lógica de los contenidos y de las estructuras (formatos) textuales.	
PRAGMÁTICA	CP31	1	Creado	E3	Determinar los propósitos del texto;
CRÍTICA	CC11	11	Creado	F1	Transferir información; recontextualizar información, utilizar la información para resolver problemas y realizar otras actividades de naturaleza reflexiva)
	CLC12	9	Creado		

Fuente: Riffo 2011

3.2.2 Definición y categorización de las variables cualitativas.

3.2.2.1 Creencias de los docentes sobre competencias matemáticas.

Definición conceptual:

La noción de sistema de creencias del docente intenta dar cuenta de la forma de conocer del proceso y de los procesos interpretativos a través de los cuales dota de significado a las situaciones en las que se encuentra y que le permiten dirigir su acción. Los tres componentes del sistema de creencias: las ideas núcleo, las perspectivas de acción y los argumentos, explican tanto aspectos cognitivos como afectivos de las creencias y permiten una comprensión de situaciones reales (Llinares, 2000, p. 113)

Las creencias sobre competencia matemática, considerará las ideas núcleo, las perspectivas de acción y las razones que tienen los docentes del curso de matemática de pregrado, en lo que se refiere a la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, el diseño curricular y las acciones que se realizan para incorporar dichas creencias en el diseño curricular con enfoque de competencias.

Para la recolección de los datos se utilizará un cuestionario abierto semi estructurado de las creencias sobre competencias matemáticas, adaptado de la guía de entrevista semi estructurada de Donoso (2015). Para el procesamiento de los datos se utilizó como técnica el análisis de contenido de respuestas grabada en formato de video y des grabada en formato texto.

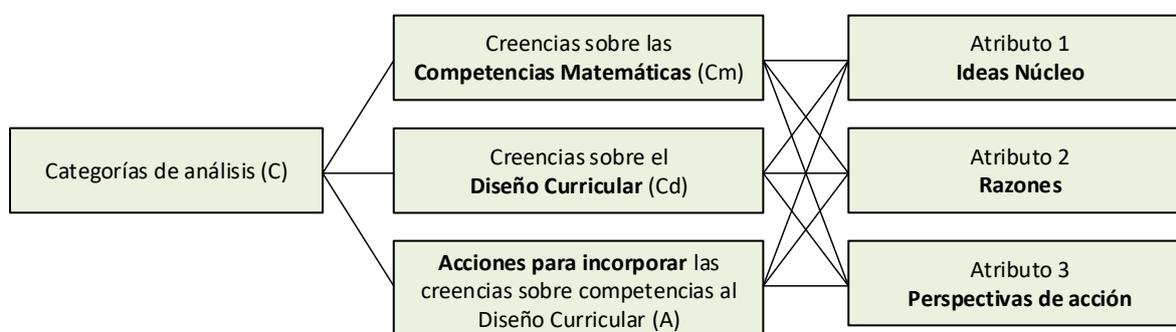


Gráfico 21. Categorías de análisis de creencias sobre competencias matemáticas

Fuente: Elaboración propia

3.2.2.2 Percepciones de los estudiantes sobre el desarrollo de la PC MAET

Definición conceptual

Es el proceso por el cual un estudiante organiza la información sensorial con la finalidad de crearse una imagen significativa de los objetos y procesos matemáticos desarrollados en la PC MAET. (adaptado de Woolfolk, 1999; Pizam y Mansfeld, 1999; Hellriegel & Slocum, 2009; Robbins, 2009; Papalia y Wendkos, 2009).

El análisis de las percepciones de los estudiantes, que participaron en el desarrollo de la PC MAET, consideró: la delimitación de las unidades temáticas, la determinación del tema central en las unidades temáticas y la expresión del tema central en lenguaje científico. Todo esto para las categorías metodológica y evaluativa. A partir de lo cual se estructuró la fisonomía individual de cada estudiante informante.

Para el procesamiento de los datos se utilizó como técnica el análisis de contenido de respuestas grabada en formato de video y des grabada en formato texto.

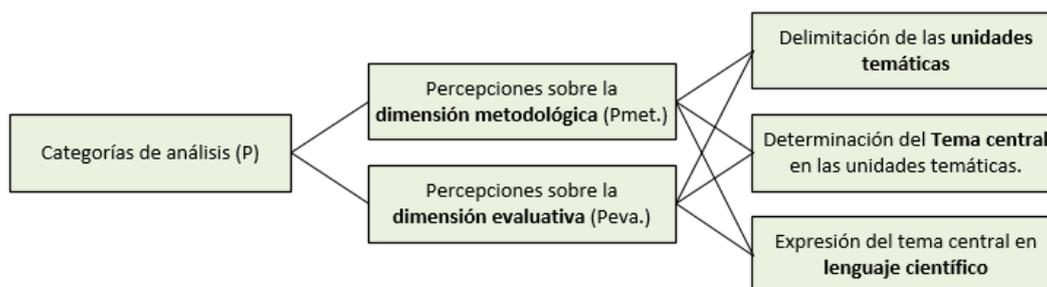


Gráfico 22. Categorías de análisis de las percepciones de los estudiantes sobre la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

3.2.2.3 Idoneidad de los materiales y productos empleados durante la PC MAET.

La **idoneidad** se define como criterio sistémico para el diseño, implementación y valoración de los materiales empleados y los productos elaborados por los estudiantes, en las sesiones de enseñanza aprendizaje durante la implementación de la PC MAET. Dicha idoneidad

supone para este trabajo de investigación la articulación coherente de dos idoneidades parciales: la epistémica y la cognitiva.

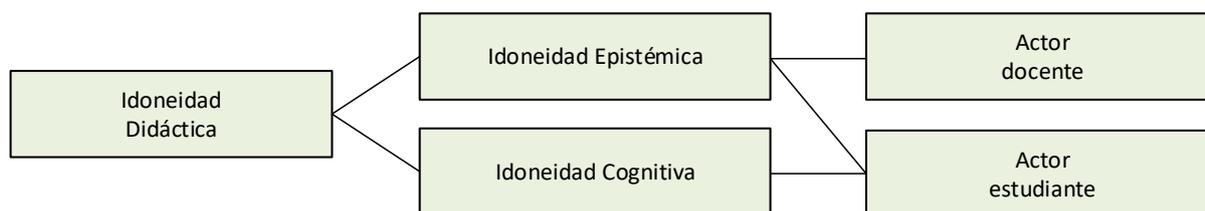


Gráfico 23. Idoneidad de materiales empleados y productos elaborados durante la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

3.3 Métodos de la investigación

En esta investigación se consideró emplear los procesos del método mixto, específicamente el que considera al anidado concurrente de varios niveles (DIACNIV) (Hernández, Fernández, Baptista, 2014).

Esta metodología implica un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos que implican la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, que atiendan al problema complejo en estudio, con el fin de realizar inferencias para lograr una mejor comprensión de este.

Esta metodología permite utilizar como evidencia datos numéricos, verbales, textuales, visuales, simbólicos y de otras clases, a fin de tener una visión más completa del estudio

3.4 Diseño o esquema de la investigación

Diseño anidado concurrente de varios niveles

En este tipo de diseño la recolección de datos cuantitativos y cualitativos se realizó en diferentes niveles y momentos, como se muestra en la gráfica adjunta.

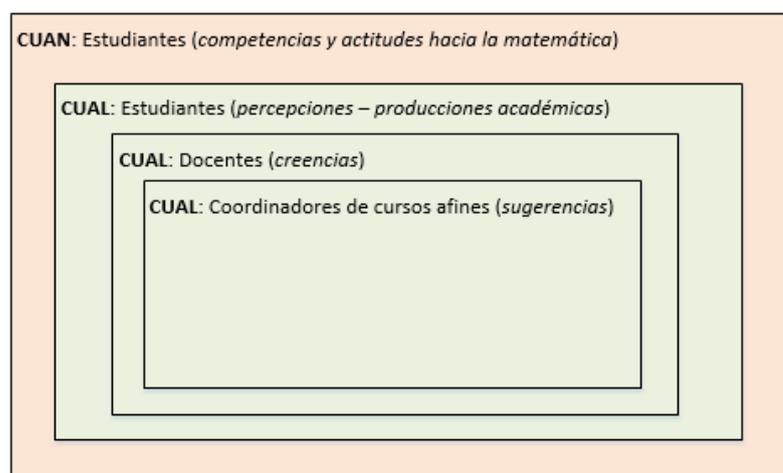


Gráfico 24. Tipo de diseño

Fuente: Elaboración propia

Diseño de la investigación cuantitativa:

Diseño experimental: Preexperimental

O1	X	O2
-----------	----------	-----------

Donde:

- O1:** Competencia matemática / actitudes hacia la matemática de los estudiantes, antes de la aplicación de la PC MAET
- X:** La PC MAET
- O2:** Competencia matemática / actitudes hacia la matemática de los estudiantes, después de la aplicación de la PC MAET

Diseño de la investigación cualitativa

Para el diseño cualitativo se planificó: trabajar entrevistas individuales a **estudiantes** para conocer sus percepciones sobre la PC MAET y analizarlas con el enfoque fenomenológico, así mismo, analizar las producciones académicas desarrolladas por los estudiantes organizados en grupos a lo largo de la investigación, a través de la idoneidad didáctica del Enfoque Ontosemiótico. En el caso de los **docentes** realizar una entrevista para conocer sus creencias sobre la competencia matemática y en el caso de los **coordinadores de los cursos afines**,

entrevistarlos para conocer sus sugerencias para organizar la PC MAET, la información de ambos casos fue analizada usando el enfoque fenomenológico.

3.5 Población y muestra

La población estuvo constituida por estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales, de Estudios Generales de una universidad particular de Lima, durante la implementación de la investigación desarrollada en los ciclos 2016-02 al 2017-02.

La muestra estuvo constituida por los alumnos de la Facultad de Ciencias Empresariales de pregrado regular, en una universidad privada de Lima, que ingresaron el 2016-02 y que estudiaron los cursos de Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2 del periodo 2016-02 al periodo 2017-02 en forma regular. Se excluyeron a los alumnos que provienen de: traslados internos y externos y/o de segunda y tercera matrícula.

En el caso de los docentes, participaron aquellos profesores de Estudios Generales que desarrollaron alguno de los cursos antes mencionados dictados durante el periodo en el que se desarrolló la investigación; cuyos perfiles profesionales fue: matemático puro, licenciado en educación con especialidad en matemática e ingeniero con experiencia en la enseñanza de la matemática, todos ellos con maestría en matemática o educación matemática.

Así mismo en la investigación participaron los responsables académicos de los cursos de especialidad, relacionados con el área de matemática (contabilidad, finanzas y negocios) y otros docentes del área de matemática que contribuyeron con sus aportes para las diferentes fases de la implementación de la investigación.

3.6 Actividades del proceso investigativo

Las actividades del proceso investigativo se organizaron y desarrollaron en las siguientes fases:

Actividades de la investigación cuantitativa

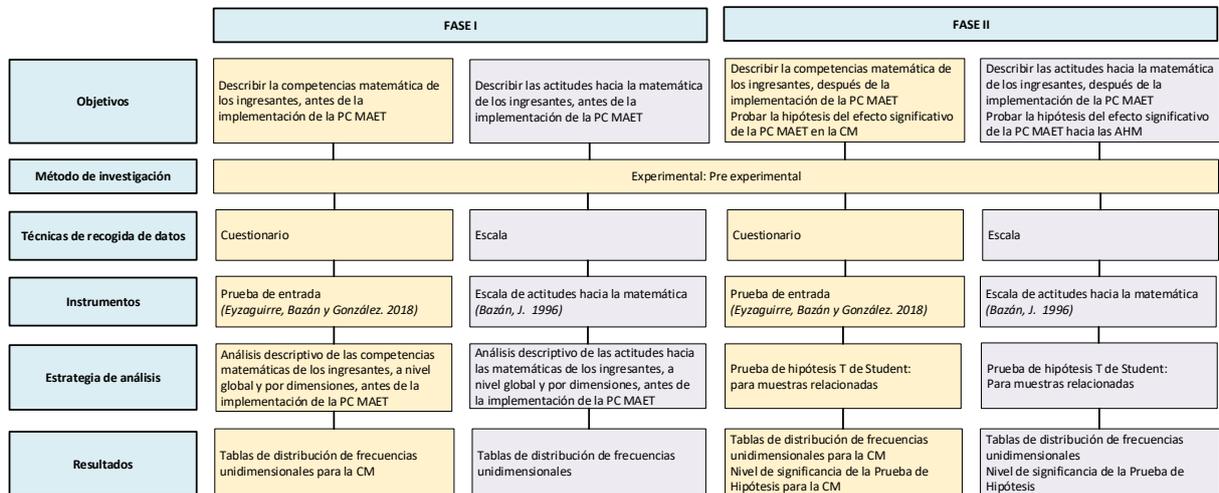


Gráfico 25. Esquema general de la metodología cuantitativa

Fuente: Elaboración propia

Actividades para la investigación cualitativa

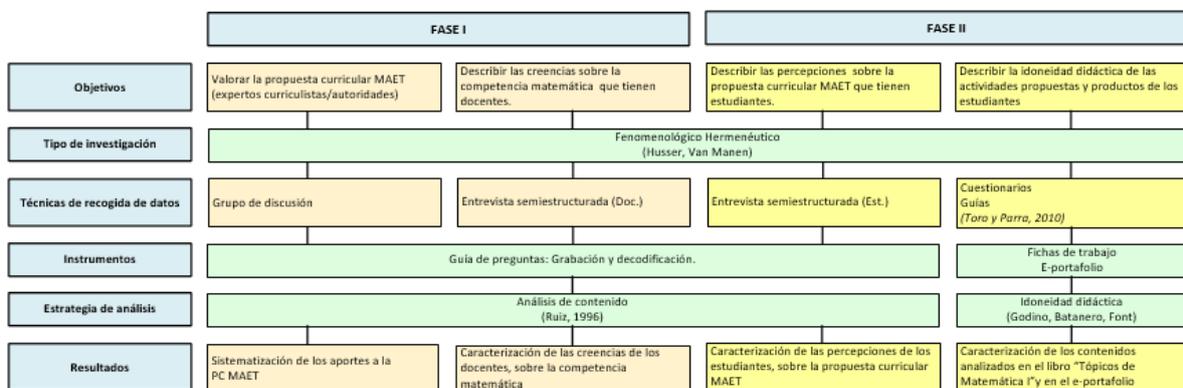


Gráfico 26. Esquema general de la metodología cualitativa

Fuente: Elaboración propia

3.7 Técnicas e instrumentos de la investigación

3.7.1 Cuantitativo

3.7.1.1 La escala de actitudes hacia la matemática.

El test utilizado en el presente trabajo fue diseñado y analizado por Bazán (1997), con el objetivo de presentar la construcción de una escala de actitudes y su aplicación al estudio de **actitudes hacia la matemática** en la UNALM.

El autor define **la actitud hacia la matemática** como el fenómeno que involucra sentimientos (componente afectivo), creencias (componente cognitivo) y las tendencias de los alumnos a actuar de manera particular acercándose o alejándose del objeto matemática (componente comportamental).

En el constructo de la actitud hacia la matemática el autor identifica a su vez otros constructos, que pueden identificar aspectos que definen dimensiones de actitud, como:

Tabla 16. Características de la Actitud hacia la Matemática.

Dimensiones	Características
Afectividad	Agrado o desagrado en el curso de matemática
Aplicabilidad	valoración al curso de matemática
Habilidad	Confianza en la propia actividad matemática
Ansiedad	Reacciones comportamentales frente al curso

Fuente: Elaboración propia

Así mismo, establece que la actitud hacia la matemática, enfatizada en una dimensión dada puede ser favorable o no, dependiendo de la actitud en dicha dimensión. Con esto postula que los puntajes en las dimensiones son sumativos.

En su diseño esta prueba fue sometida en primer lugar al estudio de **validez**, haciendo énfasis en la validez de contenido y de constructo, en segundo lugar se le realizó el estudio de la **confiabilidad** de la prueba, mediante el coeficiente Alfa de Cronbach y en último lugar el estudio de la **diferenciabilidad** de la prueba, presentando los procedimientos para establecimiento de baremos (tablas de normas), diferenciadas en función al análisis diferencial según propiedades muestrales que se consideraron pertinentes.

Tabla 17. Distribución de los ítems en la EAHM, según su sentido.

Nº	Sentido	Dimensión	Nº	Sentido	Dimensión
1	Negativa	III	18	Negativa	IV
2	Positiva	III	19	Positiva	I
3	Positiva	II	20	Negativa	II
4	Positiva	IV	21	Positiva	II
5	Positiva	III	22	Positiva	I
6	Positiva	II	23	Negativa	IV
7	Positiva	III	24	Negativa	IV
8	Positiva	III	25	Negativa	III
9	Positiva	II	26	Positiva	IV
10	Negativa	I	27	Negativa	IV
11	Positiva	IV	28	Positiva	I
12	Negativa	III	29	Negativa	IV
13	Negativa	II	30	Negativa	II
14	Negativa	IV	31	Positiva	III
15	Negativa	I	32	Negativa	I
16	Positiva	II	33	Positiva	II
17	Negativa	I	34	Positiva	I

Fuente: Elaboración propia, en base a Bazán (1996)

Tabla 18. Distribución de ítems por dimensiones, por totales y por sentido

Dimensiones	Totales	Sentido +	Sentido -
Afectividad (D1)	8	4	4
Aplicabilidad (D2)	9	6	3
Habilidad (D3)	8	5	3
Ansiedad (D4)	9	2	7
Total	34	17	17

Fuente: Elaboración propia, en base a Bazán (1996)

Tabla 19. Listado de ítems según dimensiones

Dimensiones	Ítems	Total
Afectividad (D1)	10, 15, 17, 19, 22, 28, 32, 34	8
Aplicabilidad (D2)	6, 9, 13, 20, 30, 33, 3, 16, 21	9
Habilidad (D3)	2, 5, 8, 25, 31, 1, 7, 12	8
Ansiedad (D4)	4, 11, 14, 18, 27, 29, 23, 24, 26	9

Fuente: Elaboración propia, en base a Bazán (1996)

Estandarización:

- Tipo de aplicación: La escala de actitudes hacia la matemática es un instrumento de 34 ítems, en una escala de Lickert de 5 valores. La aplicación es individual y colectiva.
- Límite de tiempo: La duración es de 15 minutos como máximo, pues se espera una respuesta rápida sin posibilidad de elaborar juicios, enfatizando el aspecto valorativo antes que cognoscitivo.
- Escalamiento: Las calificaciones se basan en la recodificación que se hace de las expresiones TD (totalmente en desacuerdo), D (en desacuerdo), I (indiferente), A (acuerdo) y TA (totalmente de acuerdo) en base al sentido de la prueba (si es sentido negativo o positivo), asignándose un valor de 1, 2, 3, 4, y 5 respectivamente y en ese orden si se trata de ítem negativo, y de 5, 4, 3, 2 y 1 respectivamente y en ese orden si se trata de un ítem positivo. Los puntajes altos cuando más altos denotan mayor actitud negativa y los puntajes bajos, cuando más bajos, mayor actitud positiva.

Plan de análisis:

El procesamiento de los datos que se obtuvieron en test de actitudes lo realizamos mediante el software estadístico SPSS (Statistical Package Socials Sciences), versión 24 para entorno Windows.

3.7.1.2 Cuestionario: Evaluación Diagnóstica de la competencia matemática.

Para evaluar el nivel de logro sobre la competencia matemática en estudiantes ingresantes a la universidad, se utilizó la Evaluación Diagnóstica de la Competencia Matemática para Universitarios, que fue diseñada y validada por Eyzaguirre, Bazán y González, y publicada en el 2017.

En su diseño este instrumento fue sometido a la **validez de contenido** mediante jueces y V-Aiken para analizar el consenso, en segundo lugar, se realizó **la validez de constructo**

mediante el análisis confirmatorio-CFA (Lee e Idriz, 2017), y en último lugar se analizó la **consistencia interna** la correlación ítem/puntaje total, mediante el software SPSS versión 24.

La misma permitió registrar el nivel de logro de la competencia matemática en términos de:

Competencias específicas:

Comunicación matemática, matematización y representación y estrategias y cálculo.

Procesos:

Formulación, Empleo e interpretación.

Contenidos matemáticos:

Cantidad, Cambio y relaciones y Espacio y forma

Contextos matemáticos:

Social, profesional, personal y científico.

A continuación, se muestra la clasificación de cada ítem, según la dimensión evaluada en la prueba:

Tabla 20. Ítems por dimensión de la Prueba Diagnóstica

Ítem	Competencia específica	Proceso matemático	Contexto	Contenido
CM3	Comunicación matemática	Interpretación	Social	Cantidad
CM12		Interpretación	Social	Cambio y relaciones
CM13		Formulación	Social	Cambio y relaciones
CM14		Formulación	Social	Cambio y relaciones
CM15		Interpretación	Social	Cambio y relaciones
CM1	Matematización y Representación	Empleo	Social	Cantidad
CM 2		Empleo	Social	Cantidad
CM 4		Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
CM 5		Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
CM 6		Interpretación	Profesional	Cambio y relaciones
CM 10		Formulación	Social	Cantidad
CM 11		Formulación	Social	Cambio y relaciones
CM 7	Estrategias y Cálculo	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
CM 8		Empleo	Científico	Cambio y relaciones
CM 9		Empleo	Científico	Cambio y relaciones
CM 16		Empleo	Personal	Cantidad
CM 17		Empleo	Personal	Cantidad
CM 18		Empleo	Profesional	Espacio y forma
CM 19		Empleo	Profesional	Espacio y forma
CM 20		Empleo	Profesional	Espacio y forma

Fuente: Eyzaguirre, L., Bazán, M., González, J. (2017).

Estandarización:

La Prueba Diagnóstica estaba conformada por 20 ítems, se diseñó para ser aplicada durante 90 minutos. Presentó tres tipos de preguntas: para seleccionar alternativa, para completar la respuesta y para desarrollar.

3.7.2 Cualitativo

Según Guardián-Fernández (2007):

El propósito de las técnicas cualitativas es la obtención de información fundamentada en las percepciones, creencias, prejuicios, actitudes, opiniones, significados y conductas de las personas con que se trabaja. La complejidad de este tipo de técnicas de investigación requiere de la utilización de varias de ellas en un mismo proyecto, ... (p. 196)

Para nuestro trabajo de investigación, consideraremos complementar con 3 de estas técnicas: la entrevista semiestructurada, los grupos de discusión y el análisis de contenido.

3.7.2.1 Entrevista semi estructurada.

Para Barrantes (1999), **la entrevista** es una conversación, generalmente oral, entre dos personas, de los cuales uno es el entrevistador y el otro el entrevistado. El papel de ambos puede variar según el tipo de entrevista. (pp.194)

De acuerdo con Bisquerra. (2004), las entrevistas se pueden clasificar:

Entrevista estructurada: Tiene como característica una planificación previa de las preguntas. Existe un guion preestablecido que sigue una secuencia y dirección. El entrevistado tiene poca opción para realizar comentarios u opiniones. Las preguntas serán cerradas las mismas.

Entrevista semiestructurada: El investigador antes de la entrevista se prepara un guion temático sobre lo que quiere que se hable con el informante. Las preguntas que se proponen son abiertas. El informante puede expresar sus opiniones, matizar sus respuestas, e incluso desviarse del guion inicial, cuando aparezcan temas emergentes por explorar. El investigador debe mantener la atención adecuada para introducir en las respuestas del informante los temas que

interesan en la investigación. Durante la entrevista, el investigador puede relacionar unas respuestas del informante sobre una categoría con otras que van fluyendo en la entrevista y construir nuevas preguntas enlazando temas y respuestas.

Entrevistas no estructuradas o abiertas: Se realizan sin un guion previo, el referente para el investigador es el tema de estudio. Este tipo de entrevista demanda que el entrevistador conozca del tema para que las preguntas se orienten a enriquecer la información relacionada con la investigación.

Para recoger la información en nuestra investigación, se consideró la entrevista semiestructurada porque ella permite focalizar el tema y a la vez, ampliar la información con preguntas no planificadas.

3.7.2.1.1 El caso de las creencias de los docentes.

Para recoger la información sobre las creencias de los docentes, se utilizó la entrevista semiestructurada, adaptada de Guzmán (2015); la misma tiene tres aspectos fundamentales: primero, en las creencias sobre la competencia matemática que tienen los docentes de matemática de la Universidad donde se aplicó la investigación, luego, en las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias y, finalmente, en las acciones de los docentes para incorporar dichas creencias en el diseño curricular con enfoque en competencias. Para nuestra investigación, fue validada mediante criterio de jueces y aplicada a los docentes, antes de la intervención de la PC MAET.

3.7.2.1.2 El caso de las opiniones/sugerencias de los coordinadores de los cursos afines

En el caso de los coordinadores de los cursos afines a los de matemática, de la Facultad de Negocios, la entrevista semiestructurada fue elaborada por el investigador, con el objetivo de recoger sugerencias formativas a ser incorporadas en el diseño de la PC MAET; para ello se

indagó sobre las capacidades/habilidades y contenidos, que deben desarrollar los estudiantes para enfrentar con éxito los cursos de especialidad y su futura vida profesional; finalmente, se recogieron sugerencias para potenciar la formación matemática de los estudiantes. La guía de la entrevista fue validada por criterio de jueces y aplicada a 3 coordinadores, antes de la intervención de la PC MAET.

3.7.2.1.3 El caso de las percepciones de los estudiantes.

En el caso de los estudiantes, la entrevista semiestructurada fue elaborada por el investigador, con el objetivo de conocer las percepciones sobre la PC MAET. Las categorías de análisis a priori fueron: metodología, evaluación y valoración de la propuesta, con un total de 12 ítems. La entrevista, fue validada mediante criterio de jueces, y aplicada a los estudiantes, después de la intervención de la PC MAET.

3.7.2.2 Grupo de discusión.

Sabemos que un grupo de discusión nos permite, si utilizamos un procedimiento adecuado, recabar información relevante, pertinente y muy rica para alcanzar el propósito de una investigación cualitativa. En este trabajo de investigación, nos referiremos genéricamente a los grupos de discusión, entendiendo incluyen a los Grupos Focales y a las Entrevistas Grupales. (Guardián-Fernández, 2007).

El grupo focal, siguiendo a Martínez es una modalidad de los grupos de discusión que se caracteriza por centralizar-focalizar- su atención e interés en un tema específico de la investigación, es decir, es una temática *que es propio (se desprende) del tema central de estudio*. Es de “discusión” porque realiza su trabajo de búsqueda mediante la *interacción* discursiva y la comparación o contraste de las opiniones de las y los miembros del grupo. (p.231)

El *grupo focal de discusión* es “**focal**” porque *focaliza* su atención e interés en un tema específico de estudio e investigación *que le es propio*, por estar cercano a su pensar y sentir; y es de “**discusión**” porque realiza su principal trabajo de búsqueda por medio de la *interacción* discursiva y la contrastación de las opiniones de sus miembros. El grupo focal es un método de investigación colectivista, más que individualista, y se *centra* en la pluralidad y variedad de las actitudes, experiencias y creencias de los participantes, y lo hace en un espacio de tiempo relativamente corto.

Su fundamentación epistemológica radica en esencia en el *principio de complementariedad* que subraya la incapacidad humana de agotar la realidad con una sola perspectiva o punto de vista, con un solo enfoque o abordaje. Es decir, la descripción más rica de esa realidad física o humana se logra al integrar en un todo coherente y lógico los aportes de diferentes personas, dimensiones, abordajes, enfoques, en otras palabras, de diversos puntos de vista.

Para la entrevista con los docentes, que participaron de la ejecución de la PC MAET, se trabajó con una guía de preguntas, la misma que fue validada por criterio de jueces. Para este fin se seleccionó a 6 docentes de entre todos aquellos que participaron, considerando que hubiera por lo menos un docente de cada curso, así como que haya dictado más de tres años el curso. La entrevista giró en torno a tres categorías, las creencias sobre la competencia matemática, las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias y acciones para incorporar las creencias sobre el diseño curricular con enfoque ben competencias matemáticas.

3.7.2.3 El análisis de contenidos: EOS

Krippendorff (1980:28), define el **Análisis de Contenido** como “la técnica destinada a formular, a partir de ciertos datos, inferencias reproducibles y válidas que puedan aplicarse a un contexto”. El análisis de contenido investiga sobre la naturaleza del discurso.

Según Holsti (1968), esta técnica permite analizar y cuantificar los materiales de la comunicación entre personas. Analiza el contenido de la comunicación considerando sus diferentes códigos, sin considerar el número de personas implicadas y empleando diversos instrumentos de compendio: agendas, diarios, cartas, cuestionarios, encuestas, test proyectivos, libros, anuncios, entrevistas, radio, televisión. En los últimos años esta técnica se utiliza en marcos cada vez más variados, como el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) que se utilizó en esta investigación.

Una de las nociones que trabaja el EOS es el de **idoneidad didáctica**, dicha idoneidad supone la articulación coherente de seis idoneidades parciales: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, comentadas en el marco teórico, sin embargo, en esta investigación se analizaron la epistémica y la cognitiva.

Para el caso de, el análisis de la Unidad “La Derivada”, del libro de Matemática 1, (Eyzaguirre y Luyo, 2017) que se utilizó como libro texto para el curso de Matemática 1, se consideró la idoneidad epistémica y para el caso de los materiales y productos, se consideró la idoneidad epistémica y cognitiva, a continuación en las tablas 21 y 22, mostramos para ambos sus componentes e indicadores:

Tabla 21. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica

Componentes	Indicadores
Situaciones- problemas	- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado

	- Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Fuente: Godino, J. (2011)

Para el análisis de la componente situación problema se aplicó la clasificación de situaciones problema propuesta por Ramos, A. y Font, V. (2006) y descrita en el marco teórico de esta investigación. Para el caso de los lenguajes, se trabajó la identificación del lenguaje verbal, gráfico y simbólico. De forma similar para el caso de las reglas se consideró las definiciones, proposiciones y procedimientos. En el caso de los argumentos se consideró la adecuación al nivel y la existencia de la práctica argumentativa.

Tabla 22. Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo - Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: - Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva - La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia - Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Fuente: Godino, J. (2011)

3.8 Procedimiento para la recolección de datos

Para la recolección de datos sobre, las actitudes hacia la matemática se utilizó la Escala de actitudes hacia la matemática EAHM-U (Bazán, 1996) y para la competencia matemática se utilizó el cuestionario Evaluación Diagnóstica de Matemática (Eyzaguirre, Bazán, González, 2017), los que se aplicaron a los estudiantes ingresantes a la universidad, a inicios del ciclo 2016-02. La información recogida representa los datos antes, cuyos puntajes totales y por dimensiones para cada variable, se utilizaron para el análisis de los resultados antes de la aplicación de la PC MAET.

En la misma semana, se evaluó la competencia de comprensión lectora de los estudiantes a través de la Prueba de Comprensión Lectora (Riffo y Veliz, 2011) que sirvió para analizar su posible relación con el desarrollo de la competencia matemática.

Al culminar la intervención de la PC MAET, se aplicó nuevamente la Escala de actitudes hacia la matemática, así como, el cuestionario Evaluación Diagnóstica de Matemática, La información recogida representa los datos después, cuyos puntajes totales y por dimensiones para cada variable, se utilizaron para el análisis de resultados después de la aplicación de la PC MAET.

En el caso de la Escala de Actitudes hacia la Matemática (EAHM), para estudiantes universitarios ingresantes, la prueba en su diseño fue sometida al estudio de **validez**, haciendo énfasis en la validez de contenido y constructo; se realizó también el estudio de la **confiabilidad** de la prueba, obteniéndose un Alfa de Cronbach igual a 0,8958, y finalmente se realizó el estudio de la **diferenciabilidad** de la prueba; utilizando para todo el análisis el software SPSS.

Para la Prueba de Evaluación Diagnóstica de la Competencia Matemática para universitarios, se realizaron dos tipos de validación: la **validación de contenido** en la que participaron 8 jueces especialistas en el área de educación matemática, utilizando el criterio de V-Aiken para analizar el consenso; para la **validación de constructo** se realizó el análisis

factorial confirmatorio-CFA (Lee y Idris, 2017), y para la consistencia interna y correlación ítem puntaje total se utilizó el software SPSS versión 24. La fiabilidad de la Prueba y la consistencia interna reportó un Alfa de Cronbach igual a 0,867 y un coeficiente de Goodman de 0,838.

Para la prueba de comprensión lectora se consideró el instrumento construido a partir del modelo de evaluación de Riffo y Véliz (2011) que en su fase de diseño consideró dos pruebas, cada una de ellas consistente en un texto expositivo sobre el ciclo del carbono, seguido de 14 ítems de selección múltiple con alternativa única de respuesta correcta. Estos ítems apuntaban a **tres dimensiones de la comprensión**, a saber: textual, pragmática y crítica.

Además, con el propósito de confirmar que los textos eran efectivamente más complejos y más simples, respectivamente, los autores aplicaron una encuesta a 162 escolares de básico 8 y a 25 docentes. Los resultados del análisis estadístico basado en la prueba ***t* de Student** mostraron diferencias significativas para las respuestas de valoración subjetiva con respecto a la lecturabilidad de cada texto, realizada tanto por estudiantes como por docentes ($p = 0.0001$ en ambos casos), lo que confirma que estas diferencias en los índices de complejidad concuerdan con la percepción por parte de escolares y docentes de que un texto es más “difícil” de comprender que el otro.

Los ítems de las pruebas de comprensión lectora se conceptualizaron como elementos de una prueba de aprovechamiento, estableciéndose la **validez de contenido** mediante la opinión de **seis jueces**, los que determinaron la respuesta correcta al ítem y la dimensión a la cual pertenecía (textual, pragmática y crítica). **La confiabilidad de la prueba**, obtenida con la muestra objeto de estudio, fue establecida mediante el coeficiente Kuder-Richardson (**KR20**) y el método de división por mitades con corrección de Spearman Brown (ρ_{xx}). Para el texto de baja complejidad textual se obtiene un $KR20 = 0.56$ y un coeficiente $\rho_{xx} = 0.58$ y para el texto de alta complejidad la confiabilidad fue de un $KR20 = 0.45$ y un $\rho_{xx} = 0.49$. Estos

coeficientes indican una baja consistencia interna del instrumento, lo que se explica tanto por la baja extensión de la prueba como por su heterogeneidad (Aiken, 2003; Anastasi & Urbina, 1998). Para efectos de la evaluación de este trabajo de investigación, se seleccionó y aplicó la prueba de 14 ítems, de menor demanda.

La validación de los instrumentos de la investigación cualitativa se realizó mediante el proceso de triangulación, en la que participaron 4 jueces: un especialista en estadística (el asesor), dos especialistas en educación matemática y el investigador.

3.9 Técnicas de procesamiento y análisis de los datos

3.9.1 Procesamiento y análisis de datos, desde un enfoque cuantitativo.

En esta investigación, para el análisis cuantitativo, se aplicó un diseño pre experimental, con pre y post prueba, con un solo grupo. Los puntajes totales y por dimensiones (comunicación matemática, modelamiento y representación y estrategias y cálculo) de la **competencia matemática**, y los puntajes totales y por dimensiones (aplicabilidad, habilidad y ansiedad de la afectividad) de **las actitudes hacia la matemática**, se utilizaron para el análisis de cada variable, antes y después de la aplicación de la PC MAET, con el fin de probar el efecto significativo de la misma. Complementariamente, para analizar la posible influencia de la **comprensión lectora** en la competencia matemática, se utilizó la prueba de coeficiente de correlación de los puntajes de ambos instrumentos

Tabla 23. Técnicas e instrumentos de análisis utilizados con los estudiantes

Unidad de análisis	Variables	Técnicas de recogida de datos	Instrumentos	Estrategia de análisis
Estudiantes	Actitudes hacia la matemática	Encuesta	Escala de actitudes hacia la matemática (EAHM, Bazán 1996)	Análisis descriptivo Prueba de normalidad Análisis de comparación de datos pareados Gráfico de cajas Prueba de hipótesis T de Student: para muestras relacionadas

Competencia matemática	Cuestionario	Prueba de competencia matemática	Análisis descriptivo Prueba de normalidad Análisis de comparación de datos pareados Gráfico de cajas Prueba de hipótesis T de Student: para muestras relacionadas
Comprensión lectora	Cuestionario	Prueba de comprensión lectora (Riffo y Veliz)	Análisis descriptivo Prueba de normalidad Análisis de comparación de datos pareados Gráfico de cajas

Fuente: Elaboración propia

3.9.2 Procesamiento y análisis de datos, desde un enfoque cualitativo.

A continuación, se describen los procedimientos seguidos para la recolección y el análisis de los datos por cada una de las unidades de análisis:

3.9.2.1 En el caso de los docentes.

Se analizó las creencias sobre la competencia matemática, utilizando una entrevista semiestructurada. Recogiendo información cualitativa.

Tabla 24. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados a los docentes

Unidad de análisis	VARIABLES	Técnicas de recogida de datos	Instrumentos	Tipo de investigación	Estrategia de análisis
Docentes	Creencias sobre la competencia matemática	Entrevista semiestructurada	Gua de entrevista	fenomenológico	Análisis cognitivo

Fuente: Elaboración propia

Antes del desarrollo de la PC MAET, en esta investigación, se llevaron a cabo entrevistas semi estructuradas a 10 docentes, que participaron en el desarrollo de los cursos de Nivelación de matemática, Matemática 1 y Matemática 2, donde se implementó la PC MAET, en los periodos donde se desarrolló la investigación.

El análisis de la entrevista tuvo como propósito obtener información que permitiera describir las creencias epistemológicas de los docentes en referencia a la competencia matemática y, de ser necesario, llevar a cabo actividades para fortalecer las habilidades de los docentes que implementarán la PC MAET.

Se llevó a cabo un análisis tipológico de las respuestas mediante la utilización de códigos descriptivos (*símbolo que se aplica a una unidad de análisis para clasificarla*), luego se realizó el análisis de datos, apoyados en las teorías psicológicas sistémicas de Harvey (1986) y Oberg (1987), citados en Llinares (1992), las cuales identifican los sistemas de creencias en base a 3 elementos fundamentales que son: ideas núcleo, perspectivas de acción y las razones, para describir los componentes de los sistemas de creencias de los informantes, respecto a las competencias matemáticas en cuanto a su definición, currículo con enfoque de competencias y perspectivas de acción. (Llinares, 1992) las mismas que fueron representadas mediante la elaboración de mapas cognitivos (Jones 1985; Miles y Huberman, 1984), citados en Llinares (1992).

Posteriormente se realizó un análisis conceptual en cada categoría mediante la utilización de códigos inferenciales (Strauss y Corbin, 2002). procedentes del esquema conceptual de la investigación, lo que permitió por una parte identificar los componentes de los sistemas de creencias y por otra el contenido de cada uno de estos componentes, hasta llegar a la saturación teórica.

El Método de Comparación Constante le avisa al investigador cuándo debe detenerse en el análisis y recolección de la data, estado denominado saturación teórica. Esta etapa ocurre cuando las relaciones y propiedades de los datos no proporcionan nuevas estructuras. El muestreo teórico se lleva a cabo, definiendo su término, lo que significa que ya no es preciso realizar más entrevistas ni observaciones. En esta fase los datos se han tornado repetitivos, indicando el fin de la fase de campo. Flick (2004) señala que “el muestreo e integración de

material nuevo se acaba cuando la saturación teórica de una categoría o grupo de casos se ha alcanzado, es decir, cuando no emerge ya nada nuevo”. Lo anterior explica que el tiempo de duración de la recogida de la data en esta investigación dependió exclusivamente de la ocurrencia de la saturación teórica.

Por cuestiones de interés de la investigación en este trabajo, considerando los aportes teóricos descritos anteriormente, y teniendo en cuenta el análisis detallado y en profundidad de los datos obtenidos, se decidió reportar solo a 4 de los docentes, de los 10 docentes a quienes se les entrevistó por aproximadamente 30 minutos, cuyas entrevistas fueron grabadas en audio y video, procediéndose después a la transcripción en formato digital. Posteriormente se procedió a utilizar la **técnica de análisis de contenido** con el fin de realizar la interpretación del discurso en profundidad, ya que este tipo de análisis permite interpretar el contenido de las manifestaciones comunicativas.

Las preguntas utilizadas en la entrevista, determinadas por el interés de la investigación: creencias sobre competencia matemática, creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias y acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas, fueron adaptadas de la guía de entrevista acerca de creencias sobre competencias matemáticas de Guzmán (2015).

3.9.2.2 En el caso de los estudiantes.

Se analizó la percepción sobre la PC MAET, así como la Competencia Matemática. En primer lugar, para la percepción de la PC MAET se analizó a través de una entrevista semiestructurada y se recogió información a través de una guía. En el segundo caso, para la Competencia Matemática se analizó a través de las evidencias obtenidas en el e-portafolio, el informe del PFM y las fichas de trabajo, utilizando los criterios de idoneidad del EOS. Complementariamente, se observó 3 sesiones de sustentación oral del informe del PFM en cada uno de los cursos mencionados.

Tabla 25. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados a los estudiantes

Unidad de análisis	Categorías	Técnica de recogida de datos	Instrumentos	Tipo de investigación	Estrategia de análisis
Estudiantes	Percepción sobre la PC MAET	Entrevista semi estructurada	Guía de preguntas acerca de las percepciones sobre el desarrollo de la PC MAET	Cualitativa Fenomenológico	- Identificación de los temas centrales - Texto fenomenológico - Fisonomía individual
	Competencia matemática	Análisis documental: E-portafolio Informe del PFM Fichas de trabajo	Guía de criterios de idoneidad del EOS	Cualitativa	Criterios del EOS: Faceta epistémica Faceta cognitiva
	Competencia matemática	Observación directa: Sustentación oral	Guía de observación para sustentación oral	Cualitativa	- Identificación de los temas centrales - Texto fenomenológico - Fisonomía individual

Fuente: Elaboración propia

Esta sección de la investigación se ubica en el **paradigma interpretativo**, destaca la comprensión de los significados de las personas y estudia las características no observables como emociones, sentimientos, motivaciones, intenciones (Arnal, Del Rincón y La Torre, 1994) además se enmarca en el método fenomenológico hermenéutico que permite describir cómo se construye y experimenta a través de actos sin interferencia de preocupaciones y nociones teóricas.

Se seleccionó un grupo intencional de 10 estudiantes que desarrollaron regularmente sus estudios durante la intervención, para que respondieran a las preguntas sobre percepciones sobre la PC MAET a través de una entrevista semiestructurada.

Se consideró como unidad de análisis las unidades temáticas de los significados que tenían los participantes y fueron expresados a través de sus respuestas de la entrevista. La misma que

sirvió como vehículo que nos permitió conocer sus percepciones. En esta parte de la investigación se ha cumplido con las siguientes etapas o fases (Martinez, 2014):

- Etapa previa, que involucra la clarificación de los presupuestos que consistió en realizar la puesta de lo teórico con respecto al tema y ciertos valores, creencias, actitudes, intereses e hipótesis que tenía el investigador, con la finalidad de no influir en la subjetividad de los estudiantes
- La etapa descriptiva, conformada por: La recogida de la experiencia vivida, consistió en recoger la experiencia vivida por los estudiantes a través de la entrevista conversacional que se registraron en audio y video y luego fueron transcritos.
- La etapa estructural, que tiene como eje central el estudio de las descripciones contenidas en los protocolos:

Primer paso: Lectura general de la descripción de cada protocolo

Segundo paso: Delimitación de las unidades temáticas naturales

Tercer paso: Determinación del tema central que domina cada unidad temática

Cuarto paso: Expresión del tema central en lenguaje científico

Quinto paso: Integración de todos los temas centrales en una estructura particular descriptiva

Sexto paso: Integración de todas las estructuras particulares en una estructura general

Para analizar la competencia matemática en los documentos: el e-portafolio, el informe del PFM y las fichas de trabajo se aplicaron los criterios de idoneidad descritos en el capítulo 2, del marco teórico. Para analizar la sustentación oral, se utilizaron las técnicas de análisis, aplicadas en la investigación fenomenológica, descritas en los párrafos anteriores.

3.9.2.3 En el caso de coordinadores (personal académico-administrativo).

Se seleccionó a dos grupos vinculados con la gestión de los cursos de matemática. Por un lado, los coordinadores de los cursos de matemática (Nivelación de Matemática, Matemática 1, Matemática 2, Análisis Matemático 1, Análisis Matemático 2, Análisis Matemático 3) y a los coordinadores de los cursos de especialidad, vinculados con la disciplina en estudio (Contabilidad, Matemática Financiera, Economía, Microeconomía, Macroeconomía, etc.), quienes evaluaron el diseño inicial de la PC MAET y manifestaron sus sugerencias/aportes para su validación, antes de la intervención. Participando en total 10 coordinadores.

Tabla 26. Técnicas e instrumentos de investigación aplicados al personal

Unidad de análisis	Variable/Categoría	Técnica de recogida de datos	Instrumento	Tipo de investigación	Estrategia de análisis
Coordinadores de los cursos de matemática y de especialidad	PC MAET	Grupos de discusión	Guía de preguntas abiertas	Cualitativo Teoría fundamentada	Interpretativo Análisis de contenido

Fuente: Elaboración propia

3.9.2.4 En el caso de los docentes de los cursos seleccionados para la investigación.

Solicitamos su juicio de valor después de la aplicación de la propuesta curricular para su validación. Las variables analizadas fueron la PC MAET a través de una guía de validación de contenido y la percepción sobre la misma a través de grupos de discusión.

Tabla 27. Técnicas e instrumentos de investigación a aplicar a los expertos

Unidad de análisis	Variables/Categoría	Técnica de recogida de datos	Instrumento	Tipo de investigación	Estrategia de análisis
Docentes	PC MAET	Grupo de discusión	Guía de preguntas abiertas	Cualitativo Teoría fundamentada	Interpretativo Análisis de contenido

Fuente: Elaboración propia

Para los dos últimos grupos de informantes, la información se recogió a través de grupos de discusión, para lo cual se utilizó una guía de preguntas, cuyas respuestas fueron grabadas en videos y luego desgravadas. A esta información se le realizó un análisis de contenido para poder interpretar y categorizar sus respuestas, y obtener aportes y sugerencias de mejora.

4 CAPÍTULO IV: DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA CURRICULAR MAET

¿Cómo diseñar y desarrollar una propuesta curricular para lograr la competencia matemática?

En referencia a la realidad del Espacio Europeo de Educación Superior, estamos de acuerdo con Jiménez (2012) al señalar que “Nada se transformará si no cambia la realidad de las aulas” y que *la enseñanza en la Universidad incorpora en su diseño concreciones que no se han solicitado en el currículo de las enseñanzas obligatorias y que en realidad son claves. Nos estamos refiriendo a que “se deberá hacer énfasis en los **métodos de aprendizaje** de dichas competencias, así como en los **procedimientos para evaluar su adquisición**. (p.23)*

Para tal fin, el cambio que logremos a través del diseño y ejecución de la PC MAET en estas dos cuestiones es, como veremos, lo que, desde nuestro punto de vista, transformará realmente nuestra práctica en las aulas. Para ello, la PC MAET en su diseño, implementación y ejecución, hizo énfasis en: las **estrategias metodológicas multivariadas**, seleccionadas con el objetivo de lograr una comprensión profunda y la autonomía del estudiante; así como, **en un sistema de evaluación** que contemple los criterios e indicadores, alineados con las competencias planteadas.

Como ya se ha mencionado en otros apartados, **las estrategias metodológicas y evaluativas** que se proponen en este trabajo de investigación buscan: desarrollar una comprensión más profunda de los contenidos matemáticos estudiados, mejorar la habilidad de pensamiento crítico y de nivel superior, que le posibilitará el **aprender a aprender**, así como lograr desarrollar actitudes favorables hacia la matemática. Por otro lado, las estrategias utilizadas para este trabajo se basan en la premisa de que los alumnos aprenden con mayor efectividad cuando **participan activamente** en el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación, se muestra el esquema general de la PC MAET:

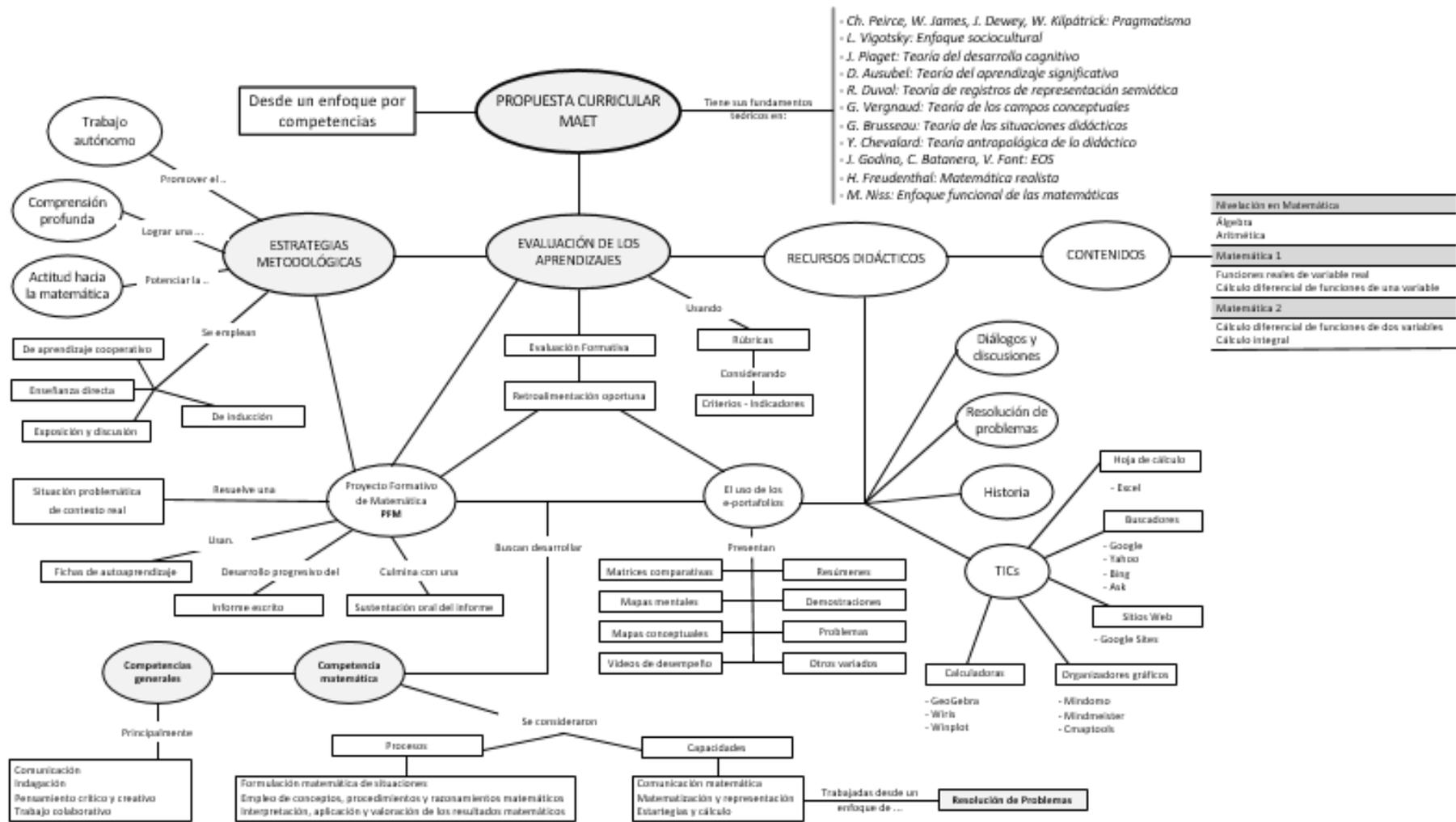


Gráfico 27. Representación de la propuesta curricular MAET

Fuente: Elaboración propia

Para esta investigación la PC MAET, es un instrumento técnico-pedagógico que, intenta dar solución a la realidad problemática descrita en el apartado 1.1, para ello, los procesos que se desarrollaron para la concreción de la propuesta curricular fueron diseño, implementación, ejecución y evaluación, según se muestra en el esquema adjunto:

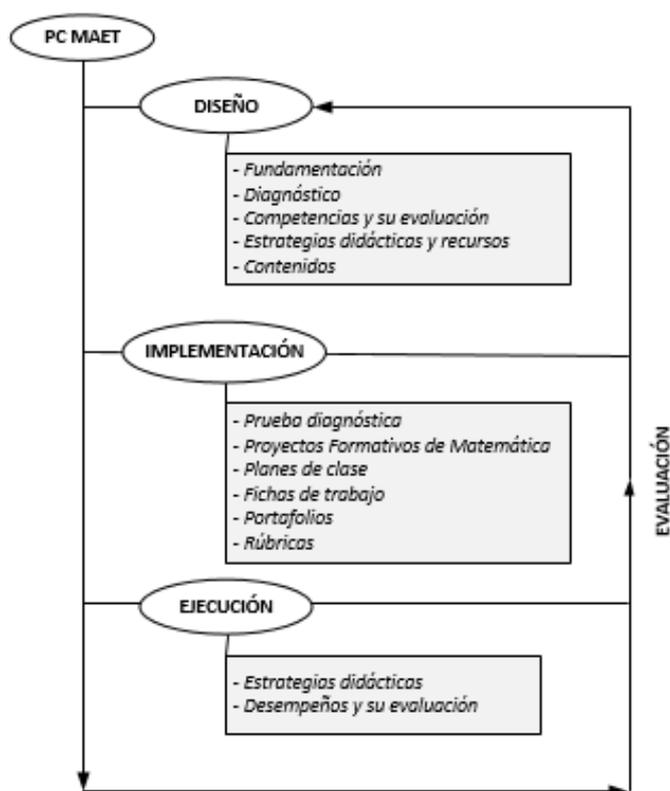


Gráfico 28. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

En este capítulo, presentamos el desarrollo de los procesos del diseño, implementación y ejecución curricular, seguidos en la elaboración de la propuesta, que corresponde a los objetivos 1 y 2 de la tesis. Dejando el proceso de evaluación, de la PC MAET que corresponde a los objetivos del 3 al 11, se presentan en el capítulo 5, de Análisis e Interpretación.

4.1 Diseño de la propuesta curricular MAET

Para concretar las ideas que integran la PC MAET, dirigida al campo de las matemáticas a nivel superior universitario, en esta investigación se ha considerado: la definición de **diseño curricular** propuesta por Diaz Barriga (1984) que indica que es “uno de los componentes determinantes que orienta hacia la practica educacional y social a partir de la redefinición de los problemas reales, el diseño y aplicación de procedimientos eficaces que aseguren el desarrollo de un proyecto social” (p. 43). Así como lo propuesto por Guzmán (2015):

“...se puede evidenciar que los diferentes autores ... coinciden en que el proceso de diseño curricular es un componente primordial en la práctica educativa que define una propuesta filosófica a través de un esquema que sistematiza y estructura la práctica misma” (p.41).

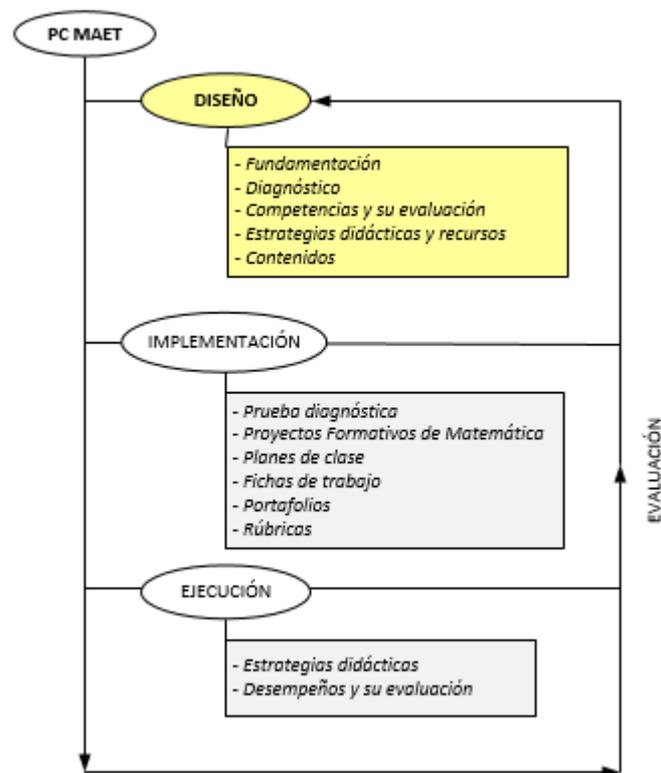


Gráfico 29. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Diseño).

Fuente: Elaboración propia

Para concretar el diseño propuesto, en primer lugar, se elaboró la fundamentación y la indagación diagnóstica para la situación inicial, en segundo lugar, se operacionalizó la competencia matemática y su sistema de evaluación, se seleccionó las estrategias didácticas y se crearon recursos, finalmente se seleccionaron los contenidos pertinentes.

4.1.1 Fundamentación.

En esta investigación, no fue nuestro propósito desarrollar en esta sección, los diferentes modelos pedagógicos, que se han planteado a lo largo de la historia, sino rescatar de ellos los elementos, que nos sean útiles para la integración y formulación de nuestro modelo referente, que dará fundamento a la PC MAET, el mismo que enfatiza en el desarrollo de competencias y, sirva para atender a las demandas establecidas por la sociedad actual. Estos elementos, a considerar serán: las competencias específicas, las competencias generales o transversales, la evaluación integrada a la enseñanza, el nuevo rol del docente como un profesional del aprendizaje, el aprendizaje como: un proceso activo, de construcción de significados y proceso social, los recursos didácticos, la importancia del conocimiento de los contenidos matemáticos, entre otros.

4.1.2 Indagación diagnóstica.

Si bien en el apartado 1.1 Realidad Problemática de esta investigación, se presentan resultados internacionales, nacionales y locales, que la justifican; sin embargo, para el diseño de la PC MAET, nos enfocamos en la problemática educativa del área de matemática, en la universidad donde se efectuó la investigación, en forma sistémica, en **dos momentos**:

Primero, consistió en la revisión documental sobre: la visión y misión de la universidad (a y b), el perfil profesional de la Facultad de Ciencias Empresariales (c), el sílabo de los cursos de matemática de dicha Facultad (d); así como, la prueba de entrada que usualmente se aplicaba a los ingresantes, pero por no estar alineada a los intereses de la PC MAET, se elaboró una nueva

prueba que pueda evaluar las competencias específicas de dicha propuesta (e), motivo de esta investigación.

a. Visión:

“Líder en la formación de profesionales éticos y de alta calidad, según estándares nacionales e internacionales”.

b. Misión:

“Formar profesionales competentes y emprendedores, con responsabilidad social y con plena capacidad para desenvolverse nacional e internacionalmente”.

Recuperado de: <https://www.usil.edu.pe/nosotros/quienes-somos>. 6 de abril 2019

c. Perfil profesional:

A continuación, presentamos los perfiles profesionales de las carreras que son parte de la Facultad de Ciencias Empresariales, en el momento del diseño de la propuesta curricular MAET.

Tabla 28. Perfiles profesionales de las carreras de la facultad de ciencias empresariales

ADMINISTRACIÓN	ECONOMÍA
<ul style="list-style-type: none"> • Sabrás reconocer oportunidades de inversión en el ámbito interno y externo, desarrollando actividades de planeación dentro de los estándares de ética y responsabilidad social que exige la sociedad actual. • Propondrás mejoras en los procesos administrativos de las diferentes áreas de la organización. • Formularás planes basados en el análisis del mercado objetivo y la competencia, desarrollando acciones que conlleven a satisfacer las necesidades del consumidor. • Administrarás el talento humano de la organización, armonizando metas y objetivos personales con los empresariales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Estarás cualificado para proponer nuevos modelos de administración y/o gestión de recursos. • Dominarás modelos de análisis, tanto cualitativos como cuantitativos, enmarcados en la búsqueda de mejoras del contexto socioeconómico local y externo. • Evaluarás la eficiencia y eficacia de los instrumentos de gestión pública y privada; asimismo, diseñarás nuevas estrategias de actuación en el ámbito de la economía. • Valorarás proyectos de inversión desde la perspectiva social y privada. • Identificarás tendencias futuras y construirás escenarios económicos alternativos.

<ul style="list-style-type: none"> • Controlarás la eficacia operativa y el correcto desempeño de la cadena de suministros, actuando con ética y compromiso en el logro de los objetivos de la organización. • Conducirás con ética y eficiencia los recursos financieros, identificando las fuentes de financiamiento que se adapten a las necesidades de la empresa. • Evaluarás ideas de negocio que determinen la viabilidad y contribución del proyecto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ejercerás labores de docencia y consultoría en temas de teoría macroeconómica, microeconómica y de política económica.
ADMINISTRACIÓN Y EMPRENDIMIENTO	ECONOMÍA Y NEGOCIO INTERNACIONAL
<ul style="list-style-type: none"> • Planificarás estratégicamente a corto, mediano y largo plazo el futuro de una organización o área de trabajo, estableciendo los resultados esperados y los medios para alcanzarlos. • Diseñarás estructuras y procesos que permitan distribuir las actividades de trabajo necesarias para implementar el proceso de planificación en una organización o área de trabajo; asignando los recursos que se poseen, optimizando el uso del tiempo y del dinero. • Aplicarás tus habilidades sociales para influir en equipos de trabajo, motivándolos al logro de metas y resultados, en concordancia con las estructuras y los procesos de una organización o área de trabajo. • Evaluarás desempeños, procesos, actividades y resultados de forma cualitativa y cuantitativa a fin de proponer y ejecutar acciones de mejora, teniendo en cuenta el contexto interno y externo. • Plantearás modelos de negocio en base a la detección de oportunidades de mercado. Elaborarás y analizarás un plan de negocio para lograr los objetivos empresariales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Propondrás nuevos modelos de administración y/o gestión de recursos. • Plantearás y manejarás modelos de análisis, tanto cualitativos como cuantitativos, enmarcados en la búsqueda de mejoras del contexto socioeconómico local y externo. • Evaluarás la eficiencia y eficacia de los instrumentos de gestión pública y privada. Asimismo, diseñarás nuevas estrategias de actuación en el ámbito de la economía. • Diseñarás proyectos de inversión desde la perspectiva social y privada. • Identificarás tendencias futuras y construirás escenarios económicos probables. • Ejercerás labores de docencia y consultoría en temas de teoría macroeconómica, microeconómica y de política económica.
GESTIÓN AMBIENTAL EMPRESARIAL	ECONOMÍA Y FINANZAS
<ul style="list-style-type: none"> • Promoverás la competitividad empresarial mediante estrategias ambientales y sociales. • Sabrás resolver eficazmente conflictos socioambientales. • Tendrás los conocimientos necesarios para sustentar el desarrollo y la implementación de políticas sociales y ambientales con 	<ul style="list-style-type: none"> • Propondrás nuevos modelos de administración y/o gestión de recursos. • Plantearás y manejarás modelos de análisis, tanto cualitativos como cuantitativos, enmarcados en la búsqueda de mejoras del contexto socioeconómico local y externo.

<p>argumentos financieros de costo-beneficio.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dotarás de valor agregado a las empresas empleando técnicas multidisciplinarias de innovación. • Identificarás las herramientas sociales y ambientales relevantes, y las alinearás con los intereses de la empresa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluarás la eficiencia y eficacia de los instrumentos de gestión pública y privada; asimismo, diseñarás nuevas estrategias de actuación pública y privada en el ámbito de la economía. • Valorarás proyectos de inversión desde la perspectiva social y privada. • Identificarás tendencias futuras y sabrás construir escenarios económicos alternativos. • Ejercerás labores de docencia y consultoría en temas de teoría macroeconómica, microeconómica y de política económica.
--	---

Fuente: adaptada de <https://www.usil.edu.pe/pregrado/ciencias-empresariales> 6 de abril 2019

d. Sílabo:

En la revisión del sílabo se evidencia una programación por contenidos:

“Este curso tiene como finalidad brindar al alumno los conocimientos básicos en el manejo de aplicaciones de Ecuaciones, Sistema de los Números Reales, Relaciones y Funciones, Sumatorias, Matrices y Determinantes”

Por objetivos:

“Proporcionar los conocimientos básicos que permitan expresar en términos matemáticos las relaciones que se pueden establecer entre dos variables, así como los elementos del álgebra matricial y su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, dando énfasis especial a los conceptos básicos sobre Economía y Administración”

Así como una metodología basada en la clase magistral:

“Considerando los objetivos y tomando en cuenta el contenido se hará empleo de separatas con ejercicios y problemas de aplicación. El docente expondrá cada tema orientando la acción educativa hacia la participación activa de los alumnos”

y un sistema de evaluación que consistía solo en la aplicación de pruebas escritas:

“4 controles de aula (20%), 4 prácticas calificadas (30%), y el examen parcial (20%) y el examen final (30%)”

En base al análisis anterior efectuado al sílabo, como instrumento de planificación, en la fase de implementación se elaboró el nuevo sílabo alineado a la PC MAET.

e. Prueba de entrada:

La prueba constaba de 5 o 6 preguntas, a aplicarse durante 90 minutos, evalúa principalmente contenidos procedimentales relacionados a los temas pre-requisito del curso, que debería conocer todo estudiante universitario. La modalidad de la prueba es para desarrollar. Al estudiante se le proporciona un cuadernillo para que complete el desarrollo. La nota de la calificación de la prueba de entrada no es parte del sistema de evaluación del curso.

Esta revisión documental se efectuó con la finalidad de alinear las dimensiones de la PC MAET con lo expresado en estos documentos, para lograr los objetivos propuestos en esta investigación.

Segundo, Se efectuó la caracterización de los estudiantes (5) y docentes (6), que luego formaron parte de la investigación.

f. Los estudiantes, que participaron en la investigación tenían al inicio de la misma, una edad promedio entre los 16 y 17 años. El número de estudiantes matriculados en cada clase o bloque correspondía a la capacidad de cada aula, 42 estudiantes. En relación con el género, se evidenció una distribución aproximadamente equitativa.

En relación con sus habilidades sociales, se observó que la mayoría de los estudiantes tenía capacidad para interactuar entre sí, así como también con la tecnología. Por otro lado, se identificó según el colegio de procedencia que el nivel socioeconómico promedio de los estudiantes participantes fue de clase media alta.

- g. En el caso de los docentes, eran de formación profesional: matemáticos o ingenieros, todos con una amplia experiencia profesional empírica en la docencia en los cursos de matemática, llevada a cabo en instituciones educativas como academias preuniversitarias o universidades.

En relación con sus prácticas pedagógicas, relacionadas con la metodología de aula estaban basadas en la clase magistral y con respecto a sus prácticas evaluativas se orientaban a la verificación de aprendizajes de contenidos.

4.1.3 Competencia matemática y su evaluación.

En base a la información anterior, se encontró necesidad de definir la **competencia matemática** que corresponda a la línea formativa de dichas carreras (10 ciclos), para responder a la demanda que el perfil de la facultad planteaba. Este trabajo contó con la participación de docentes, coordinadores y directores académicos vinculados a los cursos de nivelación de matemática, matemática 1, matemática 2, estadística 1, estadística 2, matemática financiera, contabilidad, economía general, microeconomía, macroeconomía, matemática para economistas, entre otros.

En la revisión de la visión, misión y perfiles se identificó habilidades a formar, como: Modelamiento de problema/función, Análisis e interpretación de información estadística, Análisis financiero, Comunicación de información, entre otras, las mismas que no eran visibles en los documentos de ejecución revisados; trabajo que permitió la definición de la competencia matemática.

4.1.3.1 La competencia matemática.

Tal como se ha planteado en el Marco Teórico, en el apartado 2.2.2, muchos autores y organismos internacionales se han ocupado de analizar, delimitar y de definir el concepto de **competencia matemática** a lo largo de las últimas décadas, sin embargo, para esta investigación entendemos:

Se refiere a la **información** (definiciones, teoremas, procedimientos) que los estudiantes deben conocer, a las **competencias específicas** (comunicación matemática, matematización y representación y estrategia y cálculo) que deben ejecutar o demostrar y a **las actitudes** que pretendemos desarrollen. Pueden también referirse al desarrollo de estructuras conceptuales más complejas.

La PC MAET considera **a la resolución de problemas** como la actividad central en formación de la competencia matemática, actividad sobre la cual se articularán las competencias específicas (CM, MR y EC), en múltiples situaciones y contextos que varían en complejidad y entiende que el desarrollo de la competencia matemática del estudiante está estrechamente ligado con **la calidad de la actividad matemática** de aprendizaje a la que este expuesto.

La determinación de la competencia matemática y las competencias específicas sirvieron para reflexionar y definir, acerca de, que es lo esencial que deben aprender los alumnos y el nivel en que deben de hacerlo. Tomar decisiones acerca de las estrategias, medios y materiales a considerar. Por otro lado, nos facilitó la confección de las preguntas al evaluar, razones por las que la propuesta considera a las **competencias específicas**, como elementos fundamentales en su diseño y ejecución.

Además, en base a la revisión y análisis de los documentos considerados en el marco teórico, presentamos las competencias específicas que luego nos permitieron evaluar los desempeños asociados a la competencia matemática considerada para la PC MAET:

a. Comunicación matemática [CM]

Esta capacidad implica la lectura, decodificación e interpretación de **información** para formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de solución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez encontrada la solución, la persona que resuelve el problema puede presentarla a otros y dar una explicación o justificación.

Desempeños asociados:

- Formula ejemplos y contraejemplos
- Expresa las características de un objeto matemático
- Justifica el valor de verdad de proposiciones
- Interpreta resultados obtenidos
- Describe/explica el procedimiento a seguir o seguido
- Comunica conclusiones con precisión
- Utiliza el lenguaje simbólico apropiadamente
- Elabora supuestos o hipótesis acerca de la verdad o falsedad de una afirmación, conclusión o resultado.
- Fundamenta supuestos o hipótesis a partir de datos cuantitativos
- Explica/justifica los resultados obtenidos
- Elabora argumentos
- Demuestra
- Describe información cuantitativa contenida en tablas, gráficos, imágenes, etc.

b. Matematización y representación [MR]

Esta capacidad permite transformar un problema definido en el mundo real en una forma propiamente matemática (que puede incluir la estructuración, conceptualización, elaboración

de suposiciones o formulación de un modelo). Así mismo consideramos integra la selección, interpretación, traducción y utilización de distintas representaciones para reflejar una situación, interactuar con un problema o presentar el propio trabajo.

Desempeños asociados:

- Elabora supuestos
- Representa a través de gráficas, tablas, diagramas o analíticamente, diversas situaciones
- Traduce entre y usa representaciones equivalentes
- Interactúa con un problema
- Presenta el trabajo
- Analiza
- Interpreta un resultado

c. Estrategias y cálculo [EC]

Esta capacidad implica la selección y diseño de una estrategia para, reformular matemáticamente problemas, activar mecanismos de control eficaces en procedimientos de múltiples pasos, así como el diseño de estrategias para interpretar una solución matemática a un problema contextualizado. De la misma manera considera la manipulación y uso de expresiones numéricas y simbólicas, así como el uso de definiciones, reglas y algoritmos, así como el uso de las herramientas matemáticas.

Desempeños asociados:

- Resuelve
- Utiliza reglas, algoritmos y formulas elementales con pertinencia
- Determina
- Optimiza
- Calcula
- Efectúa operaciones con expresiones numéricas y simbólicas
- Utiliza las TIC con pertinencia y eficacia para el desarrollo de cálculos
- Evalúa estrategias
- Utiliza estrategias variadas.

A continuación, consideramos pertinente mostrar la conexión entre competencias específicas de la competencia matemática y los procesos que integran los desempeños que evidenciarán los estudiantes y que nos permitieron evaluar de manera adecuada.

Tabla 29. Conexión entre competencias específicas y procesos que favorecen la competencia matemática en la PC MAET

Competencias específicas / Procesos	Formulación matemática de situaciones	Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos	Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos
Comunicación matemática	<ul style="list-style-type: none"> - Leer, decodificar e interpretar información para crear un modelo mental de la situación - Comunicar la información a partir de una situación contextualizada - Explicar una justificación de una representación dada o elaborada - Formular ejemplos y contraejemplos 	<ul style="list-style-type: none"> - Explicar una justificación del procedimiento seguido, al resolver una situación problemática - Relacionar datos para llegar a una solución matemática y hacer generalizaciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar y presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema - Establecer conclusiones/hipótesis acorde al contexto de las situaciones planteadas - Interpretar los resultados obtenidos y valorar los procedimientos seguidos
Matematización y representación	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las variables y estructuras matemáticas en una situación problemática y formular supuestos - Crear una representación matemática de situaciones de contexto real 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretar, relacionar y utilizar distintas representaciones cuando se interactúa con un problema. - Traducir entre representaciones equivalentes de un objeto matemático. 	<ul style="list-style-type: none"> - Valorar el alcance de una solución matemática al emplear un modelo matemático - Interpretar los resultados matemáticos en distintos formatos - Comparar o valorar dos o más representaciones
Estrategias y cálculo	<ul style="list-style-type: none"> - Diseñar un plan para reformular matemáticamente un problema. - Diseñar un plan o estrategia para resolver un problema - Usar variables, símbolos, diagramas y modelos apropiados para representar un problema del mundo real. 	<ul style="list-style-type: none"> - Activar mecanismos de control al resolver situaciones problemáticas. - Realizar cálculos, procedimientos o algoritmos para resolver problemas - Aplicar estrategias adecuadas a la solución de situaciones problemáticas 	<ul style="list-style-type: none"> - Seleccionar, comparar y evaluar estrategias - Interpretar la solución del problema en su contexto y valorar la viabilidad y posibles limitaciones de la estrategia. - Diseñar estrategias para validar una solución matemática a un problema contextualizado.

Fuente: Adaptado de PISA 2016

4.1.3.2 Las competencias generales o transversales.

A continuación, y en base a lo presentado en el marco teórico, sobre las competencias transversales o genéricas (Proyecto Tuning; Bennet, Dunne y Carré (1996); Marzo, Pedraja y Rivera (2006)) que debe desarrollar todo estudiante universitario, se ha contemplado hacer énfasis para esta investigación las siguientes competencias transversales: **comunicación, indagación, pensamiento crítico y creativo y trabajo colaborativo**, por considerar que son las más relacionadas con la naturaleza de esta disciplina.

Estas competencias transversales fueron ejecutadas en horas de trabajo autónomo, la mayoría de ellas fuera del horario de clase, la estrategia de trabajo fue colaborativa, cuyos desempeños se evaluaron a través de la sustentación oral, los avances del informe o informe, el e-portafolio y las fichas de autoaprendizaje, principalmente.

Tabla 30. Competencias generales (CG) y sus desempeños asociados

CG	Desempeños por competencia (Bennet, Dunne y Carré)	Capacidades, habilidades (Proyecto Tuning)	Desempeños asociados a cada Competencia General (PC MAET)
Comunicación (1)	<p>Emplear habilidades académicas variadas (análisis, síntesis, argumentación) (G1)</p> <p>Usar apropiadamente la tecnología y los recursos (G2)</p> <p>Emplear un lenguaje y formas apropiadas en diversos contextos (G2)</p> <p>Interpretar fuentes de información variada (G2)</p> <p>Comunicar ideas e información competentemente (oral, escrita y visualmente) (G2)</p> <p>Defender y justificar perspectivas y acciones (G3)</p>	<p>Comunicación oral y escrita en la propia lengua (C1)</p> <p>Capacidad para comunicarse con expertos de otras áreas (C2)</p>	<p>Comunica ideas e información</p> <p>Argumenta en forma oral o escrita</p> <p>Interpreta fuentes de información variada.</p> <p>Justifica sus perspectivas y acciones</p> <p>Emplea el lenguaje de forma adecuada</p> <p>Usa la tecnología para comunicar sus ideas</p>
Indagación (2)	<p>Emplear habilidades académicas variadas (análisis, síntesis, argumentación) (G1)</p> <p>Demostrar flexibilidad mental (G1)</p> <p>Emplear recursos de información apropiados (G2)</p> <p>Manejar con efectividad volúmenes significativos de información (G2)</p> <p>Identificar y conceptualizar temas (G4)</p> <p>Planificar y desarrollar proyectos (G4)</p> <p>Utilizar y desarrollar estrategias apropiadas (G4)</p>	<p>Habilidades básicas de manejo del ordenador (C1)</p> <p>Habilidades de gestión de la información (C1)</p> <p>Compromiso ético (C2)</p> <p>Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica (C3)</p> <p>Habilidades de investigación (C3)</p> <p>Diseño y gestión de proyectos (C3)</p>	<p>Analiza información diversa</p> <p>Refiere fuentes adecuadas de información</p> <p>Sintetiza información con efectividad</p> <p>Resuelve progresivamente un caso propuesto</p> <p>Utiliza estrategias al procesar información</p> <p>Gestiona información usando las TIC</p>
PPC (3)	<p>Emplear habilidades académicas variadas (análisis, síntesis, argumentación) (G1)</p> <p>Demostrar flexibilidad mental (G1)</p> <p>Emplear la información de forma crítica e innovadora (G2)</p> <p>Ofrecer críticas constructivas (G3)</p> <p>Utilizar y desarrollar estrategias apropiadas (G4)</p> <p>Evaluar resultados (G4)</p>	<p>Capacidad de análisis y síntesis (C1)</p> <p>Resolución de problemas (C1)</p> <p>Toma de decisiones (C1)</p> <p>Capacidad crítica y autocrítica (C2)</p> <p>Capacidad de aprender (C3)</p> <p>Capacidad para adaptarse a nuevas situaciones (C3)</p> <p>Capacidad para generar nuevas ideas (C3)</p>	<p>Analiza o sintetiza información diversa</p> <p>Resuelve situaciones problemáticas nuevas</p> <p>Propone diferentes puntos de vista</p> <p>Utiliza estrategias adecuadas</p> <p>Toma decisiones en la solución de un problema</p> <p>Evalúa procedimientos y resultados</p>

	Clarificar con espíritu crítico y de forma constructiva (G1)		
Trabajo colaborativo (4)	Planificar y trabajar en torno a objetivos de medio y largo alcance (G1)	Capacidad de organizar y planificar (C1)	Trabaja en entornos cooperativos
	Concretar tareas acordadas (G3)	Trabajo en equipo (C2)	Justifica perspectivas y acciones
	Respetar el punto de vista y los valores de los otros (G3)	Habilidades interpersonales (C2)	Aprende en contextos colaborativos
	Trabajar productivamente en entornos cooperativos (G3)	Capacidad de trabajar en un equipo interdisciplinar (C2)	Asistir a otros en el aprendizaje
	Adaptarse a las necesidades del grupo (G3)	Liderazgo (C3)	Desarrollar proyectos
	Defender y justificar perspectivas y acciones (G3)	Habilidad para trabajar de forma autónoma (C3)	Organización del grupo frente a la actividad
	Tomar iniciativas y liderar a otros (G3)		Demuestra autonomía en sus desempeños
	Aprender en contextos colaborativos (G3)		
	Asistir y acompañar a otros en el aprendizaje (G3)		
	Planificar y desarrollar proyectos (G4)		
	Organizar subtareas (G4)		

G1: Gestión de uno mismo. G2: Gestión de la información. G3: Gestión de los otros. G4: Gestión de las tareas

C1: Capacidades instrumentales. C2: Capacidades interpersonales. C3: Capacidades sistémicas

Fuente: Elaboración propia

4.1.3.3 La evaluación.

Al comenzar a diseñar la PC MAET, en referencia a la evaluación, nos planteamos las interrogantes:

- ¿Cómo evaluar los desempeños de los estudiantes en los cursos de matemática?
- ¿Cómo organizar el seguimiento a la competencia matemática lo largo de los cursos contemplados en esta investigación?

Como respuesta a estas interrogantes, se consideró a la evaluación, como un proceso formativo, continuo, criterial, integral y cooperativo, en consecuencia, una herramienta útil en la enseñanza y el aprendizaje, considerando la participación individual y grupal de los estudiantes.

4.1.3.4 Características de la evaluación.

Además, siendo la evaluación consustancial al proceso de enseñanza aprendizaje, consideramos necesario describir algunas de sus **características**, que permitan comprender cómo se integró a la PC MAET:

1. **Trabajo sostenido sobre la base de competencia específicas:** que consistió en identificar los procedimientos matemáticos (Delgado, 2000) vinculados a cada competencia específica, y que ayudarían al logro de la competencia matemática, las mismas que serían consideradas a lo largo de toda la PC MAET.

Tabla 31. Matriz de procedimientos matemáticos por cada competencia específica

Comunicación Matemática	Matematización y Representación	Estrategia y Cálculo
Justifica	Representa	Resuelve
Explica	Traduce	Optimiza
Interpreta	Modela	Calcula
Describe	Analiza	Examina
Demuestra		Usa heurísticos

Fuente: Elaboración propia

b. **Uso de la evaluación criterial:** A partir del trabajo anterior, se elaboró la matriz de evaluación para cada curso, donde se establecieron los **indicadores** que sirvieron como insumo para la elaboración de los ítems de las evaluaciones escritas que fueron: práctica calificada, control individual, control colaborativo, evaluación en línea, examen parcial y el examen final.

A continuación, mostramos como ejemplo, para el módulo 3 del curso de Matemática 1, los elementos de una matriz de evaluación:

Tabla 32. Matriz de evaluación

MATRIZ DE EVALUACIÓN PARA EL CURSO DE MATEMÁTICA 1		
Módulo N° 3: Cálculo diferencial Contenidos: Análisis de funciones. Trazado de gráficas. Optimización y aplicaciones de la optimización. N° de sesiones: 4		
Aprendizajes esperados El estudiante, haciendo uso de la derivada: - Analiza funciones. - Representa graficas de funciones - Resuelve problemas de optimización - Toma decisiones		
Criterios e indicadores de evaluación		
Comunicación Matemática	Matematización y Representación	Estrategia y cálculo
<p><u>Justifica</u> procedimientos o proposiciones relacionados con las aplicaciones de la derivada vinculadas al análisis de funciones haciendo uso de definiciones, teoremas, propiedades y contraejemplos.</p> <p><u>Describe</u> la monotonía y concavidad de una función mediante la primera y segunda derivada en relación.</p>	<p><u>Representa</u> gráficas de funciones, a partir del análisis completo (signos de la primera y segunda derivada, asíntotas, intercepto, etc.) de la función.</p> <p><u>Representa</u> funciones analíticamente vinculados al proceso de optimización.</p>	<p><u>Calcula</u> los valores extremos, así como los puntos de inflexión de una función mediante los criterios de la primera y segunda derivada empleando una o diversas heurísticas.</p> <p><u>Resuelve</u> problemas de optimización en contextos variados aplicando criterios de la primera y/o segunda derivada de una función.</p> <p><u>Determina</u> la monotonía, concavidad, gráfica y/o comprobación de puntos críticos y/o valores extremos de una función haciendo uso de las TIC.</p> <p><u>Examina</u> estrategias y procedimientos en el proceso de optimización.</p>

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar se propone que el estudiante sea evaluado, en su progreso formativo, considerando sus competencias específicas y a través de sus diversos procedimientos matemáticos.

- c. **Importancia de la alternancia entre la evaluación individual y colaborativa:** En el diseño de la PC MAET, se consideró la importancia de mantener el equilibrio en la forma de recoger la información sobre los desempeños de los estudiantes, para lo cual se consideró dos formas: individual y colaborativa. Para ello, se propuso un conjunto variado de instrumentos y procedimientos, cuya lista mostramos en la tabla 33, adjunta:

Tabla 33. Instrumentos/procedimientos utilizados al evaluar

Instrumentos / Procedimientos	Individual	Colaborativo
E-portafolio del PFM		X
Informe del PFM		X
Sustentación oral del PFM	X	X
Prácticas calificadas	X	
Exámenes	X	
Controles de aula	X	X

Fuente: Elaboración propia

Los instrumentos de evaluación propuestos buscan evidenciar que los alumnos razonen, se comuniquen matemáticamente y resuelvan problemas. Se considera, que la evaluación, por tanto, ha de estar integrada en la enseñanza, debe utilizar distintos métodos y tiene que evaluar los diferentes aspectos del conocimiento matemático y sus conexiones.

- d. **Evaluación con un carácter formativo:** implica tomar en cuenta cómo está ocurriendo el progreso de la construcción de significados logrados por los alumnos. Además, importa conocer la naturaleza y las características de las representaciones, la profundidad y complejidad de las mismas (*riqueza de las relaciones logradas, grado de compartición de significados*), también interesa los errores cometidos por los alumnos, por lo tanto, se planifico:

En primer lugar, se consideró aplicar la co-evaluación y auto-evaluación, para que los estudiantes valoren su propia actuación, así como la de sus pares en el proceso de construcción de significados, a través de las diferentes producciones elaboradas en cada uno de los cursos. Esta evaluación se aplicará en cada grupo, al finalizar la sustentación oral del PFM. Ver ficha en la sección anexos

En segundo lugar, se consideró de una manera sostenida, el feedback que se aplicó durante todo el ciclo y a través del desarrollo de los siguientes productos: el portafolio, los avances de informe y el informe escrito, los controles de aula, las fichas de autoaprendizaje, las prácticas calificadas y exámenes.

4.1.3.5 Herramientas de evaluación.

Complementariamente, presentamos el conjunto de herramientas de evaluación a través de las cuales se evaluó durante la implementación de la PC MAET a los estudiantes. Primero, el **Proyecto Formativo de Matemática (PFM)**: informe, e-portafolio, sustentación oral y co y auto evaluación. Segundo, **Las evaluaciones escritas**: Practicas calificadas, exámenes y controles de aula

A continuación, describimos brevemente cada uno de ellos:

4.1.3.5.1 Proyectos formativos de matemática (PFM).

Cuando se habla del PFM, para esta investigación, se refiere a situaciones problemáticas complejas, de contexto real, que deben de realizar los estudiantes a lo largo del ciclo académico y principalmente fuera del horario de clase, ya que deben resolver las diferentes etapas del PFM que demanda: el uso de diferentes fuentes de información (bibliotecas, internet, entrevistas, etc.), la consulta con especialista de diferentes áreas, resolver situaciones problemáticas abiertas, reuniones periódicas de los grupos (resolución de los casos, elaboración y sustentación

del informe), procesamiento de la información (tablas, gráficos, análisis, conclusiones, etc.), recibir y procesar el feed back del docente.

Los proyectos, entonces, están diseñados para que los alumnos piensen por si mismos, hagan preguntas, recojan datos, planteen conclusiones y comuniquen sus hallazgos, de ese modo se promueve un aprendizaje reflexivo y autónomo.

Hoy en día la percepción de la enseñanza que tienen los educadores implica una visión de ella en términos de actividades variadas, esta propuesta es un intento por expresar esta visión, en los cursos de Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2, a nivel superior universitario, a través de los PFM, dando cabida a que los estudiantes investiguen, procesen información, argumenten y comuniquen los resultados de su trabajo.

Tal como se sustentó en el marco teórico de esta investigación, la importancia de incluir el PFM en la PC MAET se fundamenta en **4 criterios**: ejercitación de las operaciones intelectuales, el desarrollo de la capacidad comunicativa, el desarrollo de habilidades de la interacción social, así como la modificación de las actitudes de los estudiantes. Para lograr concretar estos criterios se planificó: el desarrollo y presentación progresiva del Informe, la elaboración progresiva del é-portfolio, y la sustentación oral del mismo, los que fueron trabajados en forma colaborativa durante todo el ciclo académico en cada uno de los 3 cursos que constituyeron esta investigación.

Objetivos:

1. Optimizar el proceso de enseñanza aprendizaje
2. Desarrollar competencias específicas y genéricas:
 - Comunicación matemática (CE1)
 - Matematización y representación (CE2)
 - Estrategias y cálculo (CE3)

- Capacidad de comunicación. (CG1)
- Capacidad para organizar y planificar el tiempo. (CG4)
- Habilidades de gestión de la información. (CG2)
- Habilidad para trabajar en forma autónoma. (CG4)
- Habilidades en el uso de las TICs. (CG1,2)
- Capacidad para aprender en contextos colaborativos (CG4)
- Resuelve situaciones problemáticas nuevas (CG3)

Ventajas:

- Desarrolla la autonomía de los estudiantes y orienta el desarrollo de estrategias metacognitivas.
- Crea hábitos de trabajo, organización y sistematización del material que los estudiantes van produciendo.
- Permite establecer procesos de autoevaluación y valoración de los aprendizajes y ayuda a asumir responsabilidades en dichos procesos.
- Promueve el desarrollo de estrategias de discusión, negociación, interacción, expresión de opiniones, establecimiento de objetivos comunes, organización, solución de problemas y toma decisiones.
- Respeta los procesos de atención a la diversidad, ya que permite ajustar las actividades a las necesidades de aprendizaje de cada estudiante.
- Es una estrategia de evaluación integral y cualitativa, de carácter formativo, basada más en los procesos que en los resultados aislados, que permite evaluar las competencias del estudiante en diferentes ámbitos del aprendizaje.

- Constituye un elemento dinámico y constante en la comunicación docente/estudiante, favoreciendo el feed back con respecto al progreso y aprendizaje individual.
- Posibilita el intercambio de información entre iguales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo.

a) **Informe del PFM: estructura.**

Alineado con las competencias disciplinares y transversales descritas antes, se diseñaron los PFM, con la siguiente estructura interna:

- Generalidades, que integra la siguiente información: El Título del PFM, el curso, cursos que se integran en el PFM, competencias a desarrollar, duración del PFM, metodología.
- Contextualización del problema, información referida a la situación problemática que tendrían que estudiar o resolver los estudiantes, con el fin de que se familiaricen con el tema.
- Situación problema, generalmente integrada por dos o tres problemas contextualizados alrededor de una misma temática, que tendrán que resolver los estudiantes.
- Responsabilidad social y medio ambiente, sección creada para familiarizar al estudiante sobre la problemática social y del medio ambiente vinculada a la temática de su PFM.
- Emprendimiento y oportunidad de negocios, vinculado al perfil de los estudiantes de la carrera de Ciencias Empresariales, ellos trabajan diferentes herramientas que le servirán en su formación profesional.

- Cronograma, que contiene las especificaciones de la programación de las actividades presenciales y virtuales, que tendrían que desarrollar los estudiantes durante las 14 semanas, del semestre.
- Referencias electrónicas, conjunto de referencias vinculadas a la temática a trabajar en el PFM.

b) El e-portafolio.

Consiste en las aportaciones organizadas de diferente índole, cuya estructura fue: portada, índice, introducción, producciones, reflexiones de los estudiantes, conclusiones y referencias.

Para el caso de las producciones, se consideraron: videos de desempeño, organizadores gráficos (mapas mentales y conceptuales), esquemas /resúmenes, fichas de clases, artículos científicos/periodísticos relacionados al tema, opiniones de especialistas, matrices comparativas, gráficas usando las TIC, resolución de problemas, etc.)

A través de estos productos, se pueden juzgar las competencias específicas matemáticas desarrolladas. Estas producciones informan del proceso personal seguido por el estudiante, permitiendo a él y a los demás, ver sus esfuerzos y logros, en relación con las competencias establecidas previamente.

Uno de los principios que fundamenta el uso del portafolio, sostiene que la evaluación marca la forma cómo un estudiante plantea su aprendizaje, como lo plantean Coloma, Jiménez y Sáez (2007):

“..., nos encontramos ante una técnica evaluativa que permite la autorreflexión de alumno, ofreciendo la posibilidad de mostrar la diversidad de aprendizajes que han interiorizado, promocióna la autonomía de los estudiantes y el pensamiento crítico reflexivo, tiene un gran componente motivador y de estímulo para los estudiantes, al

tratarse de un trabajo continuado donde se van comprobando rápidamente los esfuerzos y resultados conseguidos, y tiene un carácter cooperativo, implica a profesor y estudiante en la organización y desarrollo de la tarea, etc.”

c) Sustentación oral del PFM.

Para esta actividad los estudiantes se preparaban desde el inicio del ciclo. La idea era que organicen la presentación de su informe y conclusiones durante 30 minutos y que, en un segundo momento, sea defendida su presentación por todos los integrantes, durante 20 minutos a través de las preguntas que les formulaban los jurados. Esta sustentación se desarrollaba ante dos jueces, que generalmente eran docentes de otras clases (de la disciplina) y/o cursos afines, con la intención de plantear una evaluación interdisciplinar. Se efectuaba según la programación en la semana 12, contaba con la participación de todo el grupo. Se calificaba con una rúbrica, diseñada por el investigador, y que era conocida por los estudiantes desde el inicio del ciclo. Al culminar esta presentación, los jurados hacían una retroalimentación integral de su desempeño a los estudiantes.

d) Co-evaluación y auto-evaluación del PFM.

En este momento de la evaluación, los estudiantes de cada grupo reflexionan sobre el desempeño que han tenido sus compañeros, así como ellos mismos, durante las diferentes actividades que conformaron el PFM, de forma que puedan calificar las fichas de co y autoevaluación. Esto favorecerá la toma de conciencia de lo que saben o lo que no saben, y de lo que se puede aprender individualmente o en colaboración con otros.

4.1.3.5.2 Evaluaciones escritas.

Fueron planificadas y ejecutadas en los tres cursos y según programación presentada en el sílabo al inicio del ciclo académico. Estas, fueron rendidas por los estudiantes, de forma individual, en todas las secciones de cada curso, en una misma fecha. En todas ellas se evaluaba las **competencias específicas**: comunicación matemática, matematización y representación y

estrategia y cálculo. Para la construcción de cada ítem de la prueba, se consideraban los indicadores correspondientes a cada competencia específica, planteados en la matriz de evaluación de cada curso.

- a) Prácticas calificadas: evalúan las competencias específicas, procedimientos matemáticos y contenidos, trabajados en cada curso. Estas fueron aplicadas cada 3 semanas de clases en un total de 4 por semestre. Generalmente contenía entre 4 o 5 situaciones problemáticas para ser resueltas durante 100 minutos.
- b) Exámenes: evalúan las competencias específicas, procedimientos matemáticos y contenidos de cada curso. El examen parcial y el examen final fueron aplicados a mitad y al final del semestre, respectivamente, donde se evaluaba lo ejecutado durante la primera y segunda parte del curso. Generalmente, como en las prácticas calificadas, contenían entre 4 o 5 situaciones problemáticas para ser resueltas durante 110 minutos.
- c) Controles de aula: evalúan las competencias específicas, procedimientos matemáticos y contenidos trabajados en cada curso, constituidos por dos o tres preguntas para ser resueltas en forma individual (2 controles) o colaborativa (2 controles). Los controles colaborativos constaban de preguntas para reflexionar o discutir entre los estudiantes, ambos eran rendidos en un tiempo de 50 minutos.

4.1.4 Estrategias didácticas multivariadas y recursos.

Como afirmamos desde el principio de este trabajo, de la misma manera que buscamos potenciar la comprensión y las habilidades de pensamiento, buscamos también potenciar las actitudes de los alumnos hacia la matemática, a través del uso de un conjunto variado de estrategias que consideren mejorar: el agrado de los alumnos hacia el estudio de la materia (*afectividad*), la valoración que tienen los alumnos hacia el curso de matemática (*aplicabilidad*), la confianza en su habilidad matemática (*habilidad*) y las reacciones comportamentales hacia

el curso (*ansiedad*). En este sentido, esta propuesta buscó a través de su aplicación, que el alumno sienta agrado por la asignatura y esté motivado hacia su estudio y utilización.

La PC MAET para tal fin, contempla **el uso de estrategias metodológicas multivariadas**, a las cuales se han integrado: la enseñanza a través de la resolución de problemas, el uso didáctico de las TIC, el uso de la historia de la matemática, y los diálogos y discusiones durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. La integración de estos recursos se muestra en la gráfica siguiente:

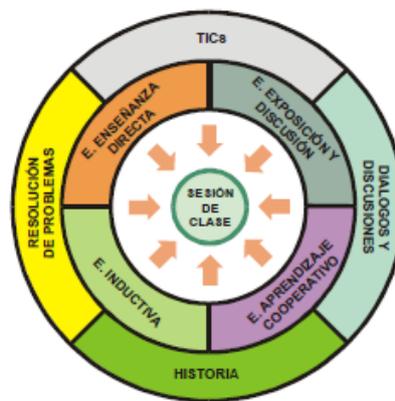


Gráfico 30. Elementos que se integraron en la propuesta metodológica

Fuente: Eyzaguirre (2006)

Ya hemos mencionado en el marco teórico, que las estrategias de enseñanza aprendizaje que proponemos en este trabajo buscan en general, desarrollar una comprensión más profunda de los contenidos matemáticos estudiados, mejorar la habilidad de pensamiento crítico y de nivel superior, que le posibilitará el aprender a aprender, así como lograr desarrollar actitudes favorables hacia la matemática. Entendiendo la comprensión, según Perkins y Blythe (como se citó en Eggen y Kauchak, 2012), como el “poder hacer con un tema diferentes cosas que requieran del pensamiento como dar explicaciones, encontrar pruebas y ejemplos, generalizar, aplicar, analogizar y representar el tópico de una nueva forma”. Por otro lado, las estrategias utilizadas para este trabajo se basan en la premisa de que los alumnos aprenden con mayor efectividad cuando participan activamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Estas estrategias, fueron desarrolladas, buscando que, los alumnos se comuniquen en forma directa y activa con el docente, examinen la información que están estudiando, formulen ejemplos, encuentren relaciones y construyan una comprensión basada en ellas. El docente, por su parte, formuló objetivos claros a sus alumnos y durante el proceso, condujo a los alumnos y los hizo participar en el **proceso de significar**, brindándoles información, guiando el análisis que los alumnos hicieron de la información, y monitoreándolos para obtener evidencias del aprendizaje.

En el momento de seleccionar una estrategia para un tema determinado, tuvimos en cuenta varios elementos. Primero, las estrategias estuvieron en función de los alumnos, pues las prácticas que fueron eficaces con un tipo de alumno podrían no serlo con otros. Esta decisión dependía de lo que los alumnos traigan al aula (habilidades académicas, motivación, actitudes, etc.). Segundo, el contenido a enseñar es otro elemento que considerar. Por ejemplo, alrededor del tema de funciones, el docente puede querer que los alumnos: recuerden algunos datos acerca de la evolución histórica del concepto de función, utilicen los principios de transformaciones para la gráfica de funciones, o querer que desarrollen capacidades analíticas al resolver problemas de contexto real; como los objetivos son distintos para cada uno de estos temas, las estrategias para alcanzarlos también lo serán. Y tercero, que las estrategias deberán variar de acuerdo con la comprensión que el docente tenga de sus propias fortalezas y estilo docente.

Esta propuesta presenta algunas estrategias de enseñanza aprendizaje, como herramientas para ayudar a los docentes a enseñar más eficazmente, haciendo que su forma de enseñar sea más sistemática y efectiva; proporcionando la flexibilidad necesaria para dar lugar a que los docentes usen toda su capacidad y creatividad. Intenta integrar en el programa, el desarrollo de habilidades cognitivas, dándoles a los alumnos diversas oportunidades de práctica a través del desarrollo del curso.

Finalmente, las estrategias docentes que se seleccionó para utilizar en este proyecto fueron la de enseñanza directa, la de exposición y discusión, la de inducción, y la de aprendizaje cooperativo (Eggen y Kauchak (2012), Joyce, Weil, Calhoun (2006)).

Tabla 34. Etapas de los modelos de enseñanza asumidos

Enseñanza directa:

<i>Etapa</i>	<i>Propósito</i>
Introducción	Provee una visión general del contenido nuevo, explora las conexiones con los conocimientos previos de los alumnos y ayuda a los alumnos a comprender el valor del nuevo contenido.
Presentación	El nuevo contenido es explicado y modelizado por el docente en forma interactiva.
Práctica guiada	Se proporciona a los alumnos oportunidades para aplicar el nuevo contenido.
Práctica independiente	Se promueve la retención y la transferencia, haciendo que los estudiantes practiquen solos el concepto o habilidad.

Exposición y discusión:

<i>Etapa</i>	<i>Propósito</i>
Introducción	Se describe la finalidad de la clase, se comparten las metas y una visión general ayuda a los alumnos a ver la organización de la clase
Presentación	Las principales ideas son definidas y explicadas
Monitoreo de la comprensión	El docente determina si los estudiantes comprenden los conceptos y las ideas, o no.
Integración	Se exploran las interconexiones entre ideas importantes
Revisión y cierre	Se resume detenidamente la clase

Inductivo:

<i>Etapa</i>	<i>Propósito</i>
Introducción a la clase	El docente presenta ejemplos para que los estudiantes analicen los ejemplos, busquen patrones y diferencias en ellos.
Final abierto	Los estudiantes observan, describen, comparan (varias respuestas)
Convergencia	El docente reduce las respuestas y la clase progresa hacia la caracterización explícita de un concepto o hacia el enunciado de un principio o generalización.
Cierre	Los estudiantes identifican el concepto por sus características o pueden establecer el principio, la generalización o la regla.
Aplicación	

De aprendizaje cooperativo (DCGA):

<i>Etapa</i>	<i>Propósito</i>
Enseñanza	Introducción de la clase Explicación y modelización de los contenidos Práctica guiada
Transición a equipos	Todo el grupo pasa a trabajar en equipos de aprendizaje
Estudio en grupo y monitoreo	El docente debe asegurarse de que los grupos funcionen perfectamente
Pruebas	Retroalimentación acerca de la comprensión alcanzada. Provisión de base para recompensar con puntos de superación.
Reconocimiento de logros	Aumento en la motivación

Fuente: Adaptado de Eggen P. y Kauchak D. (2012)

Como ya se planteó anteriormente, a estas estrategias se integraron, la enseñanza a través de la resolución de problemas (RP), el uso didáctico de las TICs, el uso de la historia en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, así como los diálogos y discusiones en la enseñanza aprendizaje de la matemática.

En la PC MAET se considera a la **RP** como uno de los ejes fundamentales, porque a diferencia de la resolución de ejercicios, la resolución de problemas implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, que debe estar orientada hacia una mayor participación del alumno en la búsqueda de la solución; considerando como características de estos problemas que sean de tipo: contextualizado, no rutinario, y de solución abierta.

Del mismo modo, se consideraron, el uso adecuado de diversos **recursos TIC**, tales como: el winplot, el geogebra, el wiris, el Excel, el buscador web de Google, la página web de Google sites, el sitio web You Tube, entre otros, para ayudar en: los cálculos, la elaboración de gráficos, la elaboración de videos, el alojamiento de sus e-portafolios, para buscar información, para subir sus videos, respectivamente. La finalidad del uso de estos recursos fue para favorecer: la comprensión de los objetos matemáticos trabajados en las clases, el logro de las competencias específicas y transversales planteadas en la PC MAET, así como, mejorar las actitudes hacia la matemática.

También se integró el recurso de **la historia de la matemática** porque puede proporcionar una perspectiva total y relacionar los tópicos de los diferentes temas. Tal como lo señala Kline, M. (citado en Bekken, O., 1983)), ... *La historia, por contraste, nos enseña que el desarrollo de un tema se hace poco a poco con resultados que provienen de diferentes direcciones... y no de una forma lineal como muchas veces se les muestra a los estudiantes.*

De la misma forma estamos de acuerdo con Guzmán (1992), cuando afirma que:

“La historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés. Si conocemos la evolución de las ideas de las que pretendemos ocuparnos, sabremos perfectamente el lugar que ocupan en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado, etc.” (p. 2)

Las ideas anteriores, se plasmaron en la PC MAET en el uso del recurso, historia de la matemática, para motivar a los estudiantes hacia su estudio. Para tal fin, se presentó al inicio de cada unidad una nota histórica del matemático que se vincula con el tema a estudiar en dicha unidad, promoviendo una reflexión frente a los aportes del autor y los usos de dichos aportes. Finalmente, la PC MAET integra **el recurso del diálogo y discusión** en la enseñanza aprendizaje de la matemática, entendiendo que la naturaleza de la actividad matemática está basada en la interrogación, la crítica y el descubrimiento lo que obliga a plantear deliberadamente el diálogo y la discusión en la práctica educativa. Entendiendo al **diálogo** como la interacción entre dos o más partes con intereses no necesariamente compartidos, pero que permitirá la construcción o negociación de significados. Para ello, es necesario que se produzcan **discusiones** en el aula previas a la mediación del docente. Estas ideas se desarrollarán en el aula frente a las actividades propuestas.

4.1.5 Contenidos.

Como se sabe, la naturaleza de la materia de estudio puede determinar el modo de estructurarla para su enseñanza. En el caso de la PC MAET se consideró: tópicos de aritmética, álgebra y geometría, el sistema de los números reales, las funciones reales de variable real, el cálculo diferencial y finalmente el cálculo diferencial en funciones de varias variables y el cálculo integral. A continuación, el temario del segundo curso, en los anexos se presenta el temario completo de los tres cursos.

Tabla 35. Temario de Matemática I

Lección	Temas
L1	Sistema de los números reales
L2	Intervalos y operaciones
L3	Inecuaciones lineales
L4	Aplicaciones de las inecuaciones lineales
L5	Inecuaciones cuadráticas
L6	Aplicaciones de inecuaciones cuadráticas
L7	Inecuaciones polinómicas racionales
L8	Solución grafica de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
L9	Programación lineal (método gráfico)
L10	Función real de variable real. Definición, formas de representación. Reconocimiento.
L11	Características elementales de una función. (Dominio, rango, monotonía, signos, máximos, mínimos concavidad)
L12	Traslaciones y reflexiones de la gráfica de una función.
L13	Modelamiento funcional.
L14	Función lineal.
L15	Aplicaciones a la economía (Oferta demanda, punto de equilibrio, depreciación lineal de un bien, exceso de oferta, exceso de demanda, subsidio e impuesto)
L16	Función cuadrática.
L17	Aplicaciones de la función cuadrática
L18	Función polinómica y racional. (definición y grafica)
L19	Función exponencial y logarítmica. (definición y grafica)
L20	Aplicaciones de las funciones exponenciales (modelo logístico, curvas de aprendizaje, crecimiento y decrecimiento)
L21	Introducción a la matemática financiera
L22	Algebra de funciones (adición, sustracción, multiplicación y división)
L23	Composición de funciones (entre pares ordenados).
L24	Límite de funciones. Límites laterales (análisis gráfico). Propiedades.
L25	Límites infinitos y límites al infinito.
L26	Determinación de asíntotas de funciones reales.
L27	Formas indeterminadas
L28	La Derivada. interpretación geométrica.
L29	Reglas de derivación. Algebra de derivadas, Derivada de función compuesta

L30	Continuidad y derivabilidad de funciones.
L31	Derivada de orden superior. Criterios de la primera y segunda derivada. Análisis de funciones: monotonía y concavidad. Trazado de gráficas.
L32	Optimización de funciones.
L33	Aplicaciones de optimización a la administración y economía. Análisis marginal
L34	Razón Promedio de cambio. Razón de cambio instantáneo.
L35	Diferencial de una función. Variación real y aproximado de una función.
L36	Elasticidad de la función de demanda.
L37	Derivación logarítmica
L38	Derivadas paramétricas
L39	Derivación implícita
L40	Proyecto formativo
L41	Proyecto formativo
L42	Proyecto formativo

Fuente: *Elaboración propia*

4.1.6 Programación.

A continuación, se muestra el cronograma de actividades a ejecutarse en cada uno de los 3 cursos; el mismo, detalla cómo se organizaron secuencialmente las actividades, durante la implementación de la PC MAET:

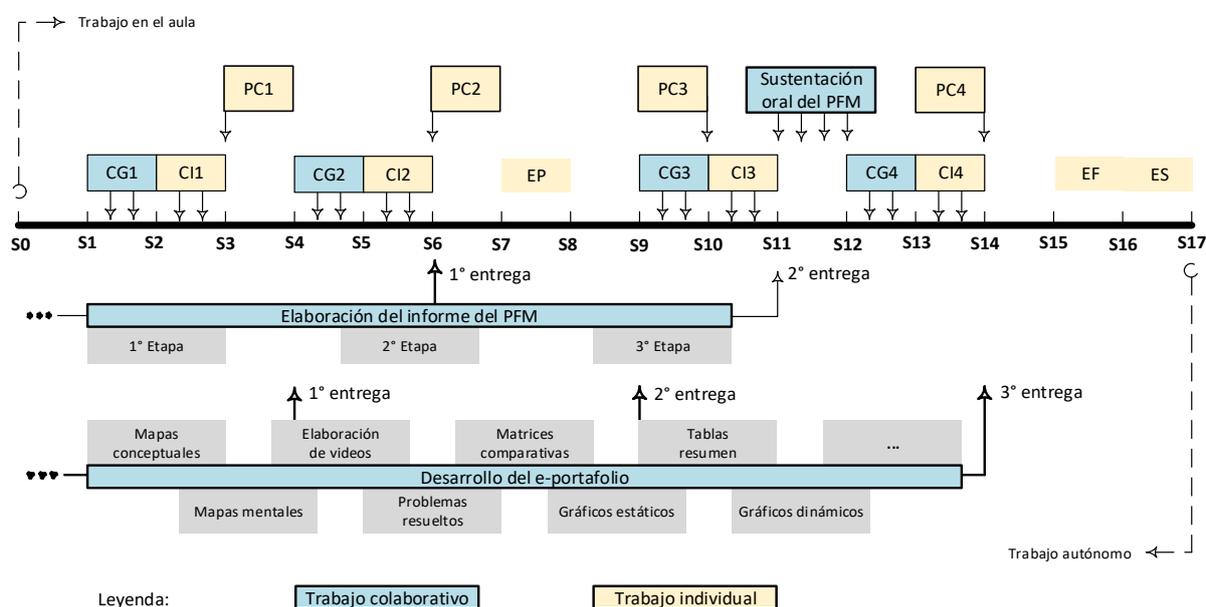


Gráfico 31. Representación gráfica de la programación de la PC MAET

Fuente: *Elaboración propia*

4.2 Implementación de la PC MAET

Se entiende, la implementación curricular, como el proceso que consiste en adquirir, producir y poner en condiciones de funcionamiento todos aquellos elementos que han sido previstos en el diseño curricular. Para la implementación de la PC MAET se hizo necesario la producción del material didáctico, según el esquema mostrado:

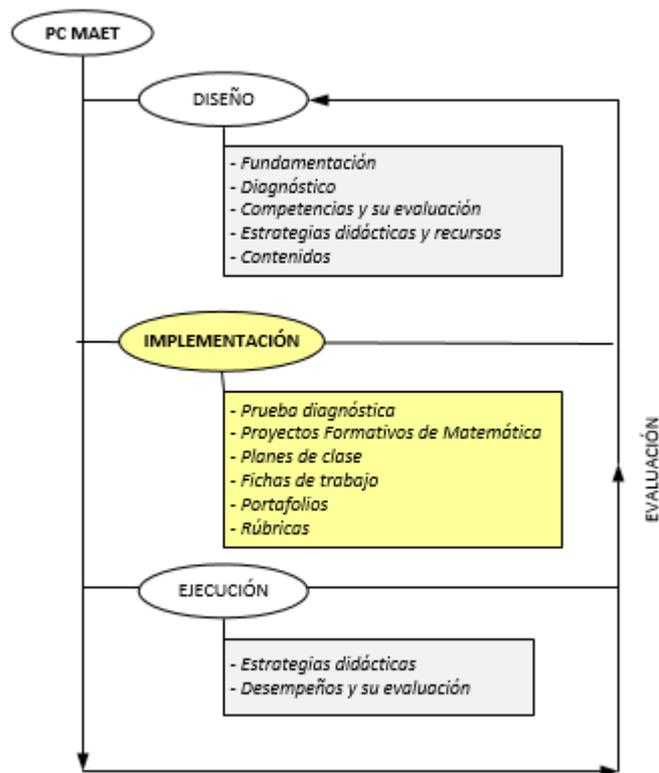


Gráfico 32. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Implementación)

Fuente: Elaboración propia

4.2.1 Prueba Diagnóstica para evaluar la competencia matemática

A continuación, mostramos un ejemplo de un enunciado, y sus respectivos códigos de calificación (ver anexos), de los 7 enunciados en total que conformaron la Prueba Diagnóstica:

Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para venir a Perú como estudiante de intercambio en USIL durante 16 semanas. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) a soles peruanos (PEN).



Ítem 1

- Mei-Ling se enteró por internet de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el sol peruano era de: $1 \text{ SGD} = 2,4 \text{ PEN}$. Mei-Ling cambió 3 000 dólares de Singapur en soles peruanos con este tipo de cambio.

¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en soles peruanos?

Respuesta:

Características del ítem 1:

	Título	El tipo de cambio
1	Capacidad	Matematización y representación
2	Proceso	Empleo
3	Contexto	Social
4	Contenido	Cantidad (tema relacionado a proporciones)
5	Tipo de pregunta	Respuesta construida cerrada (completar)
6	Nivel	1 identifica información, plantea y resuelve una proporción (Reproducción) (PISA N1)
	Indicador	Resuelve situaciones de contexto social aplicando proporciones
	Respuesta	7 200 PEN
	Diseño	Adaptación
	Código	

Ítem 2

- Al volver a Singapur, 16 semanas después, a Mei-Ling le quedaban 2 400 PEN. Los cambió en dólares de Singapur, dándose cuenta de que el tipo de cambio había cambiado a: 1 SGD = 2,2 PEN ¿Cuánto dinero recibió en dólares de Singapur?

Respuesta:

Características del ítem 2:

	Título	El tipo de cambio
1	Capacidad	Matematización y representación
2	Proceso	Empleo
3	Contexto	Social
4	Contenido	Cantidad (tema relacionado a proporciones)
5	Tipo de pregunta	Respuesta construida cerrada (completar)
6	Nivel	1 identifica información, plantea y resuelve una proporción (Reproducción) (PISA N2)
	Indicador	Resuelve situaciones de contexto social aplicando proporciones
	Respuesta	1091 SGD
	Diseño	Adaptación
	Código	

Ítem 3

- Al cabo de estas 16 semanas, el tipo de cambio había cambiado de 2,4 a 2,2 PEN por 1 SGD. ¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 2,2 PEN en lugar de 2,4 PEN cuando cambió los soles peruanos que le quedaban, por dólares de Singapur?

Dé una explicación que justifique su respuesta.

Características del ítem 3:

	Título	El tipo de cambio
1	Capacidad	Comunicación matemática
2	Proceso	Empleo + Interpretación
3	Contexto	Social
4	Contenido	Cantidad (tema relacionado a proporciones)

5	Tipo de pregunta	Respuesta abierta
6	Nivel	1. Analiza la información, efectúa cálculos y argumenta. (Reflexión) PISA N4
	Indicador	Argumenta sus conclusiones en base a la comparación de los resultados del cálculo de proporciones en una situación de contexto social
	Respuesta	1091 SGD
	Diseño	Adaptación
	Código	

Gráfico 33. Enunciado 1, de la Prueba de entrada

Fuente: Adaptado de PISA, liberados

Para la calificación de cada ítem, se consideró las posibles soluciones, así como los posibles errores encontrados en esta solución que podrían efectuar los estudiantes. A continuación, se muestra un ejemplo con los códigos para la calificación de las tres preguntas del enunciado presentado.

Tabla 36. Códigos de calificación de la Prueba Diagnóstica, Caso: Tipo de Cambio

Ítem	Tipo	Código	Detalle
1	Completar	1	Respuesta correcta (7200PEN)
		0	Otras respuestas
		9	En blanco
2	Completar	1	Respuesta correcta (1090, 9 SGD)
		0	Otras respuestas
		9	En blanco
3	Desarrollo	2	Respuesta correcta “si favoreció”, y desarrolla una explicación adecuada
		1	Justifica correctamente (con cálculos o razonamientos), pero no establece la respuesta “si favoreció”
		01	Establece que “si favoreció”, sin explicación o con una explicación inadecuada
		02	Otras respuestas, con error de razonamiento, error de cálculos, o sin relación al problema
		9	En blanco

Fuente: Elaboración propia

4.2.2 Proyecto Formativo de Matemática (PFM).

Los PFM se articulan como un espacio para el desarrollo de ciertas competencias matemáticas de los estudiantes de Estudios Generales. Tienen como base la resolución de

problemas complejos de contexto real, relacionados con la problemática social, ambiental y económica peruana. Las situaciones planteadas en estos PFM no buscan, como ya se ha dicho antes, sólo resolver problemas, sino también comprender el contexto y articular conocimientos.

Para cada curso se propuso inicialmente 10 PFM. En el momento de la aplicación se trabajó solo con 6 de los 10, siendo los seleccionados para cada curso los siguientes:

Nivelación de matemática:

- El estudio de los sismos en el Perú
- El estudio de la propuesta financiera para un préstamo, de 2 bancos
- El análisis económico de un centro PRE
- La comercialización de productos de lana de alpaca
- El buen uso del agua en una comunidad
- El reciclaje de plástico y cartón, en la ciudad de Lima

Matemática 1:

- Aplicación del gas natural en la actividad hotelera
- Producción y comercialización del cuy
- Análisis económico del programa techo propio
- Oferta y demanda en el consumo del pollo
- Análisis económico de la actividad minera y su impacto ambiental
- Análisis económico: planta de acero
- La pesca en el mar peruano

Matemática 2:

- Sierra exportadora: Palta
- Sierra exportadora: Durazno
- Sierra exportadora: Alcachofa
- Sierra exportadora: Canola

- Energía eléctrica
- Impacto ambiental por la fabricación y distribución de latas de cerveza

El investigador compartió la estructura del PFM con los docentes de los 3 cursos, para que cada uno de ellos proponga un proyecto de PFM, considerando la estructura proporcionada, sea de interés y acerque a los estudiantes a su futura actividad profesional. En el proceso de validación, cada docente presentó su propuesta al investigador y equipo de coordinadores, luego este comité emitía las observaciones que debían ser levantadas para una próxima revisión; proceso que se repitió en reuniones sucesivas, hasta obtener el VB respectivo del comité. Después de esta revisión, el comité responsable seleccionó solo 6 PFM, los mismos que fueron empleados en la implementación de la PC MAET.

4.2.3 Sílabo.

Los elementos que se prefirieron agregar al sílabo para el desarrollo de la PC MAET, fueron la competencia matemática del curso y las capacidades fundamentales, el sistema de evaluación en los cursos, y un cronograma de actividades y productos a desarrollar. El sílabo completo se presenta en la sección anexos.

Tabla 37. Competencia y capacidades fundamentales del curso

Competencia del curso	Capacidades Fundamentales
Formula, emplea e interpreta las matemáticas relacionadas con los números reales, las funciones y el cálculo diferencial, utilizando la comunicación matemática, la matematización y representación, y las estrategias y cálculo para resolver problemas de contexto matemático y real y emitir juicios y tomar decisiones.	[CM] Implica la lectura, decodificación e interpretación de información para formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de solución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez encontrada la solución, la persona que resuelve el problema puede presentarla a otros y dar una explicación o justificación.
	[MR] Permite transformar un problema definido en el mundo real en una forma propiamente matemática (que puede incluir la estructuración, conceptualización, elaboración de suposiciones o formulación de un modelo). Así mismo consideramos integra la selección,

interpretación, traducción y utilización de distintas representaciones para reflejar una situación, interactuar con un problema o presentar el propio trabajo.

[EC] Implica la selección y diseño de una estrategia para, reformular matemáticamente problemas, activar mecanismos de control eficaces en procedimientos de múltiples pasos, así como el diseño de estrategias para interpretar una solución matemática a un problema contextualizado. De la misma manera considera la manipulación y uso de expresiones numéricas y simbólicas, así como el uso de definiciones, reglas y algoritmos, así como el uso de las herramientas matemáticas.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 38. Metodología en el curso

Metodología
<p>El curso cuenta con módulos de actividades y problemas diseñados expresamente para crear el interés de los estudiantes y para generar conflictos cognitivos, considerando la diversidad de intereses y ritmos de aprendizaje. Se busca que las actividades estén relacionadas con las carreras de los estudiantes. Las clases se desarrollarán de forma activa, planteando situaciones reales de las cuales surjan aproximaciones al concepto o procedimiento de estudio. El trabajo en pequeños grupos proveerá a la clase del ambiente necesario para crear una comunicación horizontal en el aula y potenciar los aprendizajes significativos y autónomos.</p> <p>El acercamiento intuitivo o experimental será el primer paso en la comprensión y manejo de los conceptos y procedimientos matemáticos. Un uso sistemático de estas formas pedagógicas ayudará a los estudiantes a mejorar sus estrategias de aprendizaje de la matemática. El uso de las estrategias de exposición y discusión, enseñanza directa, de inducción y de aprendizaje cooperativo, así como el uso de recursos tales como las TIC, los diálogos y discusiones y la historia, serán algunas estrategias y recursos que utilizará el docente para formalizar y profundizar los conceptos o procedimientos trabajados.</p> <p>Durante el curso los estudiantes desarrollarán un Proyecto Formativo en Matemática (PFM) con la asesoría permanente del docente y con el propósito del logro de las competencias planteadas anteriormente, desarrollando adicionalmente: la capacidad de comunicación oral y escrita, capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica, habilidades para buscar, procesar y analizar la información. El PFM busca interrelacionar el saber, el saber hacer con el saber ser.</p>

Tabla 39. Sistema de Evaluación

Sistema de Evaluación		
<p>La evaluación será: integral, continua, formativa, flexible, sumativa y retroalimentará durante todo el proceso de enseñanza/aprendizaje. Ésta se obtendrá del promedio de la evaluación permanente (prácticas calificadas, controles de aula, Trabajos (PFM)), examen parcial y el examen final. La ponderación que se le asignará a cada evaluación es la siguiente:</p>		
N°	Tipo de Evaluación	Ponderación
1	Prácticas Calificadas	30 %
2	Controles de aula	10 %
3	Trabajos (PFM)	20 %
4	Examen Parcial	20 %
5	Examen Final	20 %

Ponderación y Cronograma para las Prácticas calificadas, Controles de aula y PFM.

Tipo de Evaluación	Ponderación (%)	N°	Ponderación Desagregada (por tipo de evaluación)		Semana	Fecha		
			Descripción	(%)				
Prácticas Calificadas	30	1	Práctica Calificada 1	25	2	31/03/17		
		2	Práctica Calificada 2	25	5	21/04/17		
		3	Práctica Calificada 3	25	9	26/05/17		
		4	Práctica Calificada 4	25	12	16/06/17		
		Practica califica rezagados					29/06/17 al 01/07/17	
		No se elimina la nota de ninguna práctica calificada. El promedio de prácticas calificadas se considerará sin redondear. La nota de la práctica calificada rezagada reemplazará a la nota de la práctica que no haya sido rendida.						

Tipo de Evaluación	Ponderación (%)	N°	Ponderación Desagregada (por tipo de evaluación)		Semana	Fecha
			Descripción	(%)		
Controles de aula	10	1	Control de aula 1	50	6	24/04/17 al 28/04/17
		2	Control de aula 2	50	13	19/06/17 al 23/06/17
		No se elimina la nota de ningún control. El promedio de controles de aula se considerará sin redondear.				

Tipo de Evaluación	Ponderación (%)	N°	Ponderación Desagregada (por tipo de evaluación)		Semana	Fecha
			Descripción	(%)		
Trabajos	20	1	PFM 1	50	12	12/06/17 al 16/06/17
		2	PFM 2	50	14	26/06/17 al 30/06/17
		No se elimina la nota de ningún PFM. El promedio de PFM se considerará sin redondear.				

Con respecto a los controles de aula y Los Proyectos Formativos:

Evaluación de los controles de aula

Criterios	N.º de evaluación	
	1	2
Control de aula grupal	6	6
Control de aula individual	14	14
Total	20	20

Evaluación de los PFM y sus actividades complementarias

Criterios	N.º de evaluación	
	1	2
PFM	10	12
Ensayo	5	
Portafolio	5	5
Co y auto evaluación		3
Total	20	20

Cronograma de exámenes:

Tipo de evaluación	Fecha
Examen parcial	Del 07/05/17 al 12/05/17
Examen parcial rezagado	Del 22/05/17 al 25/05/17
Examen final	Del 02/07/17 al 07/07/17
Examen final rezagado	Del 13/07/17 al 17/07/17

No podrán rendir el examen final aquellos alumnos que tengan un número de faltas mayor o igual al 30% de las horas académicas del curso.

4.2.4 Planes de clase.

El plan de clase es un instrumento de planificación elaborado por el investigador para la PC MAET. Para cada lección, en cada uno de los cursos, se elaboró el plan de clase correspondiente, asociándolo a la estrategia metodológica: enseñanza directa, exposición y discusión, inductivo, de aprendizaje cooperativo. Elaborando un total de 39 lecciones para nivelación de matemática, 39 lecciones para matemática 1 y 26 lecciones para matemática 2, la cantidad de lecciones está relacionado con la cantidad de horas de cada curso. 6, 6 y 4 respectivamente.

En cada uno de los planes se considera: **objetivos de aprendizaje** que se desprenden de las competencias específicas planteadas en la propuesta, **los indicadores de logro** que son los desempeños que evidenciarán los estudiantes, **los contenidos** del curso asociados, las **actividades**, que son el espacio donde se desarrolla cada una de las etapas de las estrategias seleccionadas para el logro de las competencias específicas, **materiales y recursos** son los medios que se utilizan para apoyar los diferentes momentos de la sesión, y **tiempo** se refiere a la duración de la sesión y de cada momento de la clase.

La forma como se han relacionado, cada una de las estrategias seleccionadas para la PC MAET a los contenidos de los cursos y a la forma como se han implementado, se puede apreciar en los planes de clase (Ver anexos).

4.2.5 Fichas de trabajo.

Es un instrumento que contiene actividades contextualizadas que permiten a los estudiantes explorar situaciones que favorecerá el surgimiento de conceptos matemáticos; así mismo, dicho accionar se refuerza con diversos procedimientos y estrategias que permitirán aprendizajes

significativos y la autonomía del estudiante. Cada ficha contiene: indicaciones generales de la forma de trabajo, un espacio para completar los datos de los integrantes y las situaciones contextualizadas.

Optimización de funciones 437

24.2 Ficha de trabajo

A continuación, se presenta una actividad colaborativa, por lo que se sugiere lo siguiente:
Conformen grupos, lean con atención la información presentada en la actividad, planteen las preguntas que consideren necesarias, dialoguen sobre los posibles argumentos, procedimientos o estrategias que se veían a emplear para resolverlas, apliquenlas; luego compartan sus resultados con toda la clase.

Integrantes:

■ _____

■ _____

■ _____

■ _____

Modelos matemáticos logran representar la concentración de los fármacos en el organismo

Para la administración oral de un fármaco, estos modelos logran representar las diferentes etapas características de la concentración: la absorción ocurre en el estómago e Intestino. Su velocidad depende de factores tales como la velocidad de disolución del fármaco, la velocidad de vaciamiento gástrico y el flujo intestinal, la absorción del fármaco en membranas, la irrigación de la mucosa intestinal, etc. El aporte desde el Intestino permite el incremento de la concentración plasmática. A través de la sangre, el fármaco alcanza los distintos órganos (distribución). La llegada del fármaco al tejido hepático y a los riñones representa su entrada en los órganos de eliminación. Esta situación se puede describir matemáticamente a través de la función de Bateman. (Ver gráfico adjunto).

A. Curva temporal de la concentración de un fármaco

Absorción:
Para la absorción el fármaco llega al estómago y al intestino.

Distribución:
Para la distribución el fármaco se reparte por todo el organismo.

Eliminación:
El fármaco es transformado en otros compuestos por acción de enzimas, también puede ser eliminado por los riñones, etc.

438 Optimización de funciones

Un caso de optimización

La concentración en mg/ml de dos medicamentos en el cuerpo, en función del tiempo t en horas, está dada por los siguientes modelos:

$$r_1(t) = t \cdot e^{-t} \quad \text{y} \quad r_2(t) = t^2 \cdot e^{-t}$$

- ¿Es posible que en algún momento estos medicamentos tengan la misma concentración? Justifiquen.
-
- Determinen los intervalos de monotonía de los modelos, r_1 y r_2 .
-
- Determinen los intervalos de concavidad de los modelos r_1 y r_2 .
-
- Sobre el mismo plano cartesiano tracen las gráficas de los modelos r_1 y r_2 .

- ¿Cuál de los medicamentos tiene mayor concentración máxima?
-
- ¿Cuál de los medicamentos alcanza su concentración máxima en el menor tiempo?
-

Gráfico 34. Ficha de trabajo, empleada en el curso de Matemática 1

Fuente: Eyzaguirre y Luyo (2017)

4.2.6 E-Portafolio.

Mediante este instrumento los estudiantes organizados en grupos presentan sus productos realizados a lo largo del desarrollo del curso, tales como: videos, organizadores gráficos, esquemas/resúmenes, fichas de clases, artículos científicos/periodísticos relacionados al tema, opiniones de especialistas, matrices comparativas, gráficas usando las TIC, resolución de problemas, demostraciones etc.

e-portafolio 2.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su e-portafolio:

- Resuelva por lo menos cinco de los ejercicios pares del trabajo autónomo de su manual.
- Investigue sobre por lo menos dos aplicaciones que tiene las inecuaciones lineales en el campo de la ingeniería, explique cada una.
- Elabore un video donde uno de los integrantes de su grupo desarrolle la solución de uno de los problemas propuestos en el trabajo autónomo.

Gráfico 35. Actividades propuestas al estudiante para integrarse en el e-portafolio

Fuente: Elaboración propia

Las producciones para el e-portafolio tenían dos fuentes: unas eran los productos de los estudiantes, resultado de las actividades elaboradas por el investigador, para ser propuestas por los docentes a los estudiantes, al iniciar el estudio de la unidad. Las segundas, provenían de las producciones libres que puedan aportar los estudiantes para evidenciar las competencias matemáticas propuestas en el curso.

4.2.7 Notas históricas.

Para motivar y despertar el interés de los estudiantes, se prepararon progresivamente, 50 notas históricas de matemáticos vinculados a las temáticas estudiadas en los cursos de Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2. Entre ellos Isaac Newton, John Napier o Neper, Albert Einstein, François Vieta o Viète, Tales de Mileto, Bertrand Russell, George Polya, Pitágoras de Samos, Blaise Pascal, Diofanto de Alejandría, René Descartes, Gerolamo Cardano, Georg Ferdinand Cantor, George Boole, Arquímedes de Siracusa, Al-Khwarizmi, Niels Henrik Abel, Nikolai Lobachevski, Gottfried Wilhelm Leibniz, Pierre-Simon Laplace, Karl Friedrich Gauss, Évariste Galois, Pierre de Fermat, Leonhard Euler, Euclides, entre otros.

Líneas abajo, un ejemplo más del trabajo desarrollado con esta finalidad:

Nota histórica:

Arquímedes (Siracusa, actual Italia, 287 a.C. - Id., 212 a.C.)

Matemático griego, conocido por ser el más célebre y prestigioso de la Antigüedad helénica. Fue hijo de Fidias y primo del rey Hierón II, quien construyó la mayor nave de su época, la cual solo consiguió salir a flote gracias a la intervención de Arquímedes.

Sus descubrimientos se adelantaron a los fundadores de la ciencia moderna, ya que dentro de sus aportes destaca la definición de la ley de la palanca, la invención de la polea compuesta y el descubrimiento de la ley de la hidrostática (conocida como el principio de Arquímedes).

A este estudioso le apasionaba tanto el conocimiento que muchas veces dejó de alimentarse para culminar sus investigaciones. Finalmente, pierde la vida durante la segunda Guerra Púnica al defender sus instrumentos matemáticos ante un soldado romano.

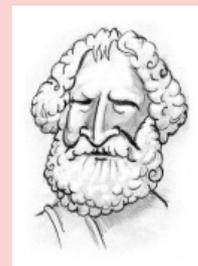


Gráfico 36. *Nota histórica*, presentada y discutida en el curso de Nivelación de Matemática

Fuente: Eyzaguirre, L.E. y Luyo, J. (2017)

4.2.8 Rúbricas.

Estos instrumentos fueron elaborados por el investigador y se utilizaron para evaluar los diferentes desempeños de los estudiantes. Cada rúbrica contiene los criterios e indicadores alineados a los procesos correspondiente; además, al inicio de cada ciclo éstas fueron compartidas con los estudiantes para que conozcan dichos criterios e indicadores. Las rubricas utilizadas en la PC MAET fueron:

- Rúbrica para el portafolio
- Rúbrica para el informe escrito
- Rúbrica para la sustentación oral.

Las rúbricas aparecen en la sección anexos.

4.3 Ejecución de la PC MAET

Como ya se mencionó, los cursos sobre los cuáles se ha desarrollado la Propuesta Curricular, son Nivelación de matemática, Matemática 1 y Matemática 2, los mismos estuvieron programados en los 3 primeros ciclos de la malla curricular. Los dos primeros cursos se

desarrollaron en 6 horas semanales efectivas de clase y el último curso con 4 horas efectivas de clase; cada clase se desarrolló en sesiones de dos horas de 50 minutos cada una. Los tres cursos fueron programados en los ciclos regulares de cada año. De acuerdo con la programación general para el desarrollo de cada curso, los docentes debieron asegurar su cumplimiento a fin de que los estudiantes logren los desempeños esperados y en consecuencia aprueben el curso.

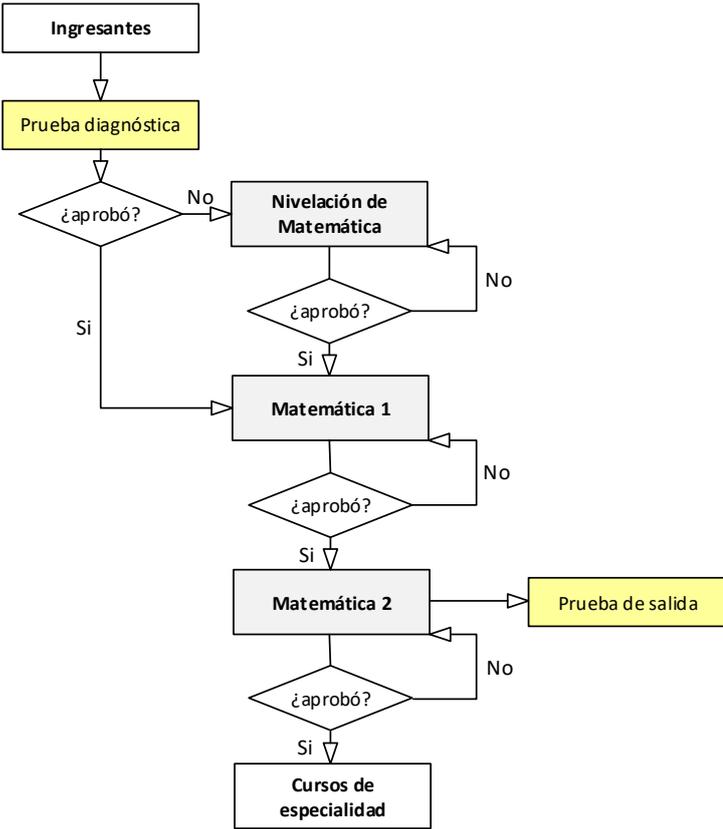


Gráfico 37. Secuencia de cursos considerada en la ejecución de la PC MAET.

Fuente: Elaboración propia.

En esta sección se evidenciarán las acciones previstas en el diseño e implementación de la PC MAET, como se muestra en el gráfico 38.

Para efectos didácticos, la descripción de **la ejecución** de la PC MAET, la efectuamos presentando las fases sugeridas para cada una de las estrategias didácticas y la forma como se han integrado a estas estrategias los recursos. A continuación, se presentan ejemplos que ilustren su implementación.



Gráfico 38. Procesos desarrollados para la concreción de la PC MAET (Ejecución).

Fuente: Elaboración propia.

4.3.1 Estrategias didácticas.

4.3.1.1 Estrategia de enseñanza directa.

Fue usada para enseñar conceptos tales como puntos críticos, costo promedio, recta tangente, límite de funciones, entre otros. Y habilidades tales como demostrar, graficar, derivar, modelar, entre otras. A continuación, se describe cada una de las fases:

Introducción: En esta fase, al desarrollar los temas, un ejemplo que se utilizó con el fin de motivar a los alumnos fue la actividad propuesta en el gráfico 39:

- Analicen la siguiente secuencia y encuentre si en algún paso se cometió algún error. Si fuera el caso, realice la corrección.

Paso 1	$4 < 8$
Paso 2	$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$
Paso 3	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$
Paso 4	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \ln\left(\frac{1}{2}\right)^3$
Paso 5	$2 \times \ln\frac{1}{2} > 3 \times \ln\frac{1}{2}$
Paso 6	$2 > 3$

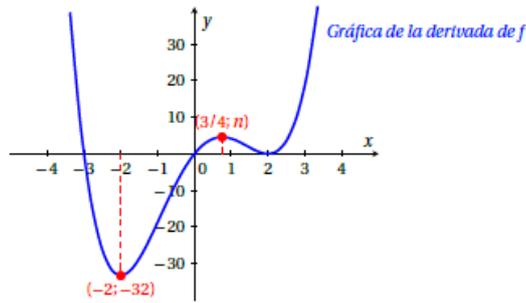
Gráfico 39. Situación con discrepancia óptima, propuesto en inecuaciones lineales.

Fuente: Elaboración propia

Esta actividad busca activen sus conocimientos previos, relacionados a las inecuaciones, y motivar a los estudiantes a través de una situación discrepante: en esta ocasión el estudiante debe, primero, analizar como partiendo de una proposición verdadera, y luego de un conjunto de supuesto de pasos correctos, se llega a una proposición falsa, y finalmente corregir el proceso.

Presentación: En esta fase, al iniciar el desarrollo del tema análisis de una función, un ejemplo que se utilizó en la clase de matemática 1, para introducir los nuevos conceptos a los estudiantes, fue el siguiente:

■ Si la gráfica de la derivada de f es la que se muestra, respondan:



- a) ¿En qué intervalos f es creciente y decreciente?
- b) ¿En qué puntos f tiene un máximo y un mínimo?
- c) ¿En qué intervalo f es cóncava hacia arriba?
- d) ¿En qué intervalo f es cóncava hacia abajo?
- e) Cuando $x = 2$, ¿hay un máximo o un mínimo de f ? Argumenten.

- f) Determinen la regla de correspondencia de la derivada de f

Gráfico 40. Representación gráfica de la función derivada, a partir del cual se inicia el estudio del análisis de una función.

Fuente: Elaboración propia

Esta actividad permitió el análisis de la monotonía a partir de la gráfica de la función derivada, fomentar el uso de diferentes representaciones de un objeto matemático e incentiva la argumentación en las respuestas. Dando oportunidad para que el docente pueda monitorear y retroalimentar a sus estudiantes, para ello fue necesario un buen nivel de interacción entre docente y estudiantes.

Práctica guiada: En esta fase, al desarrollar el tema de programación lineal en la situación problemática siguiente:

- Una compañía elabora dos productos A y B, en dos máquinas I y II. Se ha determinado que la compañía logrará una ganancia de \$3 por cada unidad del producto A y \$3 por cada unidad del producto B. Para producir una unidad del producto A se necesitan 6 minutos en la máquina I y 5 minutos en la máquina II y para producir una unidad de B, se necesitan 9 minutos en la máquina I y 4 minutos en la máquina II. Se cuenta con 5 horas de tiempo para utilizar la máquina I y 3 horas de tiempo para utilizar la máquina II, en cada turno. ¿Cuántos productos de cada tipo se deben de producir para maximizar la ganancia?

Gráfico 41. *Situación de optimización*, trabajo a partir del cual el docente monitorea y retroalimenta.

Fuente: Elaboración propia

En un contexto de diálogo y discusiones, se utilizó la formulación de preguntas que ayudaron a resolver dicha situación problemática, que ayuden a los alumnos a reflexionar y les permita acercarse al conocimiento. Dichas preguntas fueron:

“Suponiendo que la compañía produce como muestra 2 un. del producto A y 3 un. de B. ¿Cuánto ganaría?

Para producir la muestra de la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo debe usar la máquina I y cuánto tiempo la máquina II?

¿Cuántas y cuáles son las variables que es necesario utilizar para modelar la ganancia de la compañía?

¿Cuál es la función que nos permite obtener la máxima ganancia?

¿Cuáles son las restricciones del problema? ¿Podríamos representarlas?

¿Cuál es el gráfico que representa el conjunto solución?

¿El gráfico que acabamos de obtener, corresponde realmente a un conjunto convexo?

¿Qué representa las coordenadas de cada uno de los vértices?

¿Algunos de estos puntos logra maximizar la ganancia?

¿Cuál es la máxima ganancia que produce?”

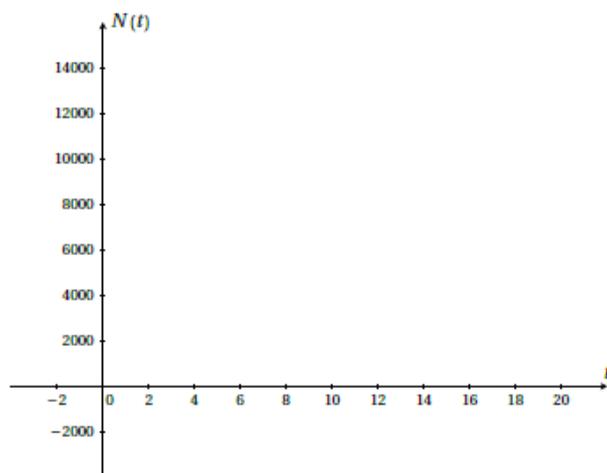
Práctica independiente: En esta fase, al desarrollar el tema de razón de cambio, un ejemplo que se utilizó con el fin de motivar a los estudiantes fue:

- Un investigador está probando la acción de un fármaco sobre una bacteria. Averiguó que el número de bacterias $N(t)$, cambia con el tiempo t , en horas, una vez suministrado el fármaco, según la función:

$$N(t) = 20t^3 - 510t^2 + 3600t + 2000$$



- ¿Cuántas bacterias había al momento de suministrar el medicamento?
- Determine la razón de cambio del número de bacterias entre la segunda y cuarta hora. Interprete
- Determine la razón de cambio entre la sexta y octava hora. Interprete
- Determine la razón de cambio cuando $t=2$. Interprete
- Determine la razón de cambio cuando $t=6$. Interprete
- En el momento en que $t=8$, ¿el número de bacterias está creciendo? Argumente
- Analice la monotonía de la función $N(t)$
- Analice la concavidad de la función $N(t)$
- ¿En qué momento la acción del fármaco es máxima?
- ¿En qué momento empieza a notarse el efecto del fármaco?
- Grafique la función $N(t)$



- En el mismo plano grafique la función razón de cambio instantánea
- Determine en qué momento la razón de cambio instantánea es mínima

Gráfico 42. Situación propuesta para el momento de práctica independiente.

Fuente: Elaboración propia

Esta situación permitió que los estudiantes puedan practicar, de forma autónoma, logrando la automatización de las habilidades propuestas. En esta ocasión la actividad permitirá aproximarse a los conceptos de razón de cambio promedio y razón de cambio instantánea y el análisis de la función.

4.3.1.2 Estrategia de exposición y discusión.

Está diseñada para ayudar a los estudiantes a aprender cuerpos organizados de conocimiento, tales como: el sistema de los números reales, las funciones reales de variable real, límites de funciones, entre otros; reforzando las interconexiones entre los conceptos.

Introducción: En esta fase, se compartía con los estudiantes los logros a alcanzar, a través del desarrollo de las actividades de la unidad. A continuación, se muestra un ejemplo para el caso de optimización de funciones.

24 | Optimización de funciones

En esta lección, estudiaremos la **optimización de funciones**, haciendo uso de la derivada que nos permitirá analizar funciones, las que modelan determinados sucesos o fenómenos que se dan en contexto real o en el contexto matemático. De este análisis surgirá la determinación de los máximos y mínimos, así como la interpretación de los resultados.

Logros de aprendizaje:

- Representa funciones simbólicamente vinculadas al proceso de optimización.
- Resuelve problemas de optimización en diversos contextos, aplicando criterios de la primera y/o segunda derivada de una función.
- Evalúa una o varias estrategias y/o procedimientos en la optimización de funciones, utilizando propiedades, conceptos y definiciones.

Gráfico 43. Logros de aprendizaje.

Fuente: Elaboración propia

Los logros propuestos en la unidad están alineados con los procesos matemáticos seleccionados, los mismos que se encuentran asociados a las competencias específicas de esta investigación.

Presentación: En esta fase se pretende mostrar a los estudiantes el tema a estudiar con ejemplos sencillos, para hacer notar la necesidad de usar las inecuaciones para la representación de determinadas situaciones.

“...Muchas veces, al explicar situaciones reales, no comunicamos datos con valores exactos; Así, resulta normal escuchar a alguien decir que el gasto de esta semana será superior a los \$ 2000, o que el aumento que corresponde al personal administrativo será entre el 10 y 15 % de su sueldo. Es evidente que tales informaciones no podemos expresarlas mediante igualdades, para representarlas podemos usar las desigualdades. Al expresar una desigualdad con una o más incógnitas obtenemos una inecuación.

Trataremos en este tema el cómo resolver las inecuaciones, tanto con una incógnita como con dos, y veremos también como interpretar la solución, que generalmente no será única”.

Monitoreo de la comprensión: En esta fase se pretende evaluar la comprensión que los estudiantes han logrado sobre tema, para ello el docente propone algunas situaciones que propicien razonamientos variados, como, por ejemplo:

- Justifique por qué es falsa la siguiente proposición: Para todo número “a” diferente de cero y $\Delta x < 0$, la variación aproximada de la función f, definida por $f(x) = -a \cdot \ln(x)$, con $x > 0$, es positiva.

- Demuestre que de todos los rectángulos que tienen un perímetro dado, el que tiene área máxima, es el cuadrado.

Gráfico 44. Ejemplos de monitoreo de la comprensión

Fuente: Elaboración propia

Los procesos matemáticos propuestos en estas actividades demandaron participación activa de los estudiantes, donde los estudiantes tuvieron que dar las razones, usar teoremas y

definiciones relacionados con el tema, y que fue aprovechada por el docente para proporcionar una retroalimentación adecuada a la clase.

Integración: En esta fase se buscó que los estudiantes encuentren interrelaciones entre los contenidos previos con el nuevo contenido. Favoreciendo las interrelaciones entre conceptos trabajados que podrían permitir: encontrar la relación entre conceptos supraordenado y subordinados o encontrar semejanzas y diferencias entre conceptos.

- Determine si existen dos funciones con la misma derivada. En caso afirmativo formule un ejemplo.

Gráfico 45. Ejemplo de integración horizontal

Fuente: Elaboración propia

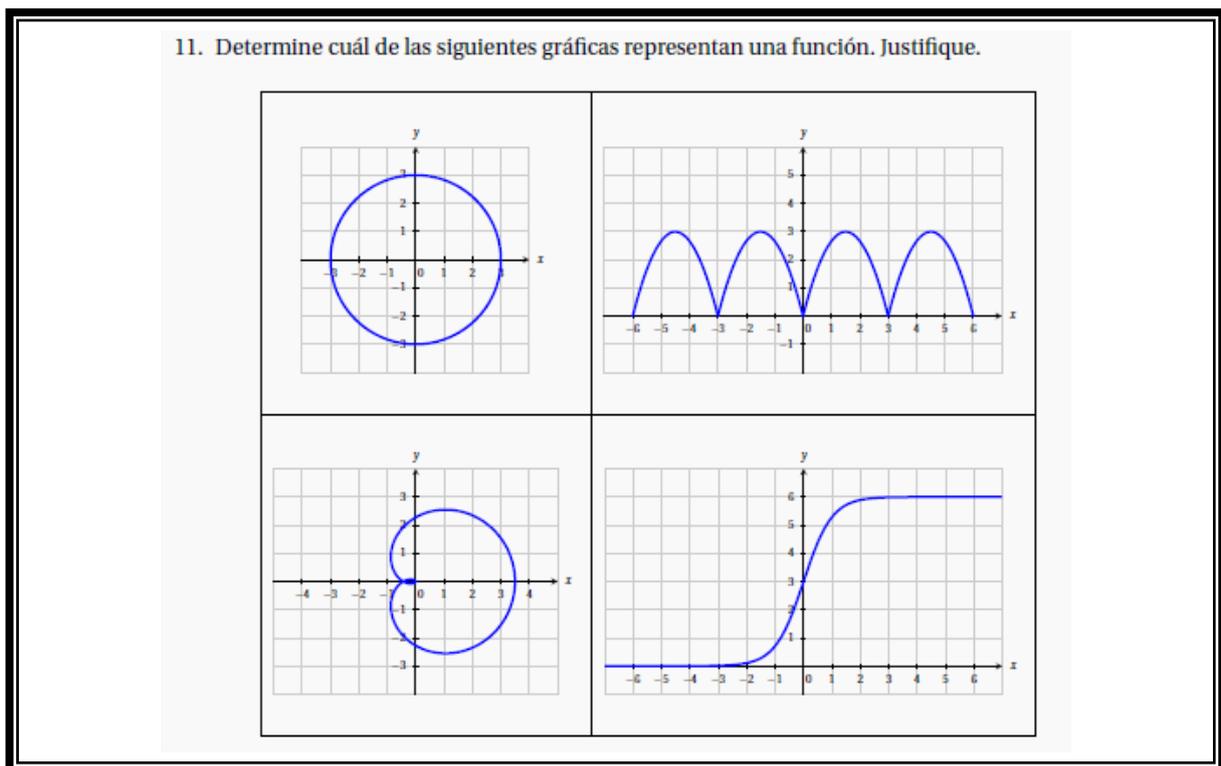


Gráfico 46. Ejemplo de integración vertical

Fuente: Elaboración propia

Revisión y cierre: En esta fase se busca estructurar los contenidos trabajados a través de organizadores gráficos, que permitan integrar la nueva información y favorecer su comprensión sobre el tema.

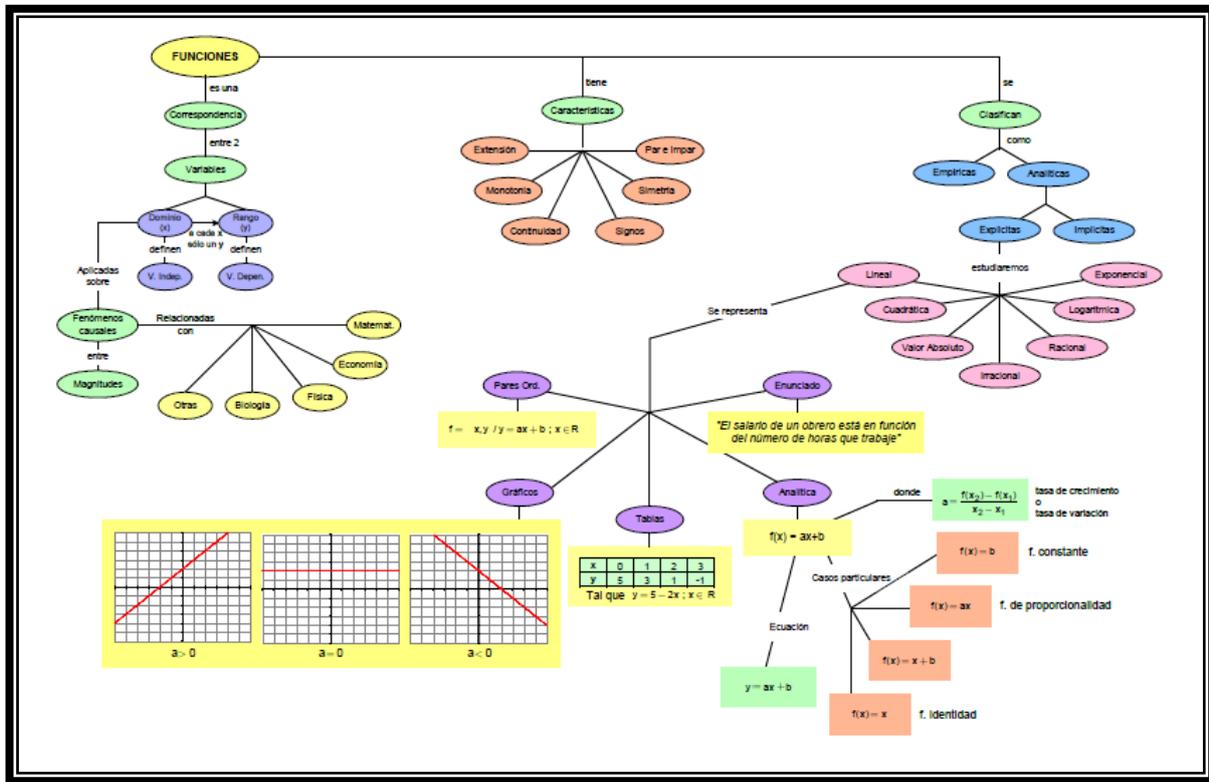


Gráfico 47. Ejemplo de organizador gráfico, utilizado para un cierre

Fuente: Elaboración propia

4.3.1.3 Estrategia de inducción.

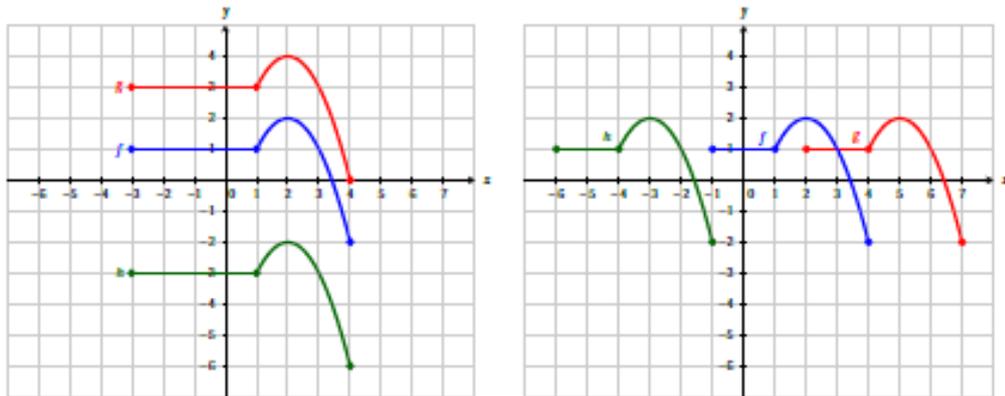
Esta estrategia es más eficaz cuando nos encontramos trabajando conceptos, principios, reglas o generalizaciones. Sus metas son buscar que los estudiantes construyan una comprensión profunda y completa, y que tenga un rol activo en el proceso de construir su comprensión.

Introducción a la clase: En esta fase el docente indica a los estudiantes que presentará algunos ejemplos y les pide que observen los casos y planteen sus descripciones y comparaciones. “*Hoy voy a mostrarles algunas gráficas de funciones, me gustaría que sean muy buenos observadores y traten de describir, de la mejor manera, lo que observan en ellas*”

Final abierto: En esta fase, se motiva la participación de los estudiantes, para que expresen sus observaciones, y comparaciones.

- Analicemos el comportamiento de las siguientes gráficas, tomando como figura base la gráfica de la función f :

a) Expliquen, en ambos casos, el desplazamiento realizado por las gráficas de g y h con respecto a f .



b) ¿Cómo se le llama a este tipo de desplazamiento?

.....

c) Las cuatro gráficas mostradas se obtienen por transformaciones sucesivas de $f(x) = x^2$, en el orden establecido (1, 2, 3 y 4). Determinen las reglas de correspondencia de cada una de ellas y comente las transformaciones efectuadas.

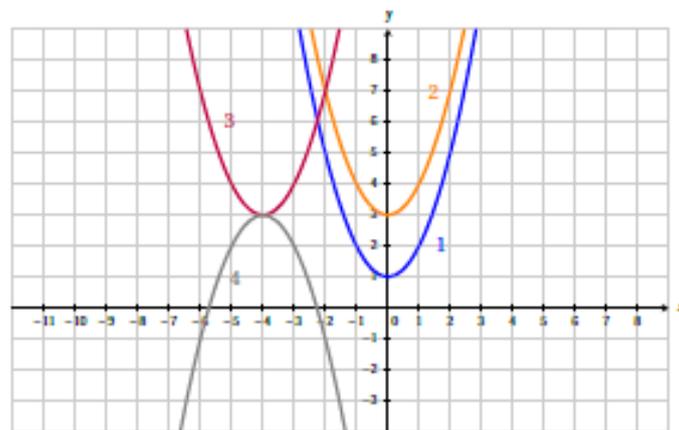


Gráfico 48. Actividad para el estudio de transformación de una función.

Fuente: Elaboración propia

En el ejemplo anterior, se muestra la transformación simple y compuesta de funciones, para que los estudiantes analicen y busquen las diferencias en cada caso, con respecto a la gráfica original, y a partir de ello puedan construir sus descripciones. A continuación, listamos alguna de las descripciones del primer caso:

- a) *Mario: La función g , sube 2 unidades*
- b) *Rosario: La gráfica roja está encima de la gráfica azul*
- c) *Erlith: Todos los puntos de g han subido 2 unidades*
- d) *Roberto: La función sube 2 unidades con respecto a f*
- e) *María: La gráfica de la función g , se mueve hacia arriba 2 unidades*
- f) *Juanita: La gráfica de g se ha desplazado verticalmente 2 unidades hacia arriba, con respecto a la gráfica de f*
- g) *Pedro: La grafica de g se traslada 2 unidades hacia arriba*

Convergencia: En esta fase la clase progresa hacia la caracterización del principio, para ello el docente apuntala con un conjunto de preguntas.

Para el ejemplo mostrado en la fase anterior, la clase en conjunto reconoce que hay varias formas de expresar una misma situación; sin embargo, concuerda que la expresión que mejor representa el desplazamiento acontecido por la gráfica g , es lo descrito por Juanita, al describir que lo que ocurre con g es con respecto a f .

Juanita: “La gráfica de g se ha desplazado verticalmente 2 unidades hacia arriba, con respecto a la gráfica de f ...”

Cierre: En esta fase, la clase en conjunto establece el principio que describe lo acontecido, de forma general, en las gráficas de las funciones.

Para el caso trabajado, fue: “*dada una función $f(x)$, si sumamos una constante positiva k a esta función, se obtiene $g(x) = f(x) + k$, cuya gráfica resultante se desplaza con respecto a la gráfica de $f(x)$ hacia arriba k unidades*”.

Aplicación: En esta fase, el docente presenta una actividad para que los estudiantes apliquen el principio trabajado, y logren que el tema se vuelva significativo.

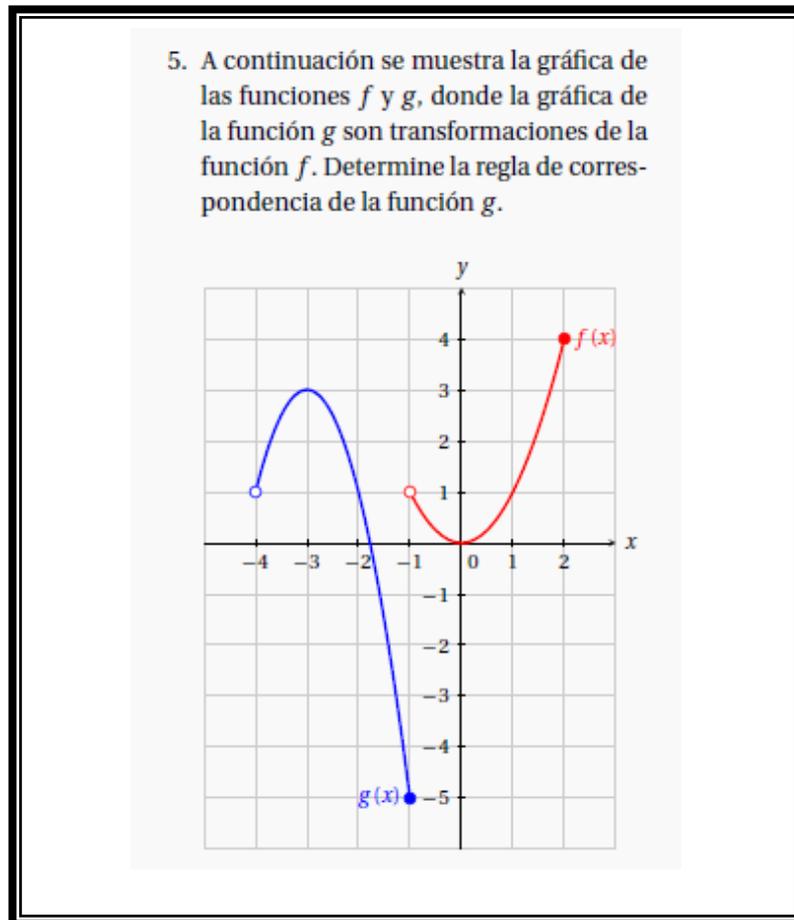


Gráfico 49. Ejemplo de aplicación de un principio de transformaciones

Fuente: Elaboración propia

4.3.1.4 Estrategia de aprendizaje cooperativo (DCGA).

Está diseñado para trabajar en equipos de aprendizaje de multi-habilidad, para enseñar formas específicas de contenidos: hechos, conceptos, generalizaciones, principios y habilidades. Al estar relacionada a las estrategias de enseñanza directa e inducción, se aplica a los contenidos matemáticos expuestos anteriormente en dichas estrategias

Enseñanza: Será idéntica a la usada con la estrategia de enseñanza directa. Se introduce la clase mediante la especificación de las metas, presentación, explicación, modelización de habilidades

o aplicaciones de conceptos o principios y se inicia una práctica guiada. Como se muestra en el ejemplo siguiente:

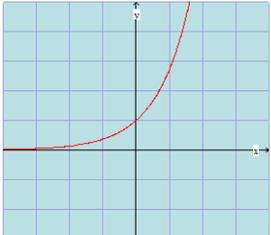
<p>UNIVERSIDAD ABC ÁREA DE MATEMÁTICA, ESTADÍSTICA, FÍSICA Y LÓGICA.</p> <p style="text-align: center;">FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA</p>  <p>PROFESOR : LUIS ENRIQUE EYZAGUIRRE CICLO: 2017-1</p>	<p>Metas de aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representar la gráfica de la función exponencial y logarítmica. (p) • Reconocer y describir las características gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas: <i>Extensión (dominio y rango); Intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento); Signos de la función; Continuidad y discontinuidad; Paridad e imparidad; Periodicidad; Interceptos; Simetría; Inyectividad; asíntotas.</i> (c) • Modelar a partir de situaciones reales diversos fenómenos. <i>fenómenos naturales</i> estudiados por la física, la biología o la química; <i>fenómenos sociales</i> como el crecimiento poblacional; <i>fenómenos económicos</i> como en el interés compuesto, usando las funciones exponenciales y logarítmica. (p) • Plantear y resolver problemas de aplicación de la función exponencial y logarítmica. (p)
<p>Función exponencial:</p> <p>Aplicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demografía : Crecimiento poblacional. • Psicología : Estudio de fenómenos de aprendizaje. • Física : Desintegración radiactiva. • En finanzas : Interés continuo. • En salud pública : Propagación de epidemias. • Arqueología : Determinación de la edad de objetos antiguos. • Ingeniería : Determinación de la confiabilidad de máquinas. • Biología : Reproducción de peces. • Medicina : Radioterapia (tratamiento de tumores por radiación) • Sismología : Energía liberada por un sismo. 	<p>Función exponencial:</p> <p>Sea: $f(x) = a^x$ siendo $a > 0$, $a \neq 1$ y $x \in \mathbb{R}$</p> <p>Características: (Si $a > 1$)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dom: $x \in \mathbb{R}$, Rang: $y \in]0; \infty[$ • Intercepta al eje Y en $(0; 1)$ • Es continua. • Es creciente. • Es inyectiva. • Cóncava hacia arriba. • Presenta asíntota horizontal $y = 0$ 
<p>Aplicaciones de la función exponencial:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Para las siguientes funciones exponenciales: $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 4^x$. <ol style="list-style-type: none"> a) Graficarlas en el mismo plano cartesiano. b) Comparar a las funciones para $x < 0$ y para $x > 0$ 2. A partir de la gráfica de la función: $f(x) = e^x$ <ol style="list-style-type: none"> a) Construir las reglas de correspondencia de funciones que sean simétricas con respecto al eje x, al eje y, al origen de coordenadas. b) Graficar dichas reglas de correspondencia. c) Determinar el dominio y rango de cada gráfica. 	<p>Función logarítmica:</p> <p>Jhon Napier (1550-1617): Matemático y teólogo escocés. En 1614, tres años antes de su muerte, publicó su invención de los logaritmos que pronto se expandió por todas partes, constituyendo una ayuda extraordinaria para realizar de modo fácil los hasta entonces complicadísimos cálculos de los astrónomos. Napier tardó algo más de veinte años en madurar sus ideas iniciales. Poco después, el matemático inglés Henry Briggs se desplazó a Escocia y convenció a Napier para modificar la escala inicial usada por éste; nacieron así los logaritmos de base 10, forma en la que se impusieron en toda Europa.</p> 

Gráfico 50. Diapositivas utilizadas en función exponencial y logarítmica

Fuente: Elaboración propia

Las diapositivas mostradas fueron algunas de las usadas para la clase de función exponencial y logarítmica, en el curso de Matemática 1.

Transición a equipos: En esta etapa se presentó detalladamente cómo funciona el aprendizaje cooperativo y los procedimientos que deben seguirse. El docente invierte tiempo en cuestiones organizativas de los grupos al principio, sentando las bases para que los grupos funcionen fluidamente después.

1.2 Ficha de trabajo

A continuación, se presenta una actividad colaborativa, por lo que se sugiere lo siguiente: Conformen grupos, lean con atención la información presentada en la actividad, planteen las preguntas que consideren necesarias, dialoguen sobre los posibles argumentos, procedimientos o estrategias que se vayan a emplear para resolverlas, apliquenlas; luego compartan sus resultados con toda la clase.

Integrantes:

■ _____ ■ _____
 ■ _____ ■ _____

Desigualdades

Las desigualdades se utilizan todo el tiempo en el mundo que nos rodea. Sólo debemos saber dónde buscar. Descubrir la manera de interpretar el lenguaje de las desigualdades es un paso importante para aprender a resolverlas en contextos cotidianos.



■ Planteen en cada caso la desigualdad que corresponda. Considere para esto las variables y restricciones necesarias:

- Velocidad máxima: 45 km/h.
.....
- El pago mínimo para adquirir un vehículo es el 10% de su valor de venta.
.....
- Se dispone de 120 minutos como máximo para llamar por el celular al mes.
.....

Inecuaciones lineales

- El tiempo que me toma llegar a la escuela es de 15 a 20 minutos.
.....
- La nota mínima aprobatoria en el curso de matemática es 11.
.....
- El precio del par de zapatos está entre \$/ 120 y \$/ 150.
.....

■ De lo anterior, se puede apreciar que las desigualdades pueden ser usadas para modelar situaciones cotidianas. Formulen tres nuevos ejemplos de desigualdades.
.....

Expliquen:

a) ¿Cómo se puede verificar si un número es o no solución de una inecuación?
.....

b) ¿Pueden existir inecuaciones con infinitas soluciones? ¿Con una solución? ¿Sin solución? Formule ejemplos para cada una de ellas.
.....

c) ¿Qué son inecuaciones equivalentes?
.....

■ Analicen la siguiente secuencia y encuentre si en algún paso se cometió algún error. Si fuera el caso, realice la corrección.

Paso 1	$4 < 8$
Paso 2	$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$
Paso 3	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$
Paso 4	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \ln\left(\frac{1}{2}\right)^3$
Paso 5	$2 \times \ln\frac{1}{2} > 3 \times \ln\frac{1}{2}$
Paso 6	$2 > 3$

Gráfico 51. Modelo de ficha de trabajo de introducción a un tema

Fuente: Elaboración propia

Al inicio de cada unidad, y como se muestra en el encabezado de la ficha de trabajo adjunta para el tema de desigualdades, en esta etapa se reforzó reiteradamente, como debería organizarse cada grupo para: la lectura comprensiva de la tarea, el dialogo conjunto, la selección adecuada de las estrategias a usar, la evaluación de los resultados, entre otros.

Estudio en grupo y monitoreo: En esta etapa, mientras los alumnos trabajaban las actividades, el docente monitoreaba detenidamente el funcionamiento del grupo, para asegurarse de que estén trabajando con fluidez, dando indicaciones positivas para que cada integrante comprenda su rol

en el grupo; y al mismo tiempo, los estudiantes observen y analicen las conductas de sus pares, no sólo para intentar imitarlas sino también para cooperar entre ellos.

A continuación, mostramos un ejemplo de la producción del estudio en grupo, como respuesta a una de las actividades que fue parte de una ficha de trabajo.

■ De lo anterior, se puede apreciar que las desigualdades pueden ser usadas para modelar situaciones cotidianas. Formulen tres nuevos ejemplos de desigualdades.

.....

.....

.....

Gráfico 52. Ejemplo de producción del estudio en grupo

Fuente: Elaboración propia

- a) La capacidad máxima del auditorio es 120 personas
 $0 \leq x \leq 120$; x : número de personas
- b) El precio de un auto está entre 11 mil y catorce mil dólares
 $11000 \leq x \leq 14000$; x : valor del auto
- c) El precio del kilo de limón es al menos 12 soles
 $x \geq 12$; x : precio del kilo de limón
- d) La nota mínima que tengo que sacar en el examen, para aprobar el curso, es 14
 $14 \leq x \leq 20$; x : nota en el examen

Pruebas: Esta etapa tiene como función proporcionar retroalimentación al docente y a los alumnos acerca del progreso del aprendizaje, y en función a esto, replantear sus estrategias según corresponda.

La ficha adjunta es una muestra de cómo esta etapa se integra en la estrategia para el desarrollo para el tema de modelamiento funcional.

10.7 Evaluación

Ficha de evaluación individual 10

Nombres y apellidos: _____

Instrucciones: Desglose las hojas y siga la instrucción del docente.

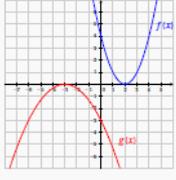
Problema A

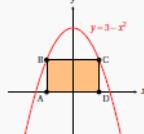
Problema B

Modulamiento Funcional

Ejercicios propuestos

- Determine las expresiones simbólicas de las funciones cuadráticas f y g de la figura. Explique el procedimiento que ha utilizado para su resolución.


- Represente simbólicamente el área del rectángulo $ABCD$ de la figura. Si dos de sus vértices se encuentran sobre la curva $y = 3 - x^2$ y los otros dos sobre el eje x , ¿qué valores podría tomar x ? Con la ayuda de su calculadora represente gráficamente la función $A(x)$ que es el área del rectángulo.


- Determinar el número de cuadrados que serían necesarios en la décima figura de la siguiente secuencia gráfica:


- Considere un rectángulo $ABCD$ de forma que su base CD se encuentre sobre el eje X y los otros dos vértices estén por encima del eje X , sobre la parábola $y = 8 - x^2$. Determine el área del rectángulo $ABCD$.
- La fábrica *El dulce* elabora barras de chocolates. El costo de elaboración de cada barra es de S/ 0,5. El número de barras que puede vender a la semana depende del precio que les fije, de forma tal que si el precio es de p soles entonces se pueden vender x chocolates, en donde $x = 500(4 - p)$.
 - Modele la función utilidad.
 - ¿Cuál debe ser el precio que debe fijar para obtener una utilidad semanal de S/ 4 800?
- Una heladería, en este verano caluroso, tiene un ingreso total de S/ 900 al día sin considerar el precio de su producto.
 - Determine la relación de la demanda.
 - Grafique la curva de demanda.
- Un comerciante mayorista en el Mercado Central compró 1 000 sacos de arroz a S/ 30 cada uno. Vendió 600 de ellos obteniendo una ganancia de 20%. Si los sacos restantes se venden a un precio de x soles cada uno, entonces:
 - Modele la función ingreso total en términos de x .
 - Modele la función utilidad del comerciante mayorista.
- Una caja, sin tapa y de base cuadrada, debe construirse con 192 plg^2 de material. Modele una expresión que represente el volumen de la caja.

Gráfico 53. Ejemplo de ficha de evaluación individual

Fuente: Elaboración propia

Trabajos de estructuración, profundización y ampliación: En esta etapa, los estudiantes realizaban trabajos en grupos fuera del horario de clase, para lograr los objetivos planteados. A continuación, un ejemplo de preguntas para el tema de línea recta:

- ¿Todas las rectas pueden ser escritas en la forma pendiente ordenada en el origen? Explica tu respuesta.
- ¿Todas las rectas tienen intersecciones con los dos ejes coordenados?
- Los carpinteros usan el término inclinación para describir la pendiente de los tejados y escaleras ¿cómo se relaciona la inclinación con la pendiente?

Gráfico 54. Actividad de profundización y ampliación, para el curso de Matemática 1.

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, generalmente se trataba de preguntas que demandaban procesos de argumentación, y de compartir opiniones y/o estrategias con los compañeros.

4.3.2 Recursos didácticos.

4.3.2.1 Historia.

Al iniciar cada tema, de cada curso, el docente presenta y discute una nota histórica relacionada a la historia de la matemática.

Nota histórica:

René Descartes (La Haye, Francia, 1596 - Estocolmo, Suecia, 1650)
Fue un filósofo y matemático francés. Estudió en el colegio jesuita de *La Flèche*, donde tuvo el propósito de conjugar la razón humana con la doctrina cristiana. Sin embargo, años más tarde, criticaría amargamente la educación recibida. Se enrola en el ejército de Mauricio de Nassau en los Países Bajos y continuó con su carrera militar, sin perder el interés en las matemáticas y la filosofía.
El principal aporte es la sistematización de la geometría analítica. Asimismo, se le conoce por ser el primero en utilizar las coordenadas cartesianas.



Gráfico 55. Nota histórica, presentada y discutida en la sesión: introducción a las funciones.

Fuente: Eyzaguirre, L. E. y Luyo, J. (2017)

4.3.2.2 TIC.

Los estudiantes y docentes utilizaban frecuentemente las TIC dentro y fuera del aula, el propósito era favorecer la comprensión del objeto matemático en estudio. Esto era parte de la cultura de trabajo en el aula, para ello se programaron y desarrollaron capacitaciones de los docentes (antes del inicio del ciclo) y estudiantes (durante el ciclo), para estos últimos fuera del horario de clase. En estos horarios asistían los estudiantes libremente durante las primeras 12 semanas y eran asesorados en el uso de las TIC, así como en el desarrollo de los PFM de cada curso. En el caso particular de las gráficas de las funciones, en los primeros cursos se profundizaba en el proceso de análisis y grafica de forma manual y se utilizaba las TIC para comprobar y recibir retroalimentación, luego en el último curso esto dejaba de ser el centro para concentrarnos en las aplicaciones correspondientes y hacer un uso más eficiente de las TIC. A

continuación, algunas evidencias de su uso en el curso de Matemática 2 para las representaciones gráficas de la optimización de las funciones con restricción.

Optimización de una función con restricción / GeoGebra / Matemática 2

⑤ Determine el mínimo o máximo de $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2$, sujeta a la condición $x - y = 2$.

Solución:

La función de Lagrange está dada por:

$$F(x,y,\lambda) = 4 - x^2 - y^2 + \lambda(x - y - 2)$$

de donde tenemos las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} F_x &= -2x + \lambda = 0 & \dots \textcircled{1} \\ F_y &= -2y - \lambda = 0 & \dots \textcircled{2} \\ F_\lambda &= x - y - 2 = 0 & \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

Resolviendo:

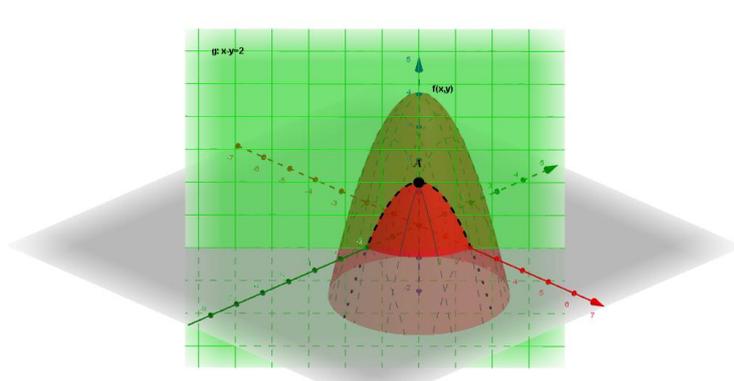
$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} : -2x - 2y = 0 &\rightarrow x + y = 0 & \dots \textcircled{4} \\ x - y = 2 & \dots \textcircled{3} \\ \hline 2x = 2 & \\ x = 1 & \\ \text{Reemplazando en } \textcircled{4} & \quad y = -1 \\ \text{Reemplazando en } \textcircled{1} & \quad \lambda = 2. \end{aligned}$$

Punto crítico: $(x,y,\lambda) = (1,-1,2)$

$H = \begin{vmatrix} 0 & 2x & 2y \\ 2x & -2 & 0 \\ 2y & 0 & -2 \end{vmatrix}$	$= \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$	de donde $\Delta_1 = -1$ $\Delta_2 = +4$ \therefore máximo.
---	---	---

luego f posee un máximo en $(1,-1)$ cuyo valor es $f(1,-1) = 2$.

$\therefore A(1,-1,2) \checkmark$



Los estudiantes del curso de Matemática 2, de forma complementaria, representan la función a optimizar, así como la restricción, utilizando el GeoGebra, de esa forma se favorecía la comprensión de lo que estaba ocurriendo y recibían retroalimentación inmediata; esta actividad se practicaba permanentemente tanto dentro del aula, así como en las actividades autónomas. Estos productos eran incorporados en el e-portafolio de cada grupo.

Gráfico 56. Ejemplo de optimización
Fuente: Grupo 3, Matemática 2

Fueron incorporados en la PC MAET, a la práctica cotidiana de los cursos de matemática para: cálculos y representaciones gráficas en el plano y en el espacio, el GeoGebra, el Wiris, el Winplot, entre otros; la búsqueda de información, se trabajó con motores de búsqueda (Google, Yahoo, Bing, Ask, AOL, Go, Live, y otros) de manera de que se vayan familiarizando con la búsqueda de información y otros hábitos de la indagación; la organización gráfica de la información a través de mapas conceptuales y mapas mentales los estudiantes utilizaron principalmente Mindmeister, Mindomo y Cmaptools; el manejo de datos se trabajó con MS Excel; finalmente, la creación del sitio web donde desarrollaron y presentaron el PFM se usó Google Sites, acceso que era compartido con el docente para su revisión y retroalimentación periódica. Para todas estas actividades se privilegió los softwares de uso libre o gratuitos.

4.3.2.3 Diálogos y discusión.

Un elemento característico de las clases era la **fluida interacción** entre los estudiantes y los estudiantes con el docente. Las estrategias metodológicas seleccionadas para la PC MAET, se enfocaban en esto justamente, sobre todo la de exposición y discusión, así como la de aprendizaje colaborativo. En la PC MAET, el monitoreo del docente hacia los estudiantes es permanente, se busca la comprensión profunda de los conceptos, para ello el docente: hace preguntas con frecuencia y las distribuye en forma equitativa, plantea preguntas abiertas, demanda planteamiento de conjeturas, solicita formulación de ejemplos, aprovecha cada pregunta que formulan los estudiantes para profundizar el tema e integrarlo, al final o inicio del tema lo estructura o resume, pero en diálogo directo con los estudiantes.

Otro elemento que impulsaba la interacción entre los estudiantes eran las coordinaciones y trabajo que tenían para con su PFM, en esto los integrantes de los grupos coordinaban

permanente para resolver los casos, la subida de las evidencias a su portafolio, así como para el momento de la defensa oral del PFM.

4.3.2.4 Resolución de problemas.

Actividad central de la PC MAET, en ese sentido, se promueve en diferentes momentos y espacios; al inicio, durante y al finalizar cada sesión en el aula, con **situaciones problemáticas de contexto real y/o matemático**, planteadas en la ficha de trabajo, en la sección de problemas propuestos y en la sección de trabajo autónomo o individual, así como en la ficha de evaluación individual, respectivamente. Para consolidar el enfoque en la resolución de problemas los estudiantes, durante todo el ciclo y fuera del aula, resuelven los casos propuestos en su PFM, que son **situaciones problemáticas complejas** que demandan la integración de las capacidades disciplinares, con las capacidades de indagación, comunicación, pensamiento crítico y trabajo colaborativo, para su solución. En cualquiera de ellas el estudiante trabaja activamente individual o colaborativamente, y según el caso: formula ejemplos, plantea modelos, representa gráficamente, justifica, compara e interpreta resultados, explica, hace inferencias, demuestra, etc.

4.3.3 Desempeños y su evaluación.

Para la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes se consideró aplicar evaluaciones escritas (prácticas calificadas, exámenes y controles de aula, individual y grupal), así como el PFM. Para la evaluación del PFM los estudiantes deberían presentar avances del informe y del portafolio, de acuerdo con el cronograma establecido; y, además, realizar una presentación final de ambos productos, así como, la sustentación oral del PFM. A continuación, describimos algunos de los desempeños considerados:

4.3.3.1 Evaluaciones escritas.

Consistía en presentar a los estudiantes, de acuerdo con la programación de cada curso, para ser desarrollada en forma escrita. Las prácticas calificadas y exámenes eran aplicados fuera del horario de clase en 110 minutos, y eran supervisados por un jefe de práctica. Los controles de aula eran aplicados por el docente del curso durante la ejecución de su clase, de forma individual o grupal. La valoración de todas las pruebas se desarrollaba empleando una única rúbrica para cada curso.

4.3.3.2 La sustentación oral.

La sustentación oral de los grupos se efectuaba con vestimenta formal, se notaba un esfuerzo de cada estudiante por usar un lenguaje adecuado, y satisfacción del grupo al recibir la retroalimentación de los jurados.

Así mismo, en esta etapa el investigador pudo observar la diferencia de la solvencia académica, existente entre el estudiante de Nivelación de Matemática y el estudiante de Matemática 2, expresada en los desempeños de las competencias específicas y competencias generales que ponían en uso. En los anexos se adjunta la rúbrica de esta evaluación.

4.3.3.3 El informe escrito.

La evaluación del informe escrito era un proceso guiado y retroalimentado, permitía evidenciar los progresos de los estudiantes en sus procedimientos matemáticos: argumentación, justificación, representación gráfica, modelamiento, estrategias, etc. Se estableció tres entregas y evaluaciones del informe a lo largo del ciclo, dos preliminares y la evaluación del informe final, estas ocurrían en las semanas 4, 7 y 11 respectivamente. En la sección anexos se adjunta las rúbricas de esta evaluación

4.3.3.4 E-portafolio.

Se incorporó este recurso/herramienta dentro de la PC MAET con el objetivo de tener un registro de las competencias matemáticas de los estudiantes frente a la resolución de problemas; su elaboración permitió observar principalmente la competencia de comunicación matemática, expresada a través del uso de los diferentes lenguajes, conceptos (definiciones), proposiciones, procedimientos y argumentos (Godino 2011). El e-portafolio incluyó principalmente los siguientes tipos de evidencias: organizadores (a), matrices comparativas (b), videos de desempeño (c), resolución de problemas (d) y demostraciones (e)

a. **Organizadores (1):** Son recursos que sirvieron a los estudiantes para desarrollar la comprensión profunda de un tema determinado, a través de las relaciones que se establecían entre los conceptos, procedimientos y proposiciones, usando en esto los diferentes lenguajes.

El proceso de integración de los organizadores en el e-portafolio se desarrollaba en dos momentos. Primero, los estudiantes organizados en grupo dialogan, esquematizan y suben al e-portafolio su primera propuesta de organizador, considerando para ello los conceptos relacionados. El docente realizaba el feedback a detalle, señalando aciertos y sugerencias, de ser el caso. En un segundo momento, cada grupo analizaba las sugerencias planteadas por el docente, levantaban las observaciones y volvían a subir la nueva versión del organizador al e-portafolio.

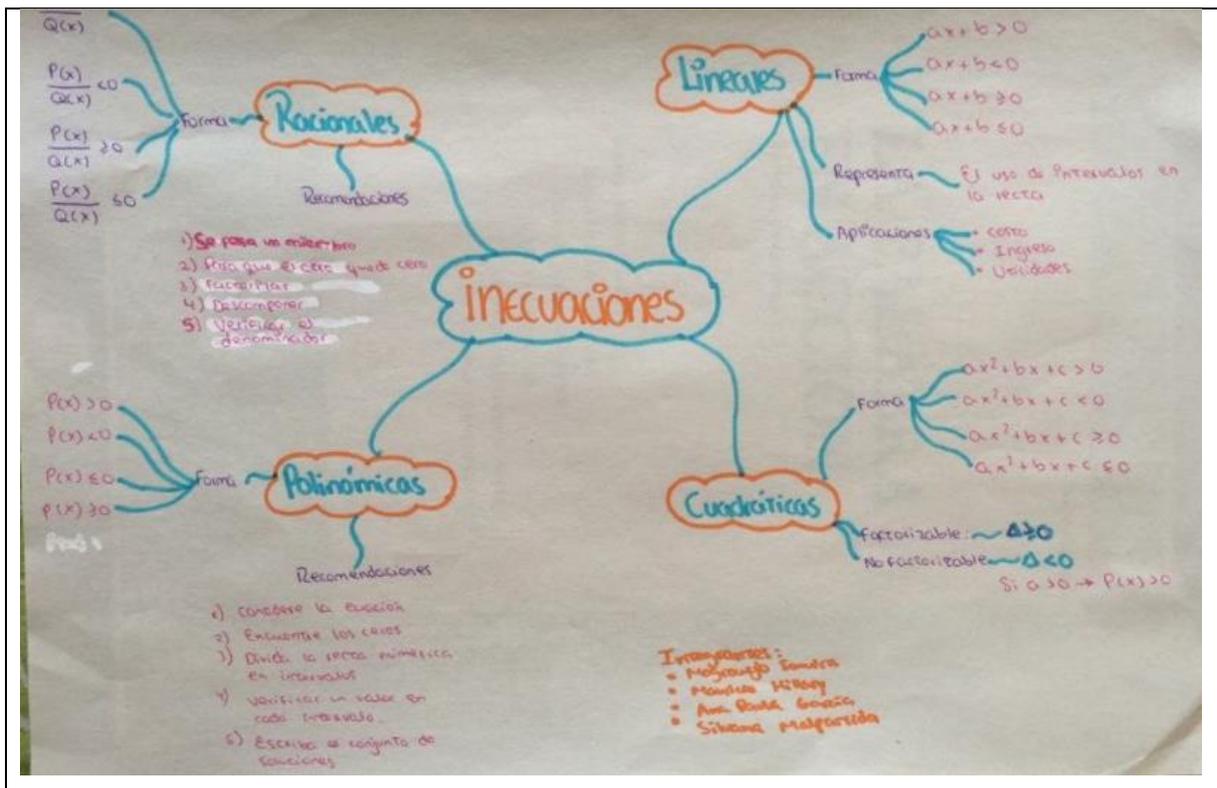


Gráfico 57. Ejemplo de mapa mental, sobre Las Inecuaciones, versión 1, elaborado por estudiantes

Fuente: Elaborado por el grupo 09-Matemática 1

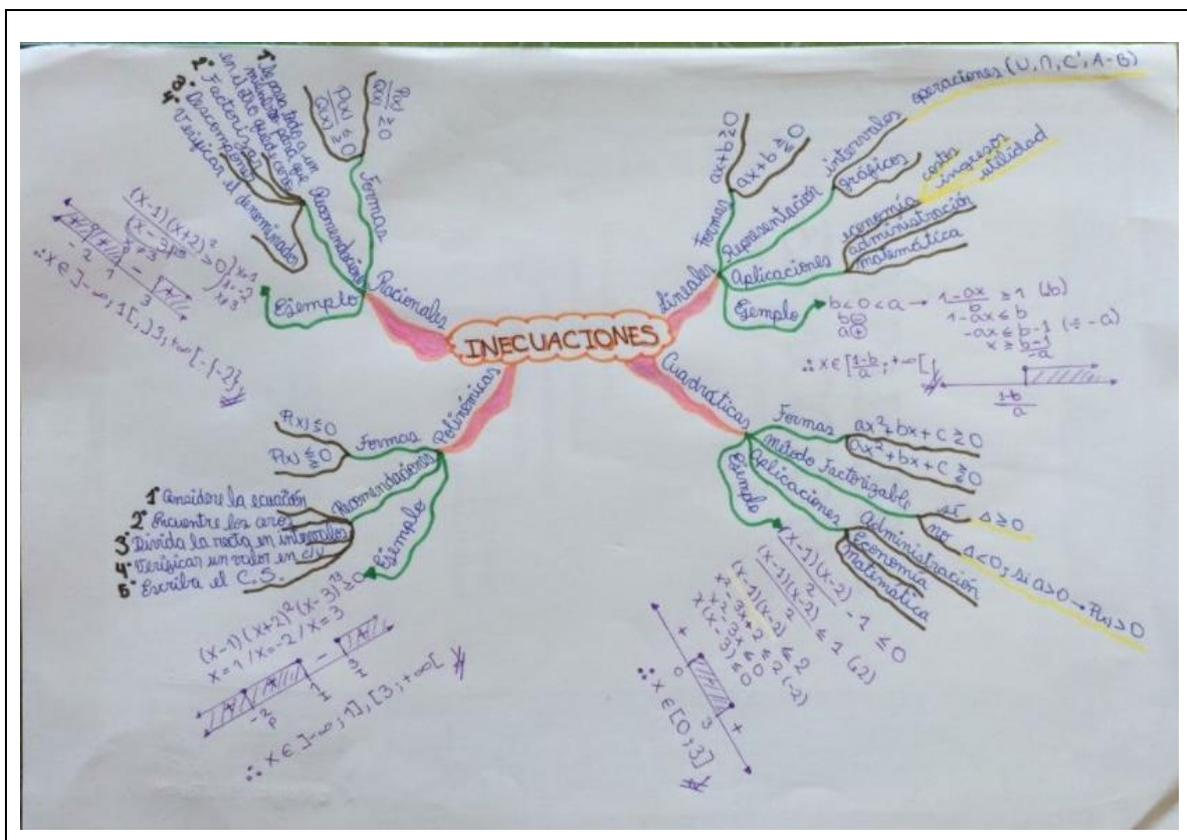


Gráfico 58. Ejemplo de organizador, sobre Las Inecuaciones, versión 2, elaborado por estudiantes

Fuente: elaborado por el grupo 09-Matemática 1

Ejemplo de la retroalimentación a los organizadores:

EVALUACIÓN DE LOS ORGANIZADORES VISUALES

Curso: Matemática 2

Docente: Luis Enrique Eyzaguirre

Bloque: ADM02B1M

Grupo: 1

Tema: La derivada de una función de 1 variable

Integrantes:

- Daniela Camacho
- Jesús Bravo
- Yadira Cipriano
- Christian Cornejo
- Álvaro Castañeda

Observaciones:

1. Se debe agregar el concepto de derivada, propiedades y formas de cálculo (definición y tablas)
2. En el caso de razón de cambio, falto especificar la razón de cambio medio, tal como se hizo para la razón de cambio instantánea.
3. Los conceptos relacionados a funciones de varias variables no se deben contemplar para este organizador aún: diferencial de dos variables y derivadas parciales.
4. Se deben nombrar correctamente los conceptos. Corregir representativo por formas de representación analítica. Y se debe agregar el nombre en cada de los 3 casos presentados.
5. Crear una categoría para integrar, las formas o tipos de derivación para funciones dadas de forma explícita, implícita y paramétrica. Agregar en esta categoría la logarítmica que está ausente.
6. El contenido que se ha integrado dentro de orden superior no corresponde a este concepto.
7. Dentro de pendiente de la RT, se debe integrar las formas de cálculo y los valores que puede asumir (incluido los gráficos asociados)
8. Mejorar la organización de conceptos, se recomienda usar conceptos integradores, (ir de más a menos). Por ejemplo, dentro del concepto aplicaciones de la derivada, se puede integrar:
 - Determinación de la ecuación de la recta tangente
 - Cálculo de los diferenciales
 - Cálculo de límites indeterminados (L'hopital)
 - Análisis marginal
 - Elasticidad aproximada
 - Análisis de la gráfica de una función (monotonía, concavidad, asíntotas)
 - Optimización de funciones
 - Valor aproximado de una función
9. En la diagramación no usar la misma caja que se usó para los conceptos o propiedades o procedimientos, para los ejemplos o fórmulas.
10. En el caso de la derivación implícita no colocar y' , dado que esto representa la derivada y no el procedimiento que se sigue en una derivación implícita.
11. En el caso de la optimización, mejorar la organización de los conceptos subordinados.

ESCALA ESTIMATIVA PARA EVALUAR EL ORGANIZADOR VISUAL

Criterios considerados	0,5	1,0	1,5	2,0
1. Integra la totalidad del contenido vinculado al tema.		x		
2. Relaciona adecuadamente los contenidos presentados.			x	
3. Acompaña a cada contenido diferentes elementos (<i>formulas, ejemplos, tablas o gráficos</i>), que facilitan su comprensión.			x	
4. El contenido es presentado con rigor matemático.			x	
5. La información en conjunto es relevante.			x	
6. Se entiende la información en su totalidad.		x		
7. Buena redacción y sin faltas ortográficas.			x	
8. Los conectores utilizados en el organizador facilitan la comprensión.	x			
9. El diseño del organizador facilita su comprensión.			x	
10. Al interior del organizador se distinguen los elementos directamente relacionados al tema, de los secundarios, a través de recuadros, colores, subrayado, etc.		x		
Nota: 12,5	0,5	3	9	

Gráfico 59. Ejemplo de feedback a los estudiantes por su organizador

Fuente: Elaboración propia

b. **Matrices comparativas:** Una matriz comparativa es una tabla de doble entrada que muestra información de una forma resumida y concentrada a través de columnas y filas y sirve principalmente para comparar las características de objetos de la misma categoría. En este caso se trata de las secciones cónicas y los elementos característicos de cada una de ellas.

Secciones Cónicas	La parábola	La elipse	La circunferencia	La hipérbola
Definición	Se denomina así a todas las curvas resultantes de las diferentes intersecciones entre un cono y un plano			
Ecuación	$(y-k)^2 = 4p \cdot (x-h)$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
Focos	1 foco	2 focos	1 foco (el centro)	2 focos
Vértices	1 vértice	2 vértices		2 vértices
Directrices	1 directriz	2 directrices		2 directrices
Lado Recto	$LR = 4p $	$LR = \frac{2b^2}{a}$		$LR = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad	$\varepsilon = 1$	$0 < \varepsilon = c/a < 1$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = c/a > 1$

Gráfico 60. Ejemplo de Matrices comparativas / Secciones cónicas

Fuente: Grupo 08, Matemática 1

- c. **Videos de desempeño:** Cada estudiante, de cada grupo, grabó 2 videos durante cada uno de los tres cursos en los cuáles se aplicó la PC MAET. Estos videos se presentaron dentro del e-portafolio, para ser revisados por el profesor del curso, y hacer llegar un feedback oportuno al estudiante, la misma que permitía una mejora en el aprendizaje.

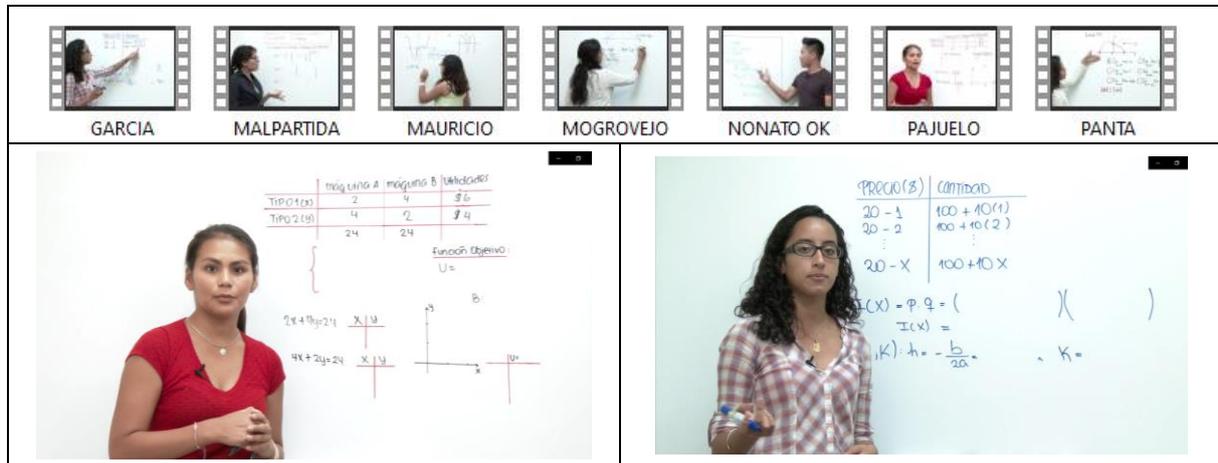


Gráfico 61. Videos de desempeño de los estudiantes de Matemática I

Fuente: Elaboración propia

- d. **Resolución de problemas:** Como se aprecia en esta propuesta, el sistema de evaluación es formativo; ello hace que los diferentes desempeños de los estudiantes se hayan valorado durante todo el proceso de implementación en cada curso. Es por lo que, el e-portafolio fue evaluado de forma permanente a través de los diferentes elementos que lo componen y además cada 4 semanas del semestre se evaluaba en su conjunto, utilizando para ello la rúbrica mostrada en los anexos.
- e. **Demostraciones (5):** La PC MAET promueve, a través de sus actividades, formar a los estudiantes para elegir y utilizar varios tipos de demostración, dado que éstas influyen en la comprensión de las ideas matemáticas; reconociendo además, que de las funciones de la demostración (De Villiers, 1993): verificación, explicación, sistematización, descubrimiento y comunicación, se trabajó no solo con la primera función, considerada la más formal, sino que en esta investigación, se hizo énfasis también en las funciones de explicación, descubrimiento y comunicación.

La idea de fondo es estimular a los estudiantes a refinar su pensamiento gradualmente, que dominen las prácticas argumentativas para que se aproximen de esta forma al pensamiento formal. Alineada con esta idea, está la actividad del docente en aula promoviendo la demostración, las cuales incluyen demostraciones incompletas, o demostraciones con pasos desordenados, esto con la finalidad de completarlas u organizarlas respectivamente tanto individual como colaborativamente.

La evidencia adjunta, corresponde a lo propuesto por el investigador, para ser desarrollado por un grupo de estudiantes, promoviendo un clima de *construcción social* (Alibert y Thomas (1991)), y la evidencia sea subida luego al e-portafolio.

Demuestre que si las funciones f y g son derivables en x_0 , entonces $f \cdot g$ también es derivable en x_0 y

$$(f \cdot g)'_{(x_0)} = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$$

Verificación

$$\begin{aligned} (f \cdot g)'_{(x_0)} &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(f \cdot g)(x) - (f \cdot g)(x_0)}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) \cdot g(x) - f(x_0) \cdot g(x_0)}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) \cdot g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(f(x) - f(x_0))g(x) + f(x_0)(g(x) - g(x_0))}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot g(x) + f(x_0) \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \\ (f \cdot g)'_{(x_0)} &= f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0). \quad \text{d.g.g.d.} \end{aligned}$$

Gráfico 62. Ejemplo de una demostración, versión inicial

Fuente: E-portafolio-Grupo 3 / Matemática 1 / ADM01E1M

Las demostraciones, como estas, eran desarrolladas por los estudiantes en los tres cursos, y subidas al e-portafolio correspondiente. Se ejecutaban en dos momentos; primero, los estudiantes organizados en grupo dialogan, esquematizan y suben al e-portafolio su primera versión de demostración. El docente realizaba el feedback en detalle, señalando aciertos, sugerencias o preguntas de ser el caso (reporte docente). En un segundo momento, cada grupo analizaba las sugerencias o preguntas planteadas por el docente, levantaban las observaciones y volvían a subir la nueva versión de la demostración al e-portafolio, la misma que era calificada finalmente por el docente.

Reporte docente

Curso: Matemática 1

Docente: Luis Enrique Eyzaguirre

Grupo: 3

Tema: La Derivada

Bloque: ADM01E1M

Estimados estudiantes, en líneas generales su demostración es correcta; para profundizar en el estudio del tema se plantean algunas sugerencias y preguntas que deben trabajar:

1. Por rigor, se sugiere plantee su enunciado de la siguiente manera:

Demuestre que si las funciones f y g , pertenecientes a un intervalo abierto I , son derivables en $x_0 \in I$, entonces $f \cdot g$ también es derivable en x_0 y

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$$

2. ¿Cuál es la hipótesis?
3. ¿Cuál es la conclusión?
4. En la hipótesis, ¿qué significó que f y g sean derivables en x_0 ?
5. ¿Qué método de demostración empleo? Explique
6. ¿Qué saberes previos reconoce fueron necesarios para desarrollar la demostración?
7. En su demostración, ¿cuál es la justificación para que $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = g(x_0)$?

Gráfico 63. Ejemplo de feedback docente a la demostración inicial del grupo 3

Fuente: Elaboración propia

Demuestre que si las funciones f y g , pertenecientes a un intervalo abierto I , son derivables en $x_0 \in I$, entonces $f \cdot g$ también es derivable en x_0 y

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$$

Demostración:

$$\begin{aligned}(f \cdot g)'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{(f \cdot g)(x) - (f \cdot g)(x_0)}{x - x_0} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x) \cdot g(x) - f(x_0) \cdot g(x_0)}{x - x_0} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x) \cdot g(x) - f(x_0) \cdot g(x) + f(x_0) \cdot g(x) - f(x_0) \cdot g(x_0)}{x - x_0} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{(f(x) - f(x_0)) \cdot g(x) + f(x_0) \cdot (g(x) - g(x_0))}{x - x_0} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{(f(x) - f(x_0)) \cdot g(x)}{x - x_0} + \frac{f(x_0) \cdot (g(x) - g(x_0))}{x - x_0} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{(f(x) - f(x_0))}{x - x_0} \cdot g(x) + f(x_0) \cdot \frac{(g(x) - g(x_0))}{x - x_0} \right)\end{aligned}$$

Usando las definiciones de las derivadas de f y g en x_0 , y la continuidad de g en x_0 , por lo cual, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = g(x_0)$, se tiene:

$$= f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$$

Respuestas

2. H: Las funciones f y g son derivables en x_0
3. C: La función $f \cdot g$ es derivable en x_0
4. Significa que $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right)$ y $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right)$ existen, y que las funciones f y g son continuas en x_0
5. Demostración directa
6. Continuidad de funciones, propiedades de los límites de funciones, la definición de derivada en un punto, la definición alterna de la derivada, la derivada como función.
7. Al ser las funciones f y g derivables en x_0 , entonces son continuas en x_0 .

Gráfico 64. Ejemplo de una demostración, versión final

Fuente: E-portafolio-Grupo 3 / Matemática 1 / DGB-PREADM01E1M

5 CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 Análisis desde un enfoque cuantitativo

5.1.1 Competencia matemática.

5.1.1.1 Puntaje total de Competencia Matemática.

Tabla 40. Medidas descriptivas del puntaje total en competencia matemática de los estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Pre Total	Post Total
Media	6,058	9,847
Mediana	5,625	9,375
Desviación estándar	3,0431	3,0968
Coefficiente de variabilidad	50,232	31,450
Percentiles		
25	4,375	7,500
50	5,625	9,375
75	7,500	12,500

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 40. Se observa que el puntaje total promedio de la prueba, antes y después de la implementación de la PC MAET se incrementó de 6,058 a 9,847; de igual manera la mediana paso de 5,625 a 9,375; es decir, antes de la implementación de la PC MAET, un 50% de estudiantes tuvieron puntajes de a lo más **5.625**, mientras que después de la implementación de la PC MAET un 50% de estudiantes tuvieron por lo menos un puntaje de 9.375; el 25% de estudiantes con menores calificaciones en competencia matemática tuvieron como puntaje máximo 4.375, y el 25% de estudiantes con mayores calificaciones tuvieron como puntaje mínimo 7.5 antes de la implementación de la PC MAET; mientras que después de la implementación de la PC MAET, el 25% de estudiantes con menores calificaciones tuvieron como puntaje máximo 7.5 y el 25% de estudiantes con mayores calificaciones tuvieron como puntaje mínimo 12.5.

Por otro lado, el coeficiente de variabilidad disminuyó de 50,232% antes de la implementación de la PC MAET, a 31,45% después de la implementación, a nivel global, lo que indicaría, una mayor homogeneidad de los puntajes totales; aun cuando se observa que en el 50% central de datos, la variabilidad fue menor antes, que después de la implementación de la PC MAET, como se puede corroborar en el diagrama de cajas del gráfico 66.

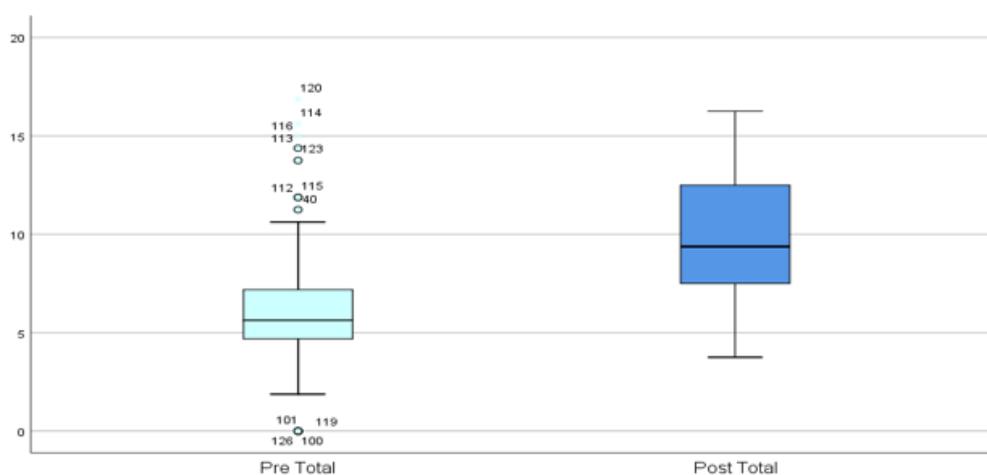


Gráfico 65. Diagrama de cajas del puntaje total de competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.1.2 Puntaje del componente procesos matemáticos, según dimensiones.

Tabla 41. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente procesos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Prueba	Media	Mediana	Desviación estándar
Formulación	Pre	2,151	2,500	0,897
	Post	2,845	2,500	0,720
Empleo	Pre	2,638	1,875	1,962
	Post	3,942	3,125	2,412
Interpretación	Pre	1,270	1,250	1,077
	Post	3,061	3,125	1,183

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 41 se observa los puntajes promedio de las dimensiones del componente procesos matemáticos, de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET, encontrándose un mayor incremento en interpretación que pasó de una media de 1.270 a 3.061, seguido de empleo, que pasó de 2.638 a 3.942; así mismo, la mediana en la dimensión interpretación se incrementó de 1.250 a 3.125, y en la dimensión empleo, de 1.875 a 3.125; encontrándose además una disminución en la dispersión, en la dimensión formulación que paso de 0.897 a 0.720, después de la implementación de la PC MAET, tal como se corrobora en el gráfico 67.

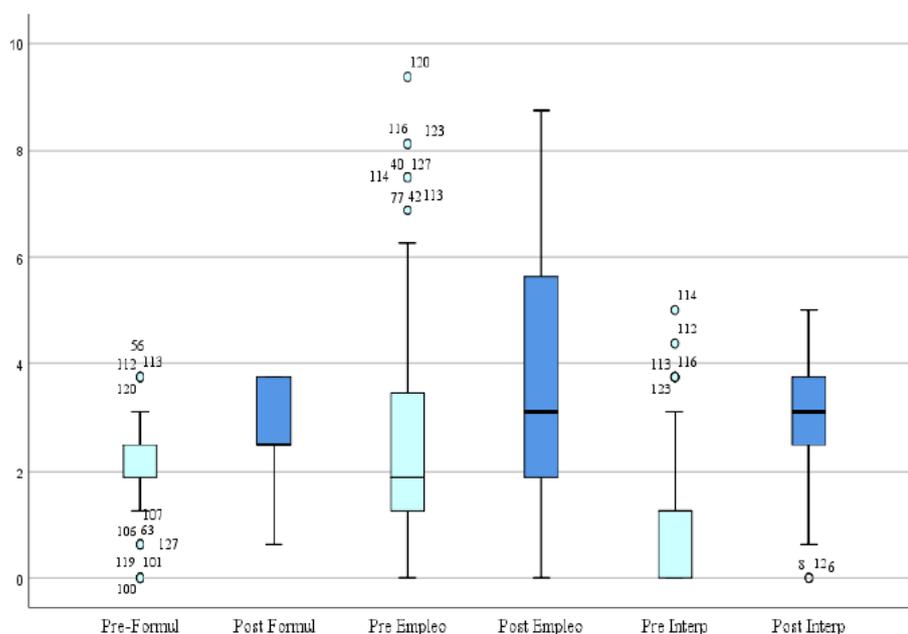


Gráfico 66. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente procesos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.1.3 Puntaje del componente capacidades matemáticas, según dimensiones.

Tabla 42. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente capacidades matemáticas de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Media	Mediana	Desviación
Pre CM	2,087	2,500	1,095

Post CM	3,780	4,375	1,029
Pre MR	1,885	1,875	1,015
Post MR	3,027	3,125	1,148
Pre EC	2,087	1,875	1,784
Post EC	3,041	2,500	2,285

CM: Comunicación matemática, MR: Matematización y Representación y EC: Estrategia y Cálculo
Fuente: *Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25*

En la tabla 42 se observa los puntajes promedio de las dimensiones del componente capacidades matemáticas, de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET, encontrándose un mayor incremento en comunicación matemática que pasó de una media de 2.087 a 3.780, seguido de matematización y representación que paso de 1.885 a 3.027; así mismo, la mediana en la dimensión comunicación matemática se incrementó de 2.500 a 4.375, y en la dimensión estrategia y cálculo se incrementó de 1.875 a 3.125; encontrándose además un disminución en la dispersión, en la dimensión comunicación matemática que paso de 1.095 a 1.029, después de la implementación de la PC MAET, tal como se puede corroborar en la gráfico 68.

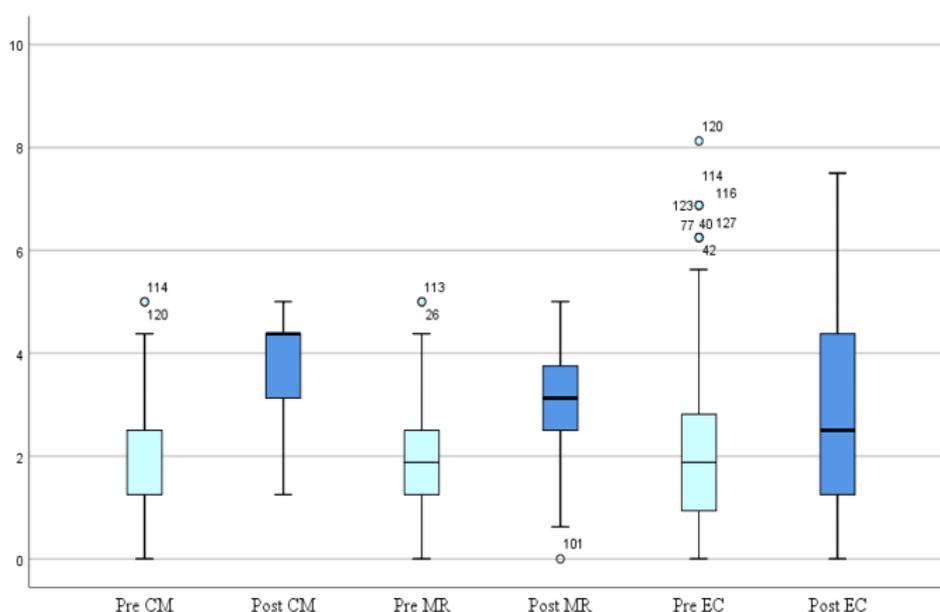


Gráfico 67. *Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente capacidades matemáticas de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET*

Fuente: *Elaboración propia*

5.1.1.4 Puntaje del componente contenidos matemáticos, según dimensiones.

Tabla 43. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente contenidos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Media	Mediana	Desviación estándar
Pre Cantidad	1,954	1,875	1,355
Post Cantidad	3,386	3,125	1,211
Pre Cambio y Relaciones	3,278	3,750	1,655
Post Cambio y Relaciones	5,369	5,625	1,605
Pre Espacio y Forma	0,827	0,625	0,938
Post Espacio y Forma	1,093	0,625	1,322

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 43 se observa los puntajes promedio de las dimensiones del componente contenidos, de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET, encontrándose un mayor incremento en cambio y relaciones que paso de una media de 3.278 a 5.369, seguido de cantidad, que paso de 1.954 a 3.386; así mismo, la mediana en la dimensión cambio y relaciones paso de 3.750 a 5.625, y en la dimensión cantidad, paso de 1.875 a 3.125; encontrándose además un incremento en la dispersión, en la dimensión de espacio y forma, que paso de 0.938 a 1.322, después de la implementación de la PC MAET, tal como se corrobora en el gráfico 69.

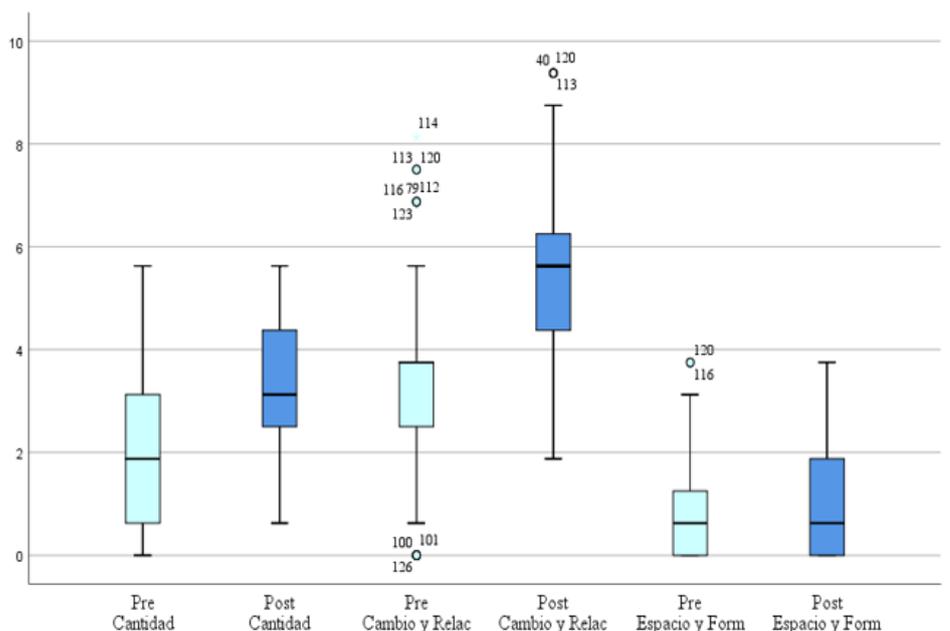


Gráfico 68. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente contenidos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.1.5 Puntaje del componente contextos matemáticos, según dimensiones.

Tabla 44. Medidas descriptivas del puntaje de las dimensiones del componente contextos matemáticos de la competencia matemática, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Media	Mediana	Desviación
Pre Social	3,041	3,125	1,442
Post Social	5,389	5,625	1,289
Pre Profesional	1,757	1,875	1,267
Post Profesional	2,510	2,500	1,610
Pre Personal	0,660	0,000	0,781
Post Personal	1,093	1,250	0,905
Pre Científico	0,600	0,625	0,670
Post Científico	0,856	0,625	0,767

Fuente: Elaboración propia en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 44 se observa los puntajes promedio de las dimensiones del componente contextos, de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET, encontrándose un mayor incremento en social que paso de una media de 3.041 a 5.389, seguido de profesional, que paso de 1.757 a 2.510; así mismo, la mediana

en la dimensión social se incrementó de 3.125 a 5.625, y en la dimensión personal se incrementó de 0.0 a 1.250; encontrándose además un incremento en la dispersión, en la dimensión profesional que paso de 1.267 a 1. 610, después de la implementación de la PC MAET, tal como se corrobora en el gráfico 70.

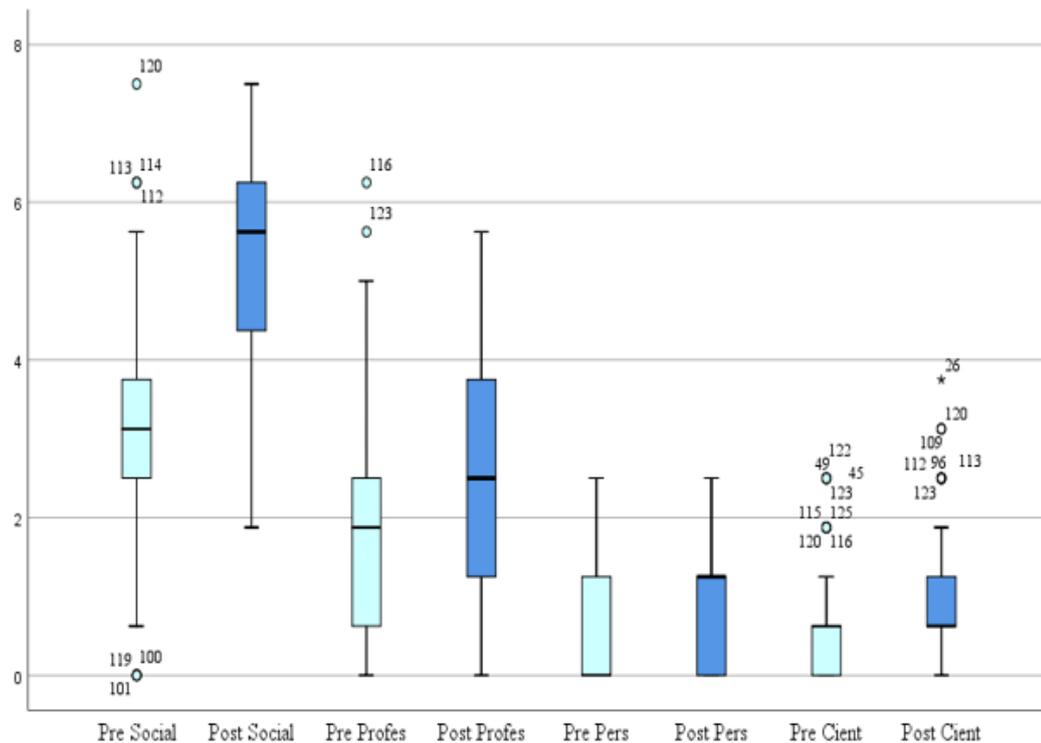


Gráfico 69. Diagrama de cajas del puntaje de las dimensiones del componente contextos matemáticos de la competencia matemática, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.1.6 Prueba de significación de la PC MAET en la competencia matemática, a nivel global y por dimensiones de sus componentes.

Tratándose del análisis de una variable cuantitativa: puntaje de competencia matemática, la prueba de significación pertinente sería la prueba T de student para muestras relacionadas cuyo pre requisito es la normalidad de las diferencias de los puntajes antes y después, tanto a nivel global como según dimensiones de los componentes procesos, capacidades, contextos y contenidos, que se muestra a continuación.

5.1.1.6.1 Prueba de Normalidad.

Tabla 45. Prueba de Normalidad del puntaje total de competencia matemática global y por dimensiones de sus componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos

Diferencias	Estadístico de prueba K-S	Sig.
Formulación	,154	,000 ^a
Empleo	,120	,000 ^a
Interpretación	,145	,000 ^a
Comunicación matemática	,120	,000 ^a
Matematización y representación	,122	,000 ^a
Estrategia y cálculo	,116	,000 ^a
Social	,138	,000 ^a
Profesional	,128	,000 ^a
Personal	,331	,000 ^a
Científico	,200	,000 ^a
Cantidad	,143	,000 ^a
Cambio y Relación	,116	,000 ^a
Espacio y Forma	,189	,000 ^a
Total, Competencia matemática	,090	,014^a

^a Corrección de significación de Lilliefors. $\alpha=0.02$

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 45, se observa que la distribución de las diferencias del puntaje de la competencia matemática a nivel global y por dimensiones de sus componentes: procesos matemáticos, capacidades matemáticas, contenidos y contextos, antes y después de la implementación de la PC MAET, según la Prueba de Normalidad, de Kolmogorov–Smirnov, no es normal, ya que su p-valor de significación en cada una de ellas resultó ser menor a 0.05, que nos llevó al rechazo de la hipótesis de normalidad.

En tal sentido, la prueba de hipótesis de comparación del puntaje de competencia matemática, a nivel global y por dimensiones de sus componentes antes y después de la implementación de la PC MAET utilizada, fue la Prueba de Rangos con signos de Wilconxon para la mediana (Prueba no paramétrica de comparación para muestras relacionadas, con aproximación normal dado que $n=127$).

5.1.1.6.2 *Prueba de comparación de muestras relacionadas: Prueba de rangos con signos de Wilconxon para el puntaje total de competencia matemática.*

Hipótesis de investigación

H₁: La PC MAET desarrolla la competencia matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H₂: La PC MAET desarrolla la competencia matemática en cada una de sus componentes de sus diferentes dimensiones, en estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

Hipótesis estadísticas

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de *competencia matemática* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₁: La diferencia de las puntuaciones medianas de *competencia matemática* antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los *procesos matemáticos* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₂: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los *procesos matemáticos* antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a las *capacidades matemáticas* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₃: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a las *capacidades matemáticas* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los *contextos matemáticos* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₄: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los *contextos matemáticos* antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los contenidos matemáticos antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₅: La diferencia de las puntuaciones medianas de competencia matemática en cuanto a los *contenidos matemáticos* antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

Tabla 46. Prueba de rangos con signos de Wilcoxon para el puntaje total y según dimensiones de los componentes de la competencia matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET en estudiantes universitarios

Componentes / Dimensiones	N			Suma de rangos		Z	Sig. (bilateral)
	Rangos (-)	Rangos (+)	Empates	Rangos (-)	Rangos (+)		
Procesos matemáticos							
Formulación	19	76	32	543.0	4017.0	-6,544 ^a	0.000
Empleo	32	76	19	1379.5	4506.5	-4,806 ^a	0.000
Interpretación	10	106	11	247.0	6539.0	-8,707 ^a	0.000
Capacidades matemáticas							
CM	6	109	12	152.0	6518.0	-8,925 ^a	0.000
MR	21	93	13	669.5	5885.5	-7,425 ^a	0.000
EC	40	68	19	1671.0	4215.0	-3,913 ^a	0.000
Contextos matemáticos							
Social	6	114	7	77.0	7183.0	-9,336 ^a	0.000
Profesional	32	71	24	1377.5	3978.5	-4,304 ^a	0.000
Personal	15	41	71	290.0	1306.0	-4,294 ^a	0.000
Científico	26	63	38	1272.5	2732.5	-3,108 ^a	0.002
Contenidos matemáticos							
Cantidad	17	97	13	521.5	6033.5	-7,839 ^a	0.000

Cambio y Relación	10	107	10	213.5	6689.5	-8,835 ^a	0.000
Espacio y Forma	40	49	38	1496.5	2508.5	-2,097 ^a	0.018
Total							
Competencia matemática	12	111	4	288.5	7337.5	-8,907 ^a	0.000

^a Se basa en rangos negativos. $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.02$

CM: Comunicación matemática, MR: Matematización y Representación y EC: Estrategia y Cálculo

Fuente: *Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25*

En la Tabla 46, se observa que el p-valor asociado al estadístico Z de la prueba suma de rangos de Wilcoxon para el puntaje total de competencia matemática y para el puntaje de cada una de las dimensiones de los componentes procesos, capacidades, contextos y contenidos matemáticos, resultó ser menor a 0.01, excepto la dimensión de contenido espacio y forma, la cual resultó ser menor a 0.05; es decir nos llevó al rechazo de la hipótesis nula, de no diferencia entre los puntajes antes y después de la implementación de la PC MAET.

Los resultados observados nos indican que existe suficiente evidencia **para concluir** que la PC MAET tuvo un efecto altamente significativo en el desarrollo de la competencia matemática, tanto a nivel global así como en las dimensiones formulación, empleo e interpretación del componente procesos matemáticos; en las dimensiones, comunicación matemática, matematización y representación y estrategia y cálculo del componente capacidades matemáticas, en las dimensiones social, profesional, personal y científico, del componente contexto matemático, y en las dimensiones cantidad y cambio y relación del componente contenidos matemáticos. En la dimensión espacio y forma, de este componente, tuvo un efecto menos significativo lo que se explicaría considerando que fue la menos reforzada en los cursos, debido a que, en la especialidad de negocios, en la que se trabajó la PC MAET, es la dimensión que tiene menos presencia en cuanto a los contenidos trabajados.

Los resultados de esta sección de la investigación, concuerdan con los resultados alcanzados en otras investigaciones; en efecto: la investigación de Garcia (2011), donde gracias a la incorporación del uso del GeoGebra, los estudiantes logran el desarrollo de todas las competencias matemáticas (Pensar y razonar, argumentar-demostrar, comunicar, modelar,

plantear y resolver problemas, representar y uso de herramientas y recursos), reconociendo además que la interacción con los compañeros y docente también favoreció su desarrollo. Un elemento semejante a nuestra investigación y que consideró también favoreció a los resultados alcanzados, fue la duración del estudio en tres ciclos académicos, lo que permitió que los estudiantes se apropien realmente de las competencias matemáticas, así como las competencias generales. Rodríguez (2015) quien encontró que, gracias a la incorporación de actividades de investigación abiertas en el aula, se logra el desarrollo de la competencia matemática. Encontramos semejanzas con nuestro trabajo al reconocer que es necesario trabajar con un enfoque interdisciplinar, centrado en la resolución de problemas y en la aplicación en contextos reales, y que es necesario apuntalar permanente la formación de los docentes de matemática en el modelo de formación por competencias. Relacionado con este último hallazgo, Garcia San Pedro (2010), en su trabajo orientado hacia un modelo de evaluación por competencias en la universidad, encuentra falta de formación del profesorado y muchas dificultades al poner en práctica el modelo de formación, caracterizándose por ser una investigación desarrollada en tres fases, del 2005 al 2010, lo mismo que se considera que favoreció el logro de los objetivos del proyecto, identifica la necesidad de establecer modelos de evaluación por competencias que sirvan para orientar las prácticas, unificar criterios y sistematizar procesos. También el trabajo de Guzmán (2015) reconoce, al analizar las creencias de los docentes sobre las competencias matemáticas, la importancia que le confieren al uso de las competencias en contextos y del uso del conocimiento en situaciones reales. Sin embargo, al contrastar las perspectivas de acción se evidenció expectativas diferentes a lo que debe hacer un estudiante con el conocimiento o habilidades adquiridas.

5.1.2 Actitudes hacia la matemática.

5.1.2.1 Puntaje total de Actitudes hacia la matemática.

Tabla 47. Medidas descriptivas del puntaje total de actitudes hacia la matemática de los estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Pre Test	Post Test
Media	110,790	106,380
Mediana	111,000	107,000
Desviación estándar	7,596	9,177
Coefficiente de variabilidad	6,856	8,627
Percentiles		
25	106,000	101,000
50	111,000	107,000
75	116,000	112,000

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 47, se observa que el puntaje total promedio de la escala de actitudes hacia las matemáticas en universitarios antes y después de la implementación de la PC MAET ha mejorado de 110,790 a 106,380 respectivamente y que la mediana ha mejorado de 111,000 a 107,000; es decir, antes de la implementación de la PC MAET un 50% de los estudiantes tuvieron puntajes de a lo más **111,000**, mientras que después de la implementación de la PC MAET un 50% de estudiantes tuvieron por lo menos un puntaje de 107,000; el 25% de estudiantes con menores calificaciones en la escala de actitudes hacia la matemática tuvieron como puntaje máximo 106,000, y el 25% de estudiantes con mayores calificaciones tuvieron como puntaje mínimo 116,000 antes de la implementación de la PC MAET; mientras que después de la implementación de la PC MAET, el 25% de estudiantes con menores calificaciones tuvieron como puntaje máximo 101,000 y el 25% de los estudiantes con mayores calificaciones tuvieron como puntaje mínimo 112,000.

Por otro lado, se tiene que el coeficiente de variabilidad aumento de 6,856% antes de la implementación a 8,627% después de la implementación, lo que indicaría, en este caso, una menor homogeneidad de los puntajes totales; aun cuando se observa que el 50% central de datos la variabilidad fue mayor antes que después de la implementación de la PC MAET, tal como se puede corroborar en el diagrama de cajas de la figura 71.

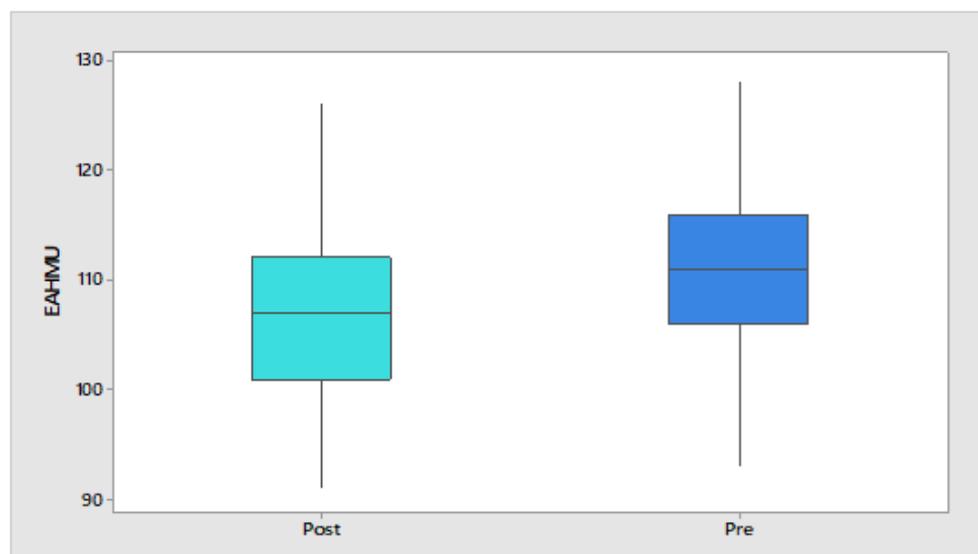


Gráfico 70. Gráfico de cajas del puntaje total de actitudes hacia la matemática, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.2.2 Puntaje de actitudes hacia la matemática, según dimensiones.

Tabla 48. Medidas descriptivas del puntaje de actitudes hacia la matemática, según dimensiones en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

	Prueba	Media	Mediana	Desviación estándar
Afectividad	Pre	24,69	24,00	2,894
	Post	23,71	24,00	3,030
Aplicabilidad	Pre	33,40	34,00	4,006
	Post	32,03	32,00	4,380
Habilidad	Pre	25,91	26,00	2,526
	Post	24,69	25,00	2,854
Ansiedad	Pre	26,80	27,00	3,799
	Post	25,95	26,00	3,439

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 48 se observa los puntajes promedio de las dimensiones de las actitudes hacia la matemática, antes y después de la implementación de la PC MAET, encontrándose una mayor mejora en aplicabilidad que paso de 33,40 a 32,03, luego en habilidad que paso de 25,91 a 24,69, seguido de afectividad que paso de 24,69 a 23,71, y finalmente ansiedad que paso de 26,80 a 25,95, respectivamente; así mismo, la mediana presentó una mayor mejora en aplicabilidad que paso de 34,00 a 32,00, seguido de habilidad y ansiedad que pasaron de 26,00 a 25,00 y 27,00 a 26,00, respectivamente. Respecto a la dispersión, se observa que en la dimensión afectividad, aplicabilidad y habilidad aumento su desviación estándar, en tanto que, en ansiedad, disminuyo de 3.799 a 3.439, después de la implementación de la PC MAET, tal como se corrobora en el gráfico 72.

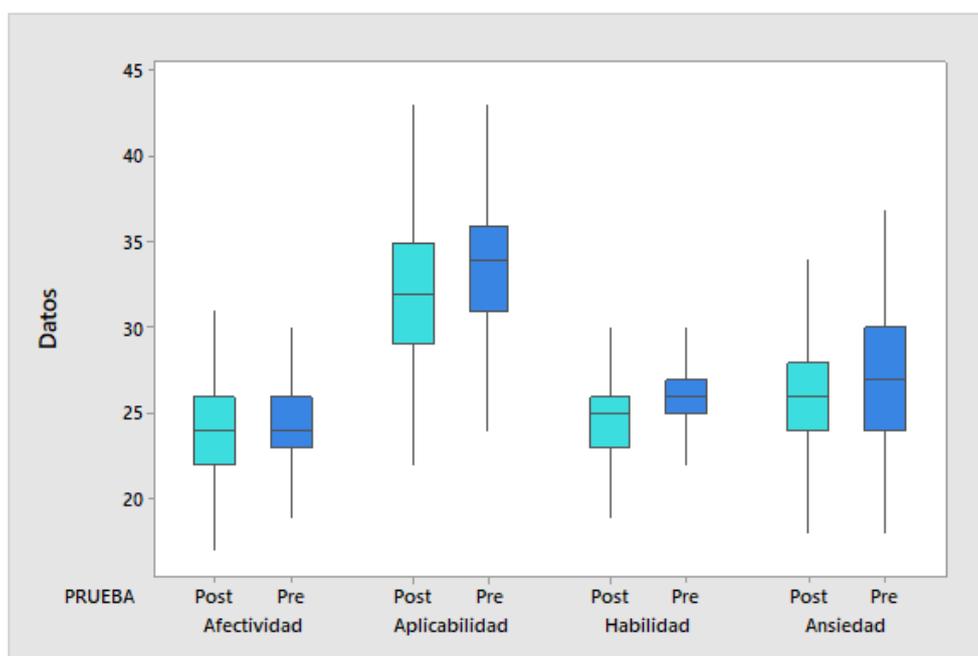


Gráfico 71. Gráfico de cajas del puntaje en actitudes hacia la matemática, por dimensiones, antes y después de implementar la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.1.2.3 Prueba de significación de la PC MAET en las actitudes hacia la matemática, a nivel global y por componentes.

Tratándose del análisis de una variable cuantitativa: puntaje de actitudes hacia la matemática, la prueba de significación pertinente sería la prueba T de student para muestras

relacionadas cuyo pre requisito es la normalidad de las diferencias de los puntajes antes y después, tanto a nivel global como según los componentes afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, que se muestra a continuación.

5.1.2.3.1 Prueba de Normalidad.

Tabla 49. Prueba de Normalidad del puntaje total de actitudes hacia la matemática global y por componentes: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad.

Diferencias	Estadístico de prueba K-S ^a	Sig.
Afectividad	,155	,000
Aplicabilidad	,063	,200
Habilidad	,104	,000
Ansiedad	,079	,023
EAHM	,112	,000

^a k-S: Kolmogorov-Smirnov

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 49, se observa que la distribución de las diferencias del puntaje total de las actitudes hacia la matemática a nivel global y de cada una de sus componentes: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, antes y después de la implementación de la PC MAET, los p-valores asociados al estadístico de Kolmogorov-Smirnov (K-S) son menores al nivel de significación de ,05, por lo que se tiene suficiente evidencia estadística para inferir que no siguen una distribución normal. Excepto en la dimensión de aplicabilidad cuyo p-valor es de ,200, por lo que si seguiría una distribución normal.

En tal sentido, la prueba de hipótesis de comparación del puntaje total de actitudes hacia la matemática, a nivel global y por sus componentes a utilizar, fue la Prueba de Rangos con signos de Wilconxon para la mediana (Prueba no paramétrica de comparación para muestras relacionadas, con aproximación normal dado que n=149).

5.1.2.3.2 *Prueba de comparación de muestras relacionadas: Prueba de rangos con signos de Wilconxon para el puntaje total de actitudes hacia la matemática.*

Hipótesis de investigación

H₁: La PC-MAET tiene un efecto significativo en las actitudes hacia la matemática en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

H₂: La PC-MAET tiene un efecto significativo en las actitudes hacia la matemática, según dimensiones, en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

Hipótesis estadísticas

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₁: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la afectividad, antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₂: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la afectividad, antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la aplicabilidad, antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₃: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la aplicabilidad, antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la habilidad, antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₄: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la habilidad, antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

H₀: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la ansiedad, antes y después de la implementación de la PC MAET es mayor o igual a cero.

H₅: La diferencia de las puntuaciones medianas de actitudes hacia la matemática, en cuanto a la ansiedad, antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero.

Tabla 50. Test de Suma de Rangos con signo Wilconxon de Comparación de medianas

Dimensiones	N			Suma de rangos		Z	Sig. (bilateral)
	Rangos (-)	Rangos (+)	Empates	Rangos (-)	Rangos (+)		
Afectividad	86	53	10	6286,50	3443,50	-3,021 ^b	,003
Aplicabilidad	88	49	12	6319,00	3134,00	-3,429 ^b	,001
Habilidad	88	44	17	6266,00	2512,00	-4,286 ^b	,000
Ansiedad	78	58	13	5934,00	3382,00	-2,781 ^b	,005
Actitudes hacia la matemática	98	47	4	7590,50	2994,50	-4,539 ^b	,000

^b. Se basa en rangos positivos.

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 50, se observa que el p-valor asociado al estadístico del Test de suma de rangos de Wilconxon para la variable puntaje total de la prueba de actitudes hacia la matemática y en cada una de sus dimensiones afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, evaluados es menor a 0,05; por lo que se rechazan las hipótesis nulas antes mencionadas y se acepta que la diferencia de las puntuaciones medianas antes y después de la implementación de la PC MAET es menor a cero; por tanto la PC MAET tiene un efecto significativo sobre las actitudes hacia la matemática de manera global y en cuanto a sus dimensiones: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad, en los estudiantes de pregrado en una universidad privada de Lima.

Estos resultados concuerdan con los resultados alcanzados en otras investigaciones; en efecto: Garcia (2011) en su investigación, demuestra que, gracias a la incorporación del GeoGebra, los estudiantes lograron la transformación de sus actitudes hacia la matemática, puede decirse mejoraron las actitudes hacia la matemática como las actitudes matemáticas de los estudiantes. Pedrosa (2020), por su parte y con respecto a las actitudes hacia la matemática,

descubre que los estudiantes consideran que la asignatura es útil, tanto en sus estudios como para sus carreras profesionales, además de sentirse bien cuando consiguen resolver problemas matemáticos.

5.1.3 Comprensión lectora.

5.1.3.1 Puntaje total en comprensión lectora.

De acuerdo con el modelo de Riffo y Veliz (2011) para evaluar la comprensión lectora, descrito en 2.2.5, se aplicó la evaluación a 839 estudiantes ingresantes de la Facultad de Negocios, en el curso de Nivelación en Matemática, en la primera semana de clases del ciclo 2016-02.

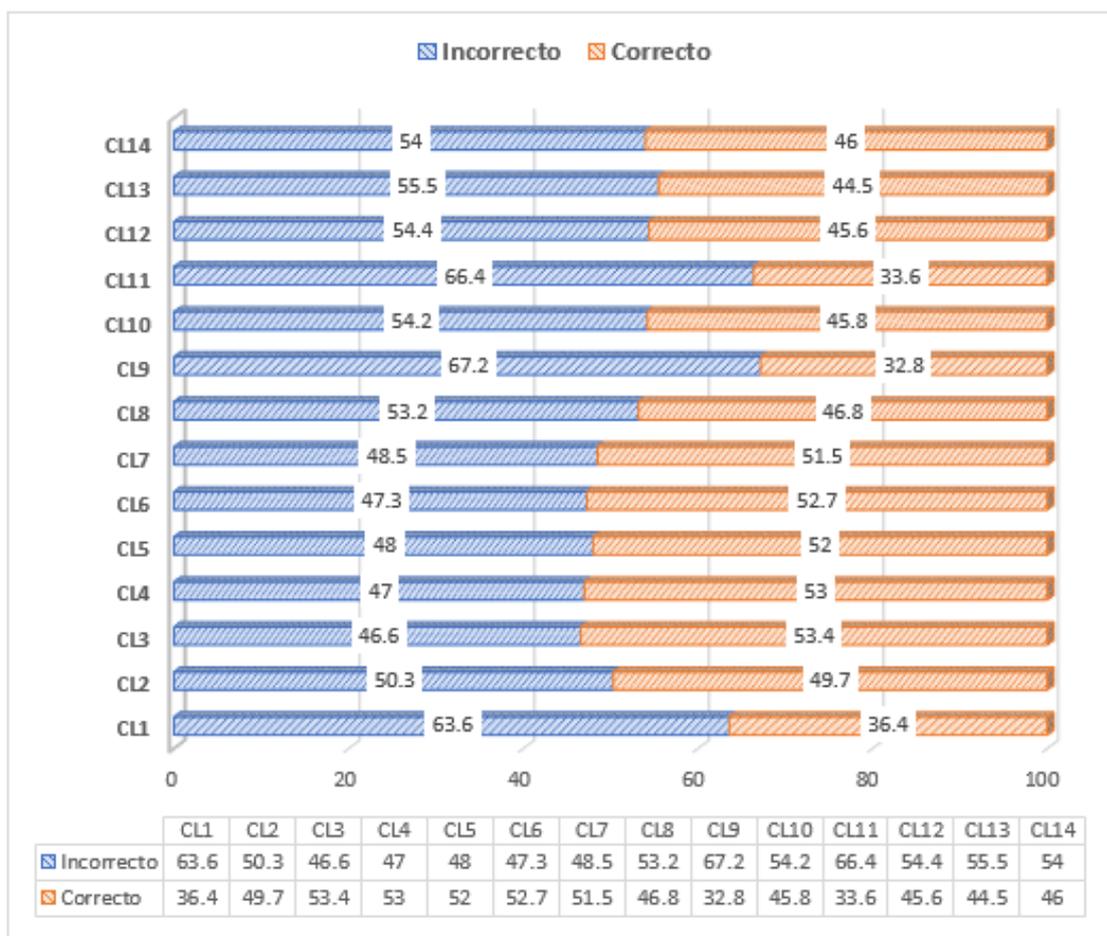


Gráfico 72. Gráfico de frecuencias de respuestas correctas e incorrectas en la prueba de comprensión lectora

Fuente: Elaboración propia

En el gráfico 73 se muestran los resultados de los 14 ítems de la evaluación en comprensión lectora, según correcto e incorrecto; se identifica en tres ítems un resultado alto en incorrecto, los ítems CL1, CL9 y CL11 con 63,6%, 67,2% y 66,4% respectivamente. En el caso del ítem CL1 pertenece a la **dimensión pragmática**, en la que se mide la habilidad del lector para reconocer, identificar o inferir los propósitos de un texto, comprendiendo que éste se produce con ciertos objetivos orientados a un lector determinado. Los ítems CL9 y CL11 pertenecen a la **dimensión crítica**, en la que se mide la capacidad del lector para utilizar la información que se obtiene de un texto transfiriéndola a un contexto diferente para resolver una tarea.

Tabla 51. Estadísticos de la prueba de comprensión lectora

N	Válido	839
	Perdidos	0
Media		6,44
Mediana		6,00
Desviación		2,115
Asimetría		-,199
Error estándar de asimetría		,084
Curtosis		-,306
Error estándar de curtosis		,169
Mínimo		1
Máximo		12
Percentiles	25	5,00
	50	6,00
	75	8,00

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 51 se aprecia los estadísticos de los resultados de la prueba de comprensión lectora, nos muestra una media de 6,44 y una mediana de 6,00; un puntaje mínimo de 1 punto y un máximo de 12, sobre los 14 puntos de la prueba. De la misma manera encontramos que un 25% de los estudiantes están por debajo de los 5 puntos y solo un 25% obtuvo resultados por encima de los 8 puntos. Haciendo notar que estos resultados corresponden a la prueba de comprensión de texto fácil.

Tabla 52. Puntaje total de comprensión lectora

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido				
1	12	1,4	1,4	1,4
2	23	2,7	2,7	4,2
3	35	4,2	4,2	8,3
4	74	8,8	8,8	17,2
5	134	16,0	16,0	33,1
6	150	17,9	17,9	51,0
7	134	16,0	16,0	67,0
8	128	15,3	15,3	82,2
9	91	10,8	10,8	93,1
10	49	5,8	5,8	98,9
11	7	,8	,8	99,8
12	2	,2	,2	100,0
Total	839	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

En la tabla 52 se aprecia la frecuencia de los puntajes alcanzados por los estudiantes de Nivelación en Matemática, en la prueba de comprensión lectora, identificándose solo notas entre 1 y 12, de los 14 puntos en total y que el 66,2% de los estudiantes obtuvieron puntajes entre 5 y 8 inclusive.

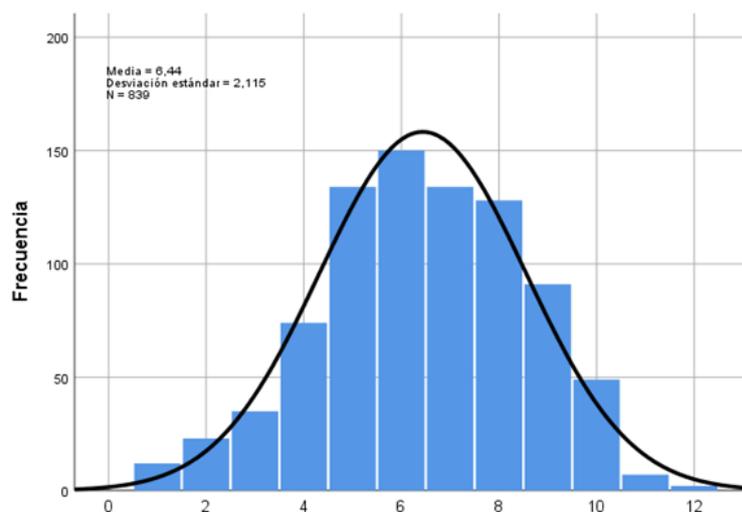


Gráfico 73. Gráfico de frecuencias de la prueba de comprensión lectora

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

5.1.3.2 Puntaje en comprensión lectora, según dimensiones.

En la Tabla 53 se observa los resultados de la prueba de comprensión lectora por dimensiones, antes de la implementación de la PC MAET, encontrándose que los puntajes promedio en las dimensiones textual, pragmática y crítica son de 5,41, 0,36 y 0,66 respectivamente, porcentualmente se expresaría en 49,2%, 36,4% y 33,2%; así mismo, la mediana en las dimensiones textual, pragmática y crítica son de 5,00, 0,00 y 1,00 respectivamente. Respecto a los percentiles se observa que el 50% de los estudiantes evaluados obtuvieron: 5, 0 y 1 puntos o menos, en las dimensiones textual, pragmática o crítica respectivamente.

Tabla 53. Medidas descriptivas del puntaje de comprensión lectora, según dimensiones, en estudiantes que participaron de la implementación de la PC MAET

Dimensión	Desv.					Percentiles		
	Media	Mediana	Desviación	Mínimo	Máximo	25	50	75
Textual	5,41	5,00	1,90	0	11	4,00	5,00	7,00
Pragmática	0,36	0,00	0,48	0	1	0,00	0,00	1,00
Crítica	0,66	1,00	0,69	0	2	0,00	1,00	1,00
Total	6,44	6,00	2,11	1	12	5,00	6,00	8,00

Fuente: Elaboración propia

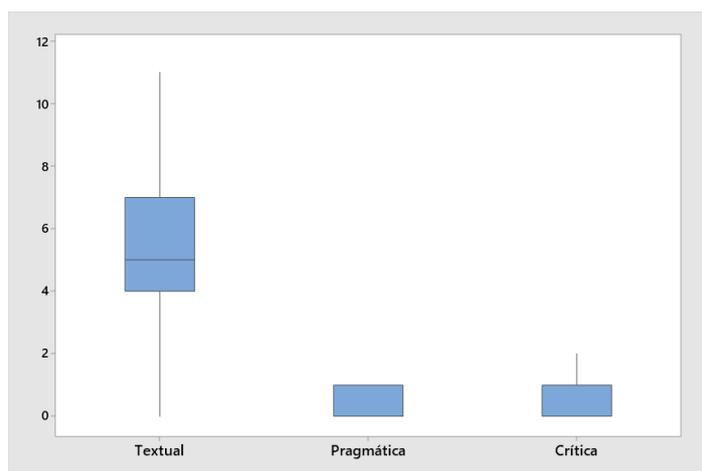


Gráfico 74. Gráfico de cajas de la prueba de comprensión lectora, según dimensiones

Fuente: Elaboración propia, en base a los resultados del procesamiento de datos con SPSS v. 25

Confirmando los resultados que los estudiantes enfrentan otra dificultad adicional, a la hora de enfrentar la resolución de los problemas contextualizados en los cursos de matemática. Sin duda estos resultados justifican que se haya trabajado con especial cuidado en el diseño de las actividades dentro del aula, para que el docente haga énfasis en la contextualización de la situación y comprensión real de la situación problemática, y fuera del aula, para la redacción de los textos a trabajar por los estudiantes. Esto se trabajó con énfasis en los cursos de Nivelación de matemática y Matemática 1.

5.2 Análisis desde un enfoque cualitativo

5.2.1 Creencias de los docentes sobre la competencia matemática.

5.2.1.1 Unidad de análisis.

Para esta investigación las unidades de análisis constituyen núcleos de significados propios que serán objeto de estudio. Por tal razón se han seleccionado como unidades de análisis de la entrevista semi estructurada, cada segmento de pregunta y respuesta donde se capta una unidad con significado, relacionada con las categorías establecidas. En esta investigación se consideran 10 unidades de análisis distribuidas en tres matrices por categoría.

5.2.1.2 Caracterización de los docentes participantes en la entrevista semiestructurada.

El informante 1, es magister en Matemática por la Universidade Federal do Rio de Janeiro y Bachiller en Matemática, tiene con 1 año de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática en la institución educativa donde se realiza la investigación; impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Para este trabajo es considerado como uno de los docentes de menor antigüedad en el área.

El informante 3, es magister en Enseñanza de las Matemáticas y licenciado en Educación Secundaria con mención en Matemática y Física, tiene 12 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática en la institución educativa donde se realiza la

investigación; en el momento de la entrevista tiene 4 años impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Para este trabajo es considerado uno de los docentes de mayor antigüedad en el área.

El informante 5, es magister en Matemática y licenciado en Matemática, tiene 5 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática, de los cuáles en los 2 últimos años se desempeñó como docente en la institución educativa donde se realiza la investigación, impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Para el interés de la investigación es considerado como uno de los docentes de menor antigüedad en el área.

El informante 7, es magister en Ciencias de la Educación con mención en Educación Matemática y licenciado en Matemática, tiene 14 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática, de los cuáles en los 10 últimos años se desempeñó como docente en la institución educativa donde se realiza la investigación; en el momento de la entrevista tiene 5 años impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Para este trabajo es considerado uno de los docentes de mayor antigüedad en el área.

5.2.1.3 Categorías analizadas.

5.2.1.3.1 Análisis de la categoría creencias sobre competencia matemática de los docentes informantes.

A continuación, en la tabla 54, presentamos la matriz del informante 3, donde se encuentran las 4 primeras unidades de análisis relacionadas a las creencias sobre la competencia matemática.

Tabla 54. Matriz de análisis de la categoría creencias sobre Competencia Matemática de informante 3.

1. ¿Cuáles cree usted que son las ideas de competencia que orientan el desarrollo de su práctica pedagógica?
UA13: Bueno yo entiendo que uno de los principios está basado en la metodología por competencias, la interacción que hay con el estudiante basado por competencias, el tipo de interacción que hay con el estudiante y el tipo de evaluación por competencias. Cada una de ellas tiene una característica particular, justamente por competencias. Entiendo que la metodología, la interacción y la evaluación están relacionadas básicamente centrando al estudiante como el actor principal en el proceso de aprendizaje y este proceso por competencias tiene como eje fundamental

el aprendizaje autónomo donde se le enseña al estudiante para que pueda aprender sin necesidad de estar en contacto directo con el docente, de esa manera el estudiante puede aprender a aprender

Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R311 El estudiante como el actor principal del proceso de aprendizaje	R312-1 "...y este proceso por competencias tiene como eje fundamental el aprendizaje autónomo..." R312-2 "...se le enseña al estudiante para que pueda aprender sin necesidad de estar en contacto directo con el docente, de esa manera el estudiante puede aprender a aprender..."	R313 "...está basado en la metodología por competencias, la interacción que hay con el estudiante basado por competencias, el tipo de interacción que hay con el estudiante y el tipo de evaluación por competencias..."

2. ¿Cuáles cree usted son las ideas de competencia matemática que orientan el desarrollo de su práctica pedagógica?

UA13: Competencias en matemáticas. Las competencias en matemáticas, bueno, yo comprendo que un profesor que es competente matemáticamente para desarrollar una praxis en enseñanza y aprendizaje requiere la preparación en dos aspectos: en el aspecto disciplinar de la misma matemática, tener los conocimientos no solamente al nivel que va a enseñar, sino tener los conocimientos sólidos y le permitan a él fundamentar y fundamentarse las cosas que él va a enseñar. El otro aspecto es el aspecto pedagógico en donde el profesor lo que él conoce puede no transmitirlo, sino puede usarlo para que otra persona pueda aprender.

Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R321. Formación docente en dos aspectos: disciplinar y pedagógico.	R322-1. "... le permitan a él fundamentar y fundamentarse las cosas que él va a enseñar..." R322-2. "...donde el profesor lo que él conoce puede no transmitirlo, sino puede usarlo para que otra persona pueda aprender..."	R323. No se evidencia

3. ¿Cuáles son los procesos, qué a su criterio, se deben considerar para desarrollar las competencias matemáticas en sus estudiantes?

UA13: Los procesos matemáticos, bueno, entiendo yo que son tres denominados competencias matemáticas; uno es la comunicación matemática, el estudiante debe de comunicarse matemáticamente en base a criterios y estándares establecidos en la institución donde se conciba eso; dos que el estudiante pueda matematizar y pueda realizar representaciones entre el mundo real y el mundo matemático; y el otro que es finalmente el objetivo principal de que el estudiante lleva un curso de matemática es resolver problemas, básicamente el tercero engloba todas las otras competencias.

Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R331 Resolver problemas.	R332-1 "... la comunicación matemática... y matematizar ... entre el mundo real y el mundo matemático..."	R333 "...en base a criterios y estándares establecidos en la institución donde se conciba eso..."

4. ¿Qué significa para usted ser competente en matemática?

UA13: Ser competente en matemática, yo lo considero de acuerdo al contexto porque para mí un estudiante puede ser competente en matemática I, pero posiblemente no sea competente en matemática, entonces si hablo yo solamente de un curso determinado, el estudiante que termina ese curso es competente en matemática porque puede resolver problemas, para ello trabajo en mi

curso los aspectos básicos que mencioné en la primera parte con la comunicación, con la matematización y representación, y la estrategia y cálculo

Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R341 Resolver problemas	R342 "... yo lo considero de acuerdo con el contexto porque para mí un estudiante puede ser competente en matemática I, pero posiblemente no sea competente en matemática..."	R343 "... para ello trabajo los aspectos básicos que mencioné en la primera parte: con la comunicación, con la matematización y representación, y la estrategia y cálculo.

Fuente: Elaboración propia

5.2.1.3.1.1 Mapas cognitivos de los informantes.

Complementariamente se presentan los mapas cognitivos relacionados con las creencias sobre competencias matemáticas de los 4 docentes informantes.

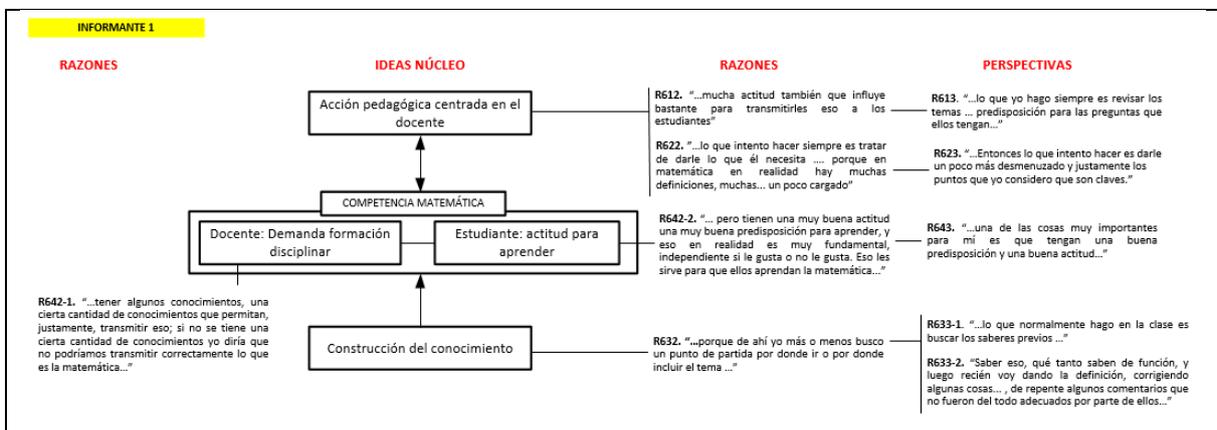


Gráfico 75. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1, en relación con la categoría Competencia Matemática.

Fuente: Elaboración propia

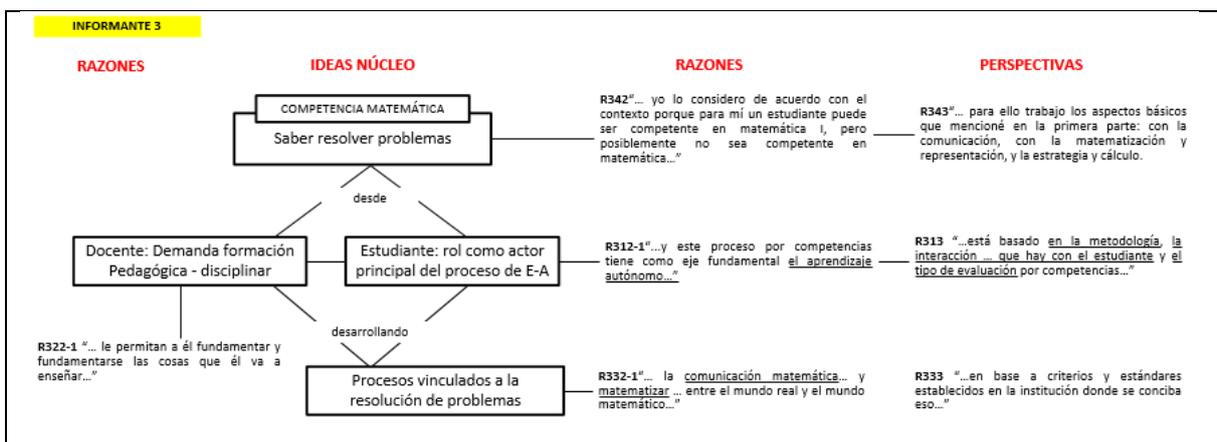


Gráfico 76. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3, en relación con la categoría Competencia Matemática.

Fuente: Elaboración propia

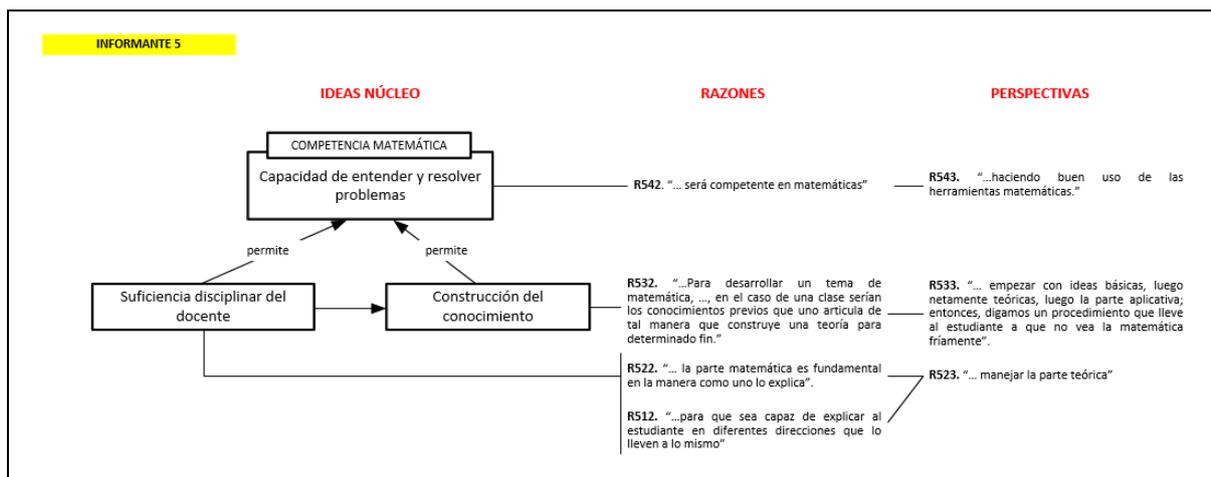


Gráfico 77. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5, en relación con la categoría Competencia Matemática

Fuente: Elaboración propia

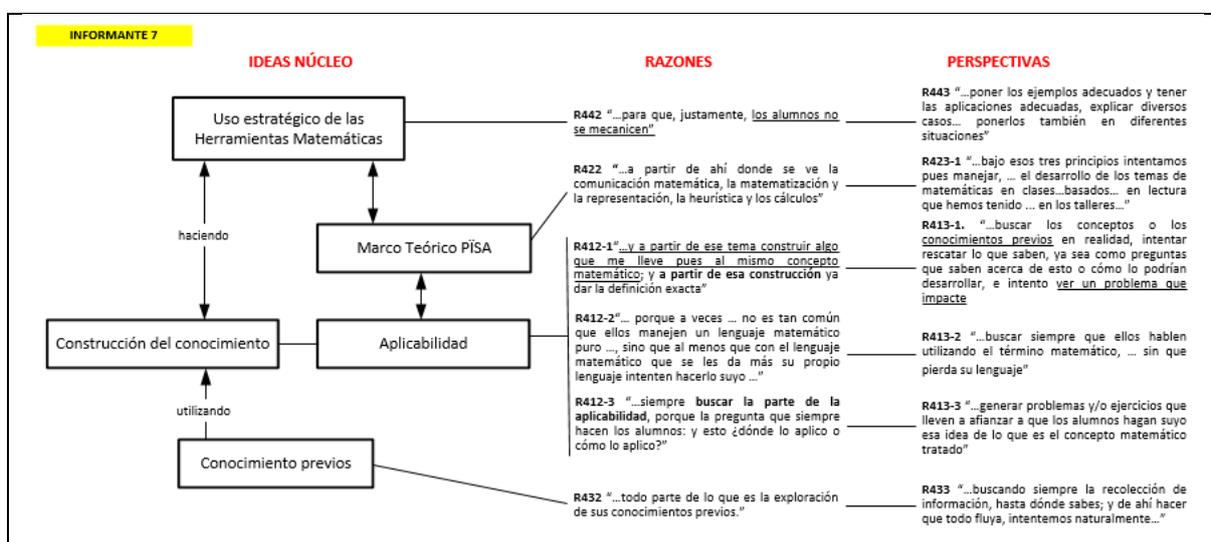


Gráfico 78. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7, en relación con la categoría Competencia Matemática

Fuente: Elaboración propia

A partir de los mapas cognitivos de los informantes se identifican las creencias sobre competencia matemática que estos tienen. A continuación, se comparan las unidades de análisis correspondientes a las creencias sobre competencia matemática.

Los docentes relacionan a la competencia matemática con la capacidad de resolver problemas (UAI3, UAI5). De la misma manera resaltan la importancia de la construcción del conocimiento (UAI1, UAI5 y UAI7), que considere los saberes previos, así como como la aplicabilidad. En

la actividad docente, reconocen que la competencia matemática debe estar centrada en la acción pedagógica que demanda formación disciplinar para un uso estratégico de herramientas matemáticas.

Se evidencia la diferencia de creencias entre alguno que ubica al estudiante como actor principal en el proceso de enseñanza aprendizaje (UAI3), y otro que reconoce al docente como centro de la acción pedagógica (UAI1). Así mismo, solo uno de los docentes (UAI1) valora la importancia de la actitud para aprender.

5.2.1.3.2 Análisis de la categoría creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias, de los docentes informantes.

A continuación, presentamos la matriz del informante 3, donde se encuentran 3 unidades de análisis relacionadas a las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias.

Tabla 55. Matriz de análisis de la categoría creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias del informante 3

5. ¿Qué criterios considera que debe tener en cuenta para el diseño de un currículum por competencias?		
P3: Para el diseño de un currículo por competencias, qué se debía tener en cuenta. Bueno, uno de los aspectos que debe considerarse es el perfil del estudiante con el que, a quien se le va formar en ese curso, porque el perfil es determinante, yo tengo estudiantes de distintas zonas del Perú que pueden requerir inclusive un diseño curricular distinto de acuerdo con el tipo de formación, ya que los saberes previos son muchas veces distintos, es un punto principal el perfil del estudiante. El otro es el requerimiento para la formación profesional, o sea si en una carrera específica como matemática I, como el caso de las carreras empresariales requieren que el estudiante sepa hacer cierto tipo de actividades con la matemática, entonces en función a ese tipo de actividad es que debe prepararse los contenidos y posteriormente las actividades, o sea los contenidos deben estar relacionados con la carrera o con la malla curricular.		
Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R351. Perfil del estudiante	R352-1. "... porque el perfil es determinante yo tengo estudiantes de distintas zonas del Perú que puede requerir inclusive un diseño curricular distinto de acuerdo con el tipo de formación, ya que los saberes previos son muchas veces distintos..."	R353. "...como el caso de las carreras empresariales requieren que el estudiante sepa hacer cierto tipo de actividades con la matemática, entonces en función a ese tipo de actividad es que debe

	R352-2 "...o sea los contenidos deben estar relacionados con la carrera o con la malla curricular..."	prepararse los contenidos y posteriormente las actividades..."
6. ¿Qué componentes cree usted que debe tener un currículo de matemática basado en competencias?		
P3: Ya, bueno. Ahí yo no comprendo muy bien cuando se refiere a los componentes. El componente podría entenderlo yo tal vez, digamos como el contenido, la descripción de las actividades, la temporalización de las actividades y los instrumentos de evaluación.		
Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
R361. Componentes del currículo	R362. No evidencia	R363. "...el contenido, la descripción de las actividades, la temporalización de las actividades y los instrumentos de evaluación..."
7. ¿Sobre qué referentes teóricos se basaría para proponer mejoras en el currículo por competencias en el área de matemática?		
P3: Bueno, ahí sí tendría que ser sincero. No tengo una fuente en este momento que pueda sustentar lo que estoy diciendo.		
Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción
No evidencia	No evidencia	No evidencia

Fuente: Elaboración propia

5.2.1.3.2.1 Mapas cognitivos de los informantes.

Complementariamente se presentan los mapas cognitivos relacionados con las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias de los 4 docentes informantes.

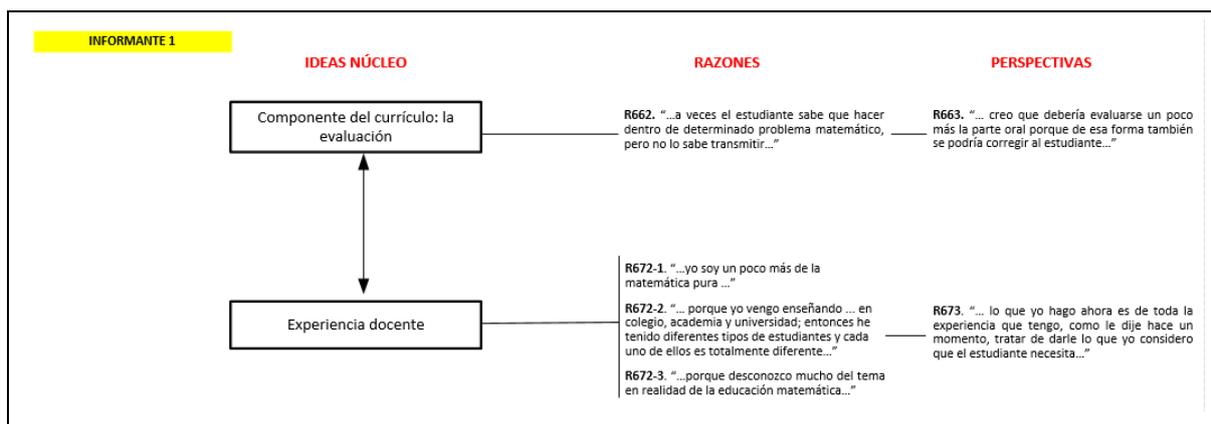


Gráfico 79. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1, en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

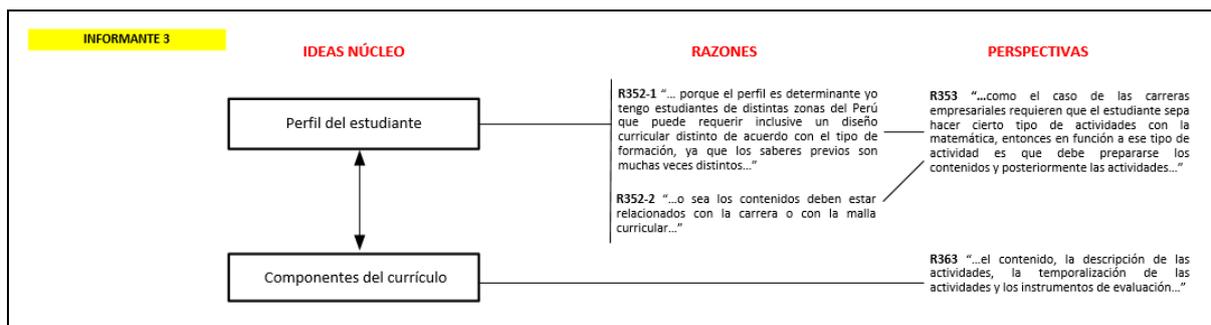


Gráfico 80. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3, en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

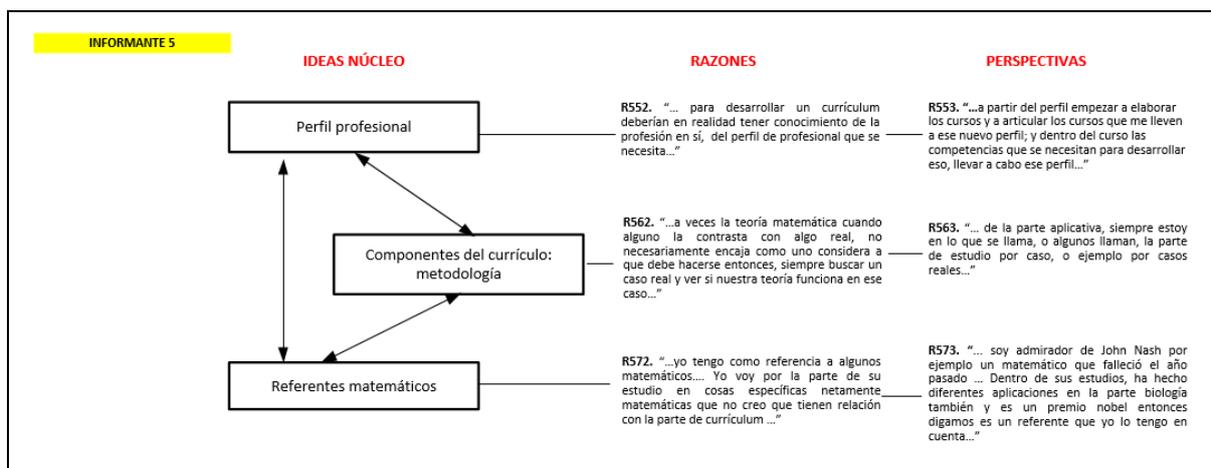


Gráfico 81. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5, en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

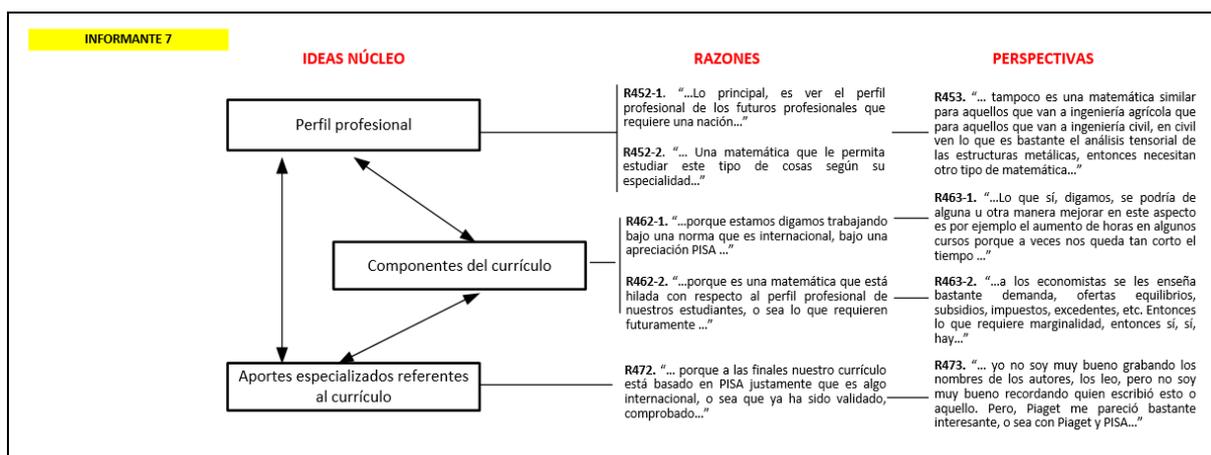


Gráfico 82. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7, en relación con la categoría diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se comparan las unidades de análisis correspondientes a las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias de los informantes.

En relación con las respuestas acerca de las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias, encontramos como ideas núcleo de los informantes (UAI3, UAI5 y UAI7) que relacionan el currículo con enfoque en competencias con el perfil profesional del estudiante, considerando la adecuación de los contenidos matemáticos a las carreras. Así mismo todos ellos identifican algún elemento del currículo, unos más que otros.

Del mismo modo se encuentra importantes diferencias en relación con las ideas núcleo vinculadas con sus referentes teóricos, algunos declaran desconocer (UAI1, UAI3) otros nombran a algún referente teórico disciplinar (UAI5) y solo uno tiene referentes teóricos desde la pedagogía.

5.2.1.3.3 Análisis de la categoría acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas, de los docentes informantes.

A continuación, presentamos la matriz del informante 3, donde se encuentran las últimas 3 unidades de análisis, relacionadas a las acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas

Tabla 56. Matriz de análisis de la categoría acciones para incorporar las creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas del informante 3.

8. ¿Qué acciones se deberían seguir para diseñar un currículo desde un enfoque por competencias?		
<p>UAI3: ¿Qué acciones? bueno. Como indiqué primero uno debe conocer el perfil del estudiante, dos, definir bien las competencias que se requiere formar en el estudiante en ese determinado curso con ese tipo de contenidos, tres, la malla de la carrera para hacer la interrelación de contenidos, tomando en cuenta dichos aspectos se realizaría el análisis y establecimiento de los indicadores, considerando contextos, capacidades y contenidos. Así mismo, para el diseño de los cursos definitivamente hay que considerar que es el estudiante es un estudiante multicultural, proviene de distintas zonas, así que habría que tener bastante cuidado con las actividades, algunas actividades pueden inclusive ser, estar ubicadas no solamente a nivel local, sino también regional para que el estudiante en el contexto pueda ubicarse mucho mejor. Y dos, que se considere que las carreras son de índole empresarial.</p>		
Ideas núcleo	Razones	Perspectivas de acción

<p>R381. Lineamientos del currículo por competencias</p>	<p>R382-1. “... para hacer la interrelación de contenidos, tomando en cuenta dichos aspectos se realizaría el análisis y establecimiento de los indicadores, considerando contextos, capacidades y contenidos...”</p> <p>R382-2“... hay que considerar que es el estudiante es un estudiante multicultural, proviene de distintas zonas...”</p>	<p>R383-1. “... primero uno debe conocer el perfil del estudiante, dos, definir bien las competencias que se requiere formar ... en ese determinado curso, con ese tipo de contenidos, tres, la malla de la carrera...”</p> <p>R383-2“... algunas actividades pueden estar ubicadas no solamente a nivel local sino también regional, para que el estudiante en el contexto pueda ubicarse mucho mejor...”</p>
<p>9. ¿Qué fuentes (material que haya consultado, que haya elaborado, experiencias personales, etc.) utiliza en el diseño curricular desde un enfoque por competencias en el área de matemáticas?</p>		
<p>UAI3: Para elaborar el diseño, bueno, necesitamos primero fuentes como PISA, para poder tener un enfoque de cómo se debe evaluar a nivel internacional y establecer estándares. También una referencia muy importante es lo que determina el Ministerio de Educación a través de su diseño curricular, eso nos permite establecer los conocimientos previos, lo que oficialmente deberíamos recibir un estudiante para poder ver cuál es el punto de partida del diseño desde un enfoque por competencias en el nivel superior.</p>		
<p>Ideas núcleo</p>	<p>Razones</p>	<p>Perspectivas de acción</p>
<p>R391. Documentos especializados en diseño curricular</p>	<p>R392-1. “... para poder tener un enfoque de cómo se debe evaluar a nivel internacional y establecer estándares...”</p> <p>R392-2. “...eso nos permite establecer los conocimientos previos lo que oficialmente deberíamos recibir un estudiante...”</p>	<p>R393. “... necesitamos primero fuentes como PISA, ... el Ministerio de Educación, a través de su diseño curricular ... para poder ver cuál es el punto de partida del diseño desde un enfoque por competencias en el nivel superior...”</p>
<p>10. ¿Qué estrategias o acciones cree usted, implementa la dirección de Estudios Generales para asegurar que los docentes desarrollen habilidades, en el diseño curricular por competencias?</p>		
<p>UAI3: Una de las acciones que la universidad y Estudios Generales implementa son las reuniones pedagógicas que tenemos, donde hacemos un análisis del desempeño del docente, la puesta a consideración de un equipo de profesores para el análisis de estrategias de productos y además los talleres y capacitación. Este se logra a través de la presentación de algunos casos, presentación de algunos productos e inclusive la elaboración por equipos de actividades.</p>		
<p>Ideas núcleo</p>	<p>Razones</p>	<p>Perspectivas de acción</p>
<p>R3101. Formación continua en el enfoque por competencias</p>	<p>R3102. “... para el análisis de estrategias de productos...”</p>	<p>R3103. “... las reuniones pedagógicas que tenemos, donde hacemos un análisis del desempeño del docente, la puesta a consideración de un equipo de profesores... Este se logra a través de la</p>

		presentación de algunos casos, presentación de algunos productos e inclusive la elaboración por equipos de actividades...”
--	--	--

Fuente: Elaboración propia

5.2.1.3.3.1 Mapas cognitivos de los informantes.

Complementariamente se presentan los mapas cognitivos relacionados con las acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias de los 4 docentes informantes.

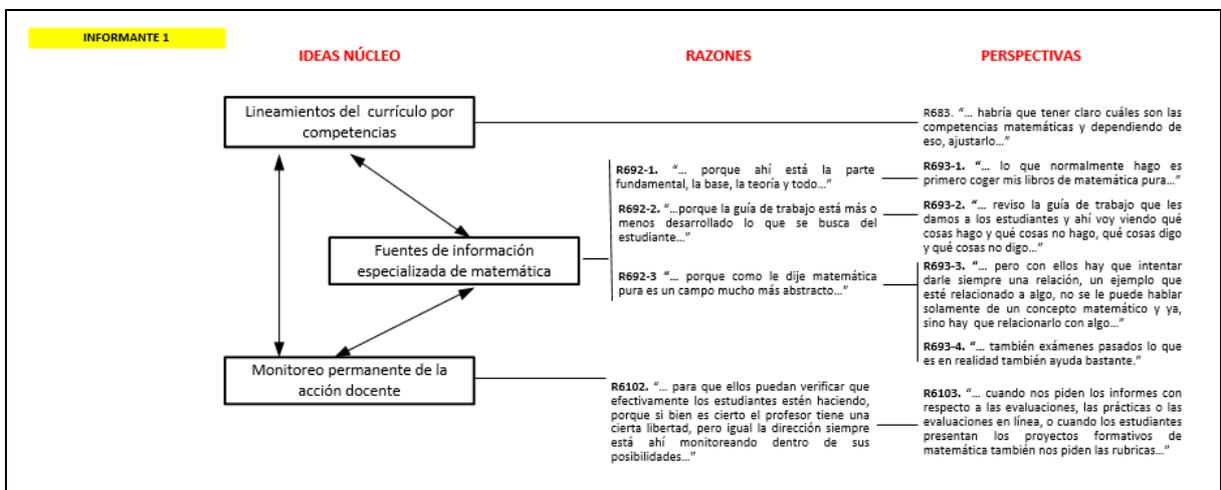


Gráfico 83. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1, en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

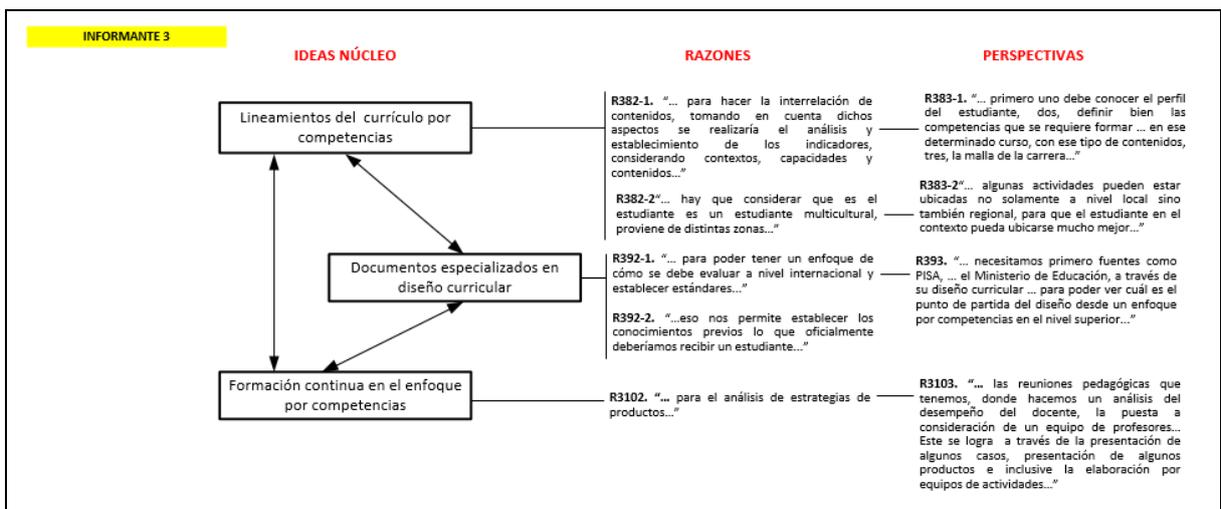


Gráfico 84. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3, en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

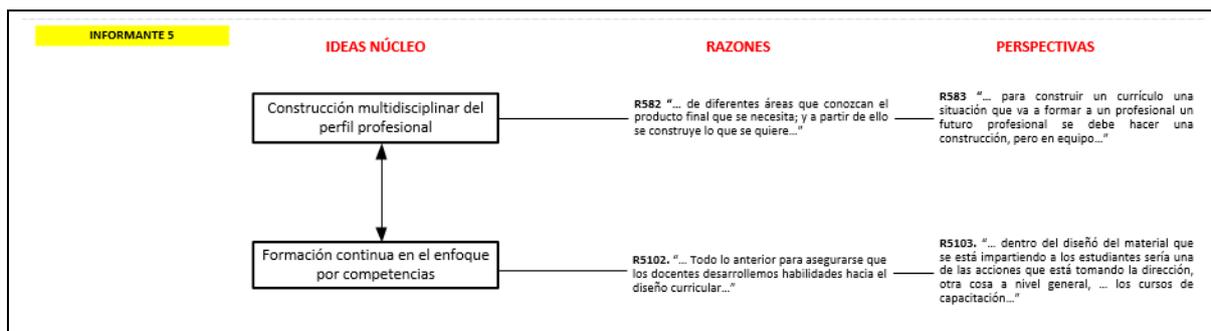


Gráfico 85. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 5, en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

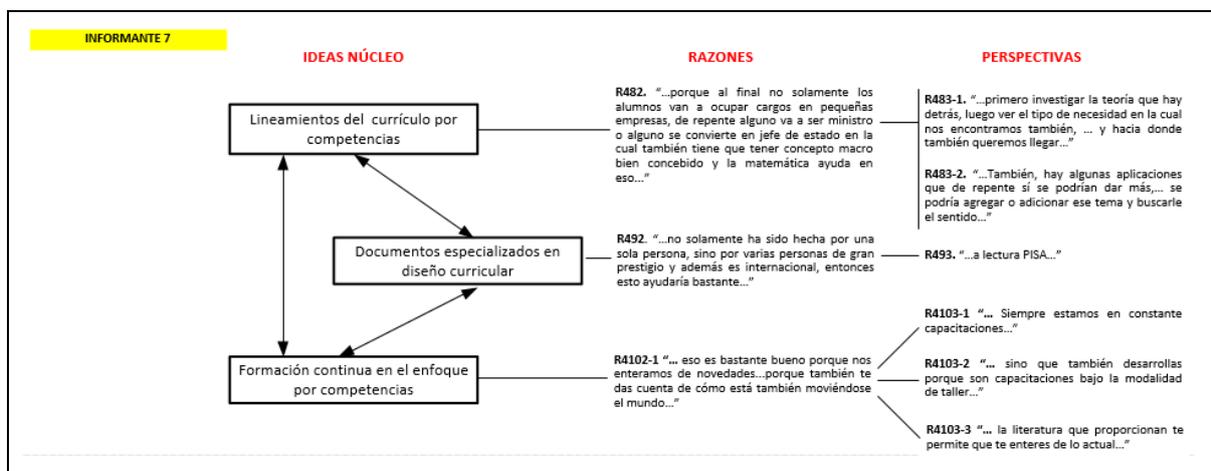


Gráfico 86. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7, en relación con la categoría acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias

Fuente: Elaboración propia

Finalmente comparamos las tres últimas unidades de análisis que corresponden a las acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas de los informantes.

De acuerdo con la revisión del discurso de los informantes se encuentra que algunos (UAI1, UAI3, UAI7) consideran como ideas núcleo de esta categoría, diversos lineamientos para la elaboración de un diseño curricular por competencias. Ninguno mencionó al sistema de evaluación por competencias ni los desempeños correspondientes.

De la misma manera indican (UAI1, UAI3, UAI7) que un diseño curricular debe estar sustentado en documentos especializados; sin embargo, ninguno de los referentes teóricos mencionados por ellos, fundamenta la concepción integral de currículo por competencias, base

para su diseño. Por otra parte, los informantes (UAI3, UAI5, UAI7) valoran positivamente en una idea núcleo la formación continua en el enfoque por competencias, que van teniendo como docentes de la Dirección de Estudios Generales.

Así mismo, uno (UAI5) de los informantes considera la importancia de la construcción multidisciplinar del perfil profesional y otro (UAI1) rescata el valor del monitoreo permanente de la acción docente.

A partir del análisis integral de las respuestas de los informantes, se puede determinar que existen una idea ambigua de los informantes sobre lo que son los constructos competencia y competencia matemática, considerados en esta investigación. Sin embargo, por su formación profesional evidencian una idea más clara de lo que creen es ser competente matemáticamente, como se registran en las razones y perspectivas de acción correspondientes.

En el análisis de las creencias relacionadas con la segunda categoría, se refleja un conocimiento parcial sobre los elementos a considerar en un diseño curricular por competencias, el mismo que se reconoce a través del sesgo de todos los informantes hacia el perfil profesional únicamente; situación que se atribuye a la formación profesional de los mismos.

De acuerdo con la revisión de las respuestas de los informantes en la tercera categoría se evidencia un conocimiento parcial de las acciones que se deberían tomar para un diseño curricular por competencias, sin embargo, muestran el conocimiento de las fuentes teóricas que lo sustentarían. Por otra parte, se identifica que las capacitaciones de los docentes no están alineadas a las necesidades de formación de un docente para intervenir en el desarrollo de formación por competencias en matemáticas

De todo lo anterior se reconoció la necesidad urgente de formar a los docentes que vayan a participar antes y durante la implementación de la PC MAET, y conseguir los objetivos formulados en la investigación.

5.2.2 Sugerencias de los coordinadores para diseñar la PC MAET.

5.2.2.1 Unidad de análisis.

La unidad de análisis pertenece al sujeto o característica representativa que es el objeto de estudio de la investigación. En el proceso cualitativo además de las personas o casos pueden ser unidades de análisis los significados, las prácticas, los episodios, los encuentros, los grupos, las organizaciones, las comunidades, los estilos de vida, los procesos entre otros (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). En esta sección, la unidad de análisis fue la información que se obtuvo de la entrevista a los coordinadores de los cursos de especialidad, relacionados a los cursos de matemática, en la Facultad de Ciencias Empresariales. De esta información emergieron las siguientes categorías o unidades temáticas: comprensión lectora, demandas formativas en la actividad matemática, contextos, actitudes hacia la matemática, en referencia a las sugerencias de los coordinadores para la PC MAET.

5.2.2.2 Caracterización de los informantes.

Los informantes seleccionados para recoger información sobre las sugerencias sobre la nueva PC MAET, fueron los coordinadores de los cursos de especialidad de la Facultad de Ciencias Empresariales, relacionados a los cursos de matemática de dicha Facultad: contabilidad, matemática financiera, economía, macroeconomía, microeconomía, entre otros.

5.2.2.3 Unidades temáticas

5.2.2.3.1 UT1. Comprensión lectora.

Informante 1:

Párrafos:

IF10: Otro problema que tengo también es cuando hacemos una lectura de nuestros famosos ratios, por ejemplo, esta empresa tiene recursos que son 100 soles, en el corto

plazo, pero tiene deudas que son 98 soles, allí yo puedo calcular nuestro ratio y me sale 1 punto y algo más, ¿qué significa eso? Ah, este... se quedan así o a la inversa, qué pasaría si mis activos son 90 y mi deuda es 100, al comparar lo que me sale, una división, ya, 0,90, qué significa. Una lectura de ese 0.90 qué significa... Uno o dos me dicen: “Ah, si el activo es 1 sol y el otro es 100 y el otro es 98, quiere decir 0.98, ah, el pasivo es 98%” ¡Claro! ¿Y eso qué significa?, no sé; que le va a alcanzar o no le va a alcanzar, pero ya es lectura de conceptos, pero para interpretar ese 0.98 o ese 1.20, hay dificultades.

Tema central de la unidad temática:

La informante 1, expresa la dificultad de los estudiantes frente a la interpretación de ratios numéricos en el ámbito empresarial

Expresión del tema central en lenguaje científico:

La informante 1, indica que los estudiantes tienen dificultades frente al **proceso matemático de interpretación**, en un **contexto social**, en este caso el empresarial, en el cual se requiere darle significado al número racional que representa el término contable.

Informante 2:

Párrafos:

2J12. La capacidad para analizar ¿no?, análisis, yo creo que es tan básico, como, por ejemplo, poder leer un caso, entender el problema y a partir de ello poder plasmar estrategias, cómo enfrente, cómo desarrollo, tan simple como eso; y eso no es solamente matemático creo yo, es más integral, también útil para estudios más profundos.

Tema central de la unidad temática:

El informante 2, cree que los estudiantes al leer y entender bien un problema cumplen el primer paso del análisis, y que esta capacidad rebasa el ámbito de las matemáticas.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 2, considera que la comprensión del enunciado de una situación problema es importante por, ser el primer paso de otros procesos matemáticos necesarios en la resolución de un problema, y porque permitirá potenciar su capacidad de análisis.

Informante 3:

Párrafos:

3P13: Ese sería un problema no matemático, sino ya de comprensión de lectura, ¿no? Hay alumnos que tienen simples deficiencias en comprender bien el enunciado, el enunciado lo dice claramente, ¿no? Por ejemplo, dice cuotas al vencimiento de cada período y ellos la ponen al comienzo, ¿no? Dice, la persona solicita un préstamo, el préstamo va al inicio y algunos ponen el monto del préstamo al final.

3P14. Entonces, el problema de comprensión de lectura sumadas a las dificultades propias del ámbito de las matemáticas es un problema importante, que limita que el alumno tenga éxito en el curso.

Tema central de la unidad temática:

El informante 3, manifiesta la dificultad de los alumnos en la comprensión de los enunciados, y esto aunado al problema matemático, limita el éxito del alumno en el curso.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 3, reconoce la dificultad que tienen los estudiantes para **comprender los enunciados** de situaciones problemáticas en contextos financieros, en los que se requiere una decodificación del texto. El informante reconoce, adicionalmente, la limitación que esta dificultad produce en el buen desempeño del estudiante en el curso.

Estructura particular descriptiva:

Del análisis anterior se infiere que los informantes reconocen que la comprensión lectora es un problema integral, que involucra también no solo a los cursos de matemática; su importancia se da por ser el primer paso en la resolución de problemas y que podría limitar el buen

desempeño de un estudiante. Así mismo, reconocen la importancia del proceso de interpretación en situaciones contextualizadas.

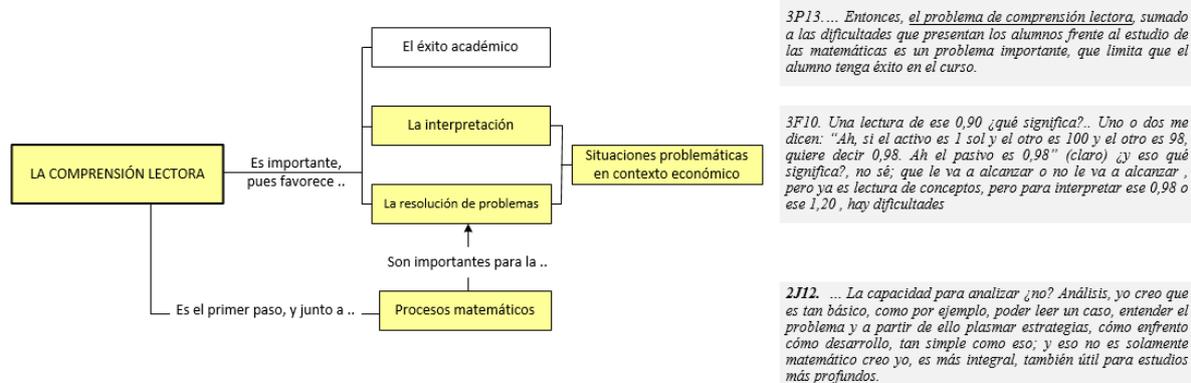


Gráfico 87. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática comprensión lectora

Fuente: Elaboración propia

Dada la importancia que emerge de la interpretación, queda como pregunta ¿de qué formas podríamos trabajarla, dentro en un curso de matemática y desde un modelo de formación por competencias.?

5.2.2.3.2 UT2. Demandas formativas en la actividad matemática.

Informante 1:

Párrafos:

IF2. Entonces, qué pasa si el precio de ese producto es 236 soles, dígame cuánto es el valor, que es el 100%, y cuánto el 18% del impuesto; inclusive lo hacemos en la pizarra, una simple factorización para ver que el precio entre 1.18 me da el valor, o una simple regla de tres como ustedes quieran, si estos 236 es el 118, cuánto será el 100 y cuánto será el impuesto, como ustedes deseen.

IF4. pero no es matemático en el sentido de que voy a hacer operaciones y cálculos complejos, porque no son complejos, no tienen que hacer una combinación de varias operaciones, no es complejo, es bien simple, simple en el sentido de que tienen que discriminar qué operación algebraica, matemática es la que tienen que aplicar, es una división, es una multiplicación o simplemente es una resta.

*1F6: Otro cálculo matemático que deja el profesor, nosotros calculamos algo que **es depreciación**, algo que me costó 100 yo creo que me va a durar 5 años, ¿cuánto se desgasta cada año? 20, pero a ellos les agrada mucho que les digan: agarras esto y lo divides entre 20, nosotros no entramos así, porque tienen que analizar la realidad, y cuál sería la mejor práctica, si no lo visualizan ya, agarramos la regla, pero no nos gusta mucho darles reglas,*

1F12. Ahora estaba conversando con la profesora que va en los cursos avanzados que es la contabilidad gerencial, donde también hay un análisis, una práctica, pero también con los criterios un poco más libres, puede haber varias recetas para hacerlo y es un poco más libres, pero igual otra vez, suma, resta, multiplicación y división y porcentaje porque calculan costos y trabajan con factores de aplicación de costos, también me comenta que tiene la misma dificultad.

Tema central de la unidad temática:

El informante 1, desea que los alumnos, **resuelvan el problema** por el camino que ellos quieran, discrimen las operaciones algebraicas a aplicar y no se acostumbren al uso de reglas.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 1, reconoce la dificultad de los alumnos al emplear diversas heurísticas matemáticas y al evaluar los procesos matemáticos pertinentes, en la resolución de problemas en contexto social-financiero.

Informante 2:

Párrafos:

2J8. ... Entonces, hacer una función de ecuación simple, un logaritmo simple, despejar una variable, suma, resta, multiplicación, división, por más simple que sean a algunos se les dificulta, no sé por qué, pero se les dificulta, hasta usar la calculadora se les dificulta, tengo que estar ahí y cómo se ve esto, digo, ustedes son autodidactas, pero en este caso no quieren ser autodidactas, porque quién les ha enseñado a usar el Facebook,

nadie; quién les ha dado una clase de internet, nadie; son autodidactas, pero en este tema no son autodidactas.

*2J12. ... La capacidad para analizar ¿no?, análisis, yo creo que es tan básico, como por ejemplo, poder leer un caso, entender el problema y a partir de ello poder plasmar estrategias, cómo enfrento, cómo desarrollo, tan simple como eso, y eso no es solamente matemático creo yo, **es más integral** creo yo, ... ; se les dificulta muchísimo aplicar estas estrategias: qué caso es este, qué método aplico, qué análisis aplico, qué alternativas de solución, cómo lo enfrento y cómo lo desarrollo, simples pasos que a veces el alumno se pierde o se mecaniza muchísimo también.*

2J13. ... Otro tema que he visto es que quiere que el examen sea exactamente como el caso que se ha hecho en la clase, ya le cambias un par de datos, pero eso no me enseñó, entonces le decía a ellos que a un alumno de la UNI o de otra universidad le digas el profesor no me enseñó, se van a reír de ti. Acá se trabaja en una universidad, que es un centro de investigación, el profesor te da pautas y el alumno tiene que analizar, investigar y aplicar ¿no?

Tema central de la unidad temática:

El informante 2, siente que los estudiantes, no son autodidactas para con el estudio de los procedimientos, operaciones matemáticas o el uso de la calculadora, por más simple que sean. Así mismo, considera importante la capacidad de análisis, que es más integral, porque le permita entender el problema y a partir de ello plasmar estrategias para resolverlo, así como la capacidad de investigar.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante2, reconoce la falta de autonomía de los estudiantes para el estudio de la matemática; así mismo, considera importante, para un buen desempeño profesional: la capacidad del análisis, que le permita comprender el problema y a partir de ello utilizar las heurísticas adecuadas, así como, la capacidad de indagación.

Informante 3:

Párrafos:

3P10. Estoy seguro, de que, en los cursos de matemáticas, en Formación Básica, deben practicar, pero los alumnos normalmente borran la información de un ciclo para otro y dejan la casetera en blanco, ¿no? Y ese es un problema serio.

3P23. Ellos saben usar muy bien la calculadora, ¿no? Pero ellos tienen deficiencias en el cálculo sin la ayuda de la calculadora, ¿no? Es algo que deberían de saber, ¿no? La tecnología ayuda, pero si no la tienes, deberías ser capaz de resolverlo.

Tema central de la unidad temática:

El informante 3, supone que, los estudiantes **no recuerdan información** de un ciclo a otro, y que esto es un problema serio, y que tienen deficiencias en realizar cálculos sin ayuda de la calculadora.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 3, reconoce que los estudiantes no evidencian saberes previos o aprendizajes significativos, necesarios para su desempeño profesional. Así mismo, dependen del uso de la tecnología aún para realizar operaciones básicas.

Estructura particular descriptiva:

Del análisis anterior se infiere que los informantes reconocen la necesidad en la formación básica de los estudiantes: de heurísticos variados para resolver problemas en contextos social-financiero, de potenciar la autonomía del estudiante y las capacidades de análisis e indagación y finalmente de aprendizajes significativos y el buen uso de la tecnología.

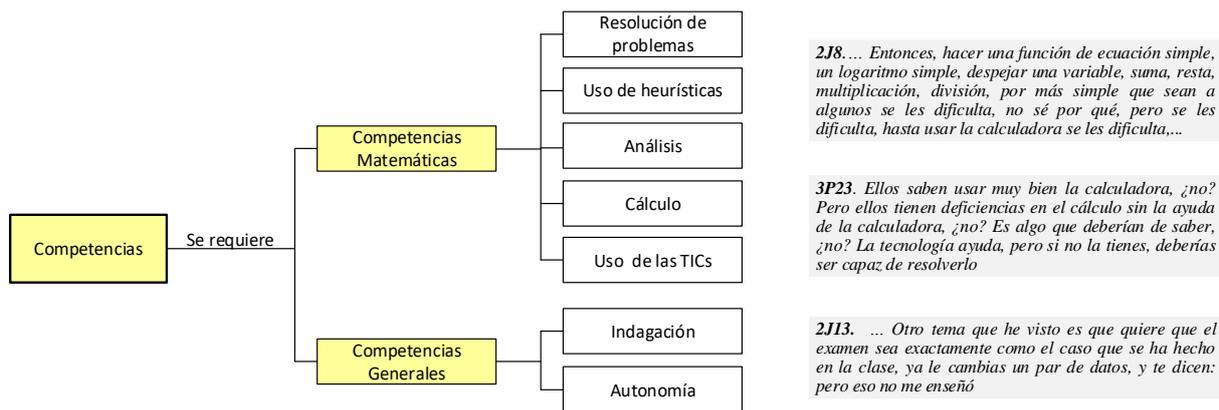


Gráfico 88. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática demanda formativa en la actividad matemática

Fuente: Elaboración propia

5.2.2.3.3 UT3. Contextos.

Informante 1:

Párrafos:

1F18. De repente ya lo estoy trabajando, yo no conozco al detalle el curso de matemáticas que estén llevando antes de que pasen al curso de carrera, pero si ya se trabaja con operaciones básicas, **me imagino, quizás tomar más ejemplos de los que van a enfrentar con nosotros, que todo es un tema de negocios.**

1F26. Siempre presentamos el contexto, ¿no?, si es una empresa comercial que vende calzado y resulta que vendió ocho pares y resulta que logra..., toda la historia, ...; inclusive hasta les contamos cuentos, ¿no? Y que tal persona vino... tú has visto, has ido a una zapatería... Tratamos de utilizar lo que ellos ya saben. Si es un tema de venta: de hecho, que ustedes alguna vez han vendido algo o han querido vender algo, hasta un juguete viejo, cuando has sido niño, se lo has querido vender a tu primo, ya hablemos así o en la experiencia de los colegios para las promociones ustedes han querido vender algo, chupetines, algo han vendido. Vamos a trabajar con ese ejemplo y para que ese contexto tan personal, lo lleven a un tamaño mucho más grande, más complejo con varios actores. Entonces, eso prácticamente se hace, de ese modo tratamos de llegar porque si lo hacemos como hace veinte años, no sé no... no hacen el seguimiento tan rápido...

Tema central de la unidad temática:

El informante 1, desea que los ejemplos que enfrenten los estudiantes estén relacionados a los negocios, así mismo, resalta la importancia de llevar los ejemplos, de contextos personal al profesional.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 1, reconoce la necesidad de trabajar situaciones problema en contextos económicos y la importancia del tránsito del contexto personal como saberes previos, al contexto profesional, como estrategia para su comprensión.

Informante 2:**Párrafos:**

2J10. Habría que buscar una forma, una estrategia, de repente. Pero tengo entendido que usted es del área, ¿no? Hace todo el máximo esfuerzo, hacen talleres, no veo últimamente los sílabos, pero tengo entendido que lo hacen más aplicativo, más dinámico. ... A mi parecer sin bajar el nivel de la parte académica, podría profundizarse más en los temas fundamentales que se requieren en el desarrollo profesional.

2J15. A veces, uno le da una ecuación al alumno y dice “desarrolla”, pero hay que enseñarle, presentarle casos de la vida real, casos de inversión, de negocios y decirle plantéalo y preguntarle, cuáles son los pasos del desarrollo y cómo lo desarrollaste. Como le digo, ... son simples pasos que uno debería seguir, hay que enseñarles desde ahora. Los casos que tenemos son casos bastante extensos, todo un caso, y así para cada curso.

Tema central de la unidad temática:

El informante 2, entiende que, el curso actualmente se desarrolla de forma aplicativo y dinámica, demanda profundizar en los temas fundamentales que requiere para el desarrollo profesional, sugiere el cambio hacia el uso de casos de la vida real y los negocios. Así mismo, Identifica la dificultad de los estudiantes al enfrentar situaciones problemáticas complejas, en los cursos de especialidad.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 2, presenta necesidades relacionadas con, el aprendizaje significativo de los saberes fundamentales que sirvan de base para la formación profesional del estudiante; esto deberá darse de cara a que el estudiante pueda hacer frente a situaciones problemáticas contextualizadas en el mundo real y de forma particular en los negocios.

Informante 3:

Párrafos:

3P15. ... Por ejemplo, dice cuotas al vencimiento de cada período y ellos la ponen al comienzo, ¿no? Dice, la persona solicita un préstamo, el préstamo va al inicio y algunos ponen el monto del préstamo al final.

3P25. No, el curso de Matemática para las Finanzas es un curso numérico, por ejemplo, hablamos del interés compuesto, se aplica el concepto de interés compuesto, los alumnos lo han leído el texto y vamos directamente al cálculo numérico, al caso práctico, destacado.

Tema central de la unidad temática:

El informante 3, percibe que, los estudiantes tienen dificultades para trabajar situaciones como cuotas de vencimiento, préstamos e interés compuesto, entre otras y que el curso de matemática para finanzas es un curso numérico, centrándose en casos prácticos.

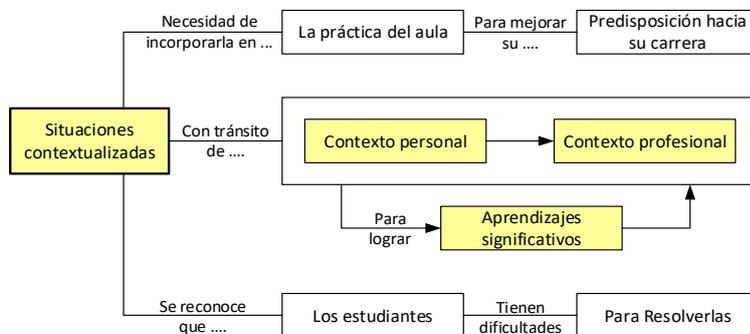
Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 3, identifica en los estudiantes, dificultades para trabajar situaciones en contexto, relacionadas con su especialidad y percibe al curso de Matemática Financiera como un curso netamente práctico.

Estructura particular descriptiva:

Del análisis anterior se infiere que los informantes reconocen la necesidad de trabajar *situaciones problema en contextos*, relacionados con su formación profesional, en los cursos de

matemáticas que implican la formación básica. Sugieren considerar el tránsito del contexto personal (saberes previos) al contexto profesional, para lograr aprendizajes significativos y de esa forma favorecer el desarrollo profesional.



Tratamos de utilizar lo que ellos ya saben. Si es un tema de venta: de hecho, que ustedes alguna vez han vendido algo o han querido vender algo, hasta un juguete viejo, cuando has sido niño, se lo has querido vender a tu primo, ya hablemos así o en la experiencia de los colegios para las promociones ustedes han querido vender algo, chupetines, algo han vendido

... A veces, uno le da una ecuación al alumno y dice "desarrolla", pero hay que enseñarle, presentarle casos de la vida real, casos de inversión, de negocios y decirle plantéalo y preguntarle, cuáles son los pasos del desarrollo y cómo lo desarrollaste.

Gráfico 89. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática contextos

Fuente: Elaboración propia

5.2.2.3.4 UT4. Actitudes hacia la matemática.

Informante 1:

Párrafos:

IF11. pero para que hagan ese proceso de cálculo simple, razonamiento, no sé cómo llamarlo, encuentro dificultades y siempre el punto es: pero la contabilidad no me gusta porque son números, pero en realidad como le digo no trabajamos con cálculos complejos, solamente es una operación la que hay que hacer.

*IF28. ... creo que ya no tiene que ver con matemáticas, sino con actitud porque el que no sabe al toque se pega con su amiga o amigo que sí sabe y va empapándose, pero ya el tema de **actitud** ya creo que se trabaja a otro nivel, hay jóvenes que no saben y al contrario se aíslan y se alejan o están mirando otra cosa y se distraen, ya esa parte es un poco más complicada para nosotros, ni siquiera hacerles un repaso.*

Tema central de la unidad temática:

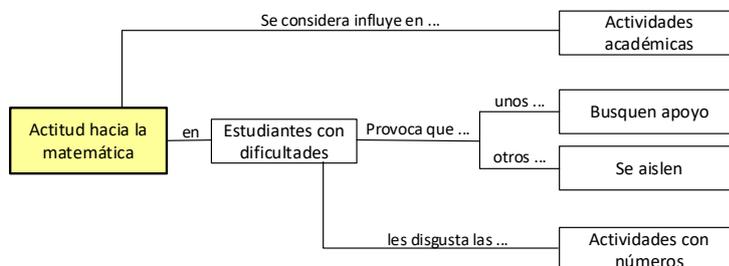
El informante 1, percibe que, a los estudiantes no le gusta los cursos de contabilidad debido a que son números, a pesar de no trabajar con cálculos complejos. Así mismo, considera que algunos estudiantes que no saben buscan el apoyo de sus compañeros, mientras que otros se aíslan y se distraen.

Expresión del tema central en lenguaje científico:

El informante 1, considera que a los estudiantes no les gusta los cursos de especialidad por tener por tener actitudes negativas hacia los cursos de matemáticas. Así mismo, refiere que los que tienen una actitud positiva hacia el tema, buscan apoyo en sus compañeros para aprender, mientras que, los que tienen actitud negativa, se aíslan.

Estructura particular descriptiva:

Del análisis anterior se infiere que la informante considera importante el **tema actitudinal** frente al estudio de la disciplina que imparte. Así mismo identifica como la predisposición de los estudiantes influye en sus acciones.



IF11. pero para que hagan ese proceso de cálculo simple, razonamiento, no sé cómo llamarlo, encuentro dificultades y siempre el punto es: pero la contabilidad no me gusta porque son números, pero en realidad como le digo no trabajamos con cálculos complejos, solamente es una operación la que hay que hacer.

IF28. ... creo que ya no tiene que ver con matemáticas, sino con actitud porque el que no sabe al toque se pega con su amiga o amigo que sí sabe y va empapándose, pero ya el tema de actitud ya creo que se trabaja a otro nivel, hay jóvenes que no saben y al contrario se aíslan y se alejan o están mirando otra cosa y se distraen,

Gráfico 90. Fisonomía de los informantes sobre la unidad temática actitudes hacia la matemática

Fuente: Elaboración propia

Fisonomía grupal de los informantes

A partir del análisis integral de las respuestas de los informantes, se puede determinar que existe una idea ambigua de los entrevistados sobre la competencia de comunicación matemática, porque solo reconocen el procedimiento de interpretación, entre los considerados en la PC MAET: argumentación, justificación, explicación y descripción. Con respecto a la

competencia de matematización y representación solo identifican el procedimiento de análisis con relación a los considerados en la propuesta que son: representa, traduce y modela. Del mismo modo en relación con la competencia de estrategia y cálculo, enfatizan en la resolución de problemas y del aprendizaje de heurísticas variadas, sin considerar procedimientos como: optimiza, calcula y examina.

Otro aspecto importante por considerar tiene relación con la categoría de situaciones problemas en contexto, la misma que fue demanda por todos los entrevistados; sin embargo, debemos resaltar que esta demanda estaba relacionada en establecer conexión del contexto personal como tránsito al contexto profesional, así como que el contexto debe relacionarse con situaciones de contable, financiera y económica.

Entre las necesidades identificadas están, el potenciar las actitudes positivas de los estudiantes hacia el estudio de la matemática, como un paso previo para el estudio de los cursos de especialidad relacionados con la matemática, así como, el potenciar el trabajo autónomo del estudiante para lograr un buen desempeño profesional.

Finalmente, en la información proporcionada también se identifica la necesidad de propiciar el desarrollo de las competencias de indagación y de trabajo colaborativo.

Los elementos considerados anteriormente se integrarán a la PC MAET con la intención de contribuir al desarrollo real de las competencias matemáticas y generales para la buena formación profesional de los estudiantes.

5.2.3 Percepciones de los estudiantes en relación con el desarrollo de la PC MAET.

5.2.3.1 Unidad de análisis.

En esta sección, la unidad de análisis fue la información que se obtuvo de la entrevista a los estudiantes egresados de los cursos de matemática implementados en la PC MAET de la Facultad de Ciencia Empresariales, de esta información emergieron las siguientes categorías o

unidades temáticas: la dimensión metodológica y la dimensión de evaluación, en referencia a las percepciones de los estudiantes durante la intervención de la PC MAET.

5.2.3.2 Caracterización de los estudiantes que participaron en la entrevista semiestructurada.

Para acotar la muestra de los informantes, hemos acudido a estudiantes que hayan pasado de forma regular por los 3 cursos donde se aplicó la propuesta curricular, Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2. La entrevista se aplicó a estudiantes del último curso, para asegurarnos que sean estudiantes que hayan vivido numerosas experiencias de aprendizaje en estos cursos, y puedan tener así una percepción más fundamentada de la PC MAET en el área de estudio en su conjunto.

Los informantes en esta investigación fueron seleccionados de forma intencional de acuerdo con los siguientes criterios: que hayan participado en el desarrollo longitudinal de la propuesta curricular implementada, que se desarrolló en tres cursos: nivelación de matemática, matemática 1 y matemática 2; que tuvieran matrícula regular durante el periodo en el que se realizó la investigación; que siempre existiera por lo menos un informante de cada docente participante en la implementación de la propuesta curricular MAET, y Finalmente que posean habilidades para comunicarse oralmente.

A continuación, se presenta el análisis sobre las percepciones de los informantes acerca de las dimensiones metodológicas y de evaluación, ejecutada en la PC MAET:

5.2.3.3 Identificación de los temas centrales: unidades temáticas.

5.2.3.3.1 Unidad temática 1: Dimensión metodológica de la PC MAET [Valoración].

Tabla 57. Dimensión metodológica- Informante: EKAZ

Párrafos	Tema central de la unidad temática	Expresión del tema central en lenguaje científico
<p>1. (1.1 a) Yo considero que la enseñanza sí es muy buena, los ejercicios van de acuerdo con lo que vemos en clase</p> <p>2. (1.2) Ahora practicamos todos los días matemáticas, lo que hago ahora es la teoría lo hago en un cuaderno, pongo teoría y ejercicios al mismo tiempo y me guío de las diapositivas lo cual antes yo no estudiaba con diapositivas matemática...</p> <p>3. (2) mientras que el informe, eso me parece algo muy interesante, ya que aplicamos las matemáticas en la vida real, de acuerdo con el caso que le toque a cada grupo.</p> <p>4. (4) ... Eso [Elaboración de videos] sí es un poco tedioso, porque tienes que practicar antes de que nos graben porque se cometen un montón de errores y tienes que empezar de nuevo, pero así vas agarrando confianza y práctica ... es algo nuevo para mí, yo no había hecho videos de matemática, entonces sí, sí me parece interesante y como le digo, le da más confianza al alumno, yo considero.</p> <p>5. (5) Las fichas son muy importantes. Como yo las he trabajado, es que nos dan las fichas antes de la teoría, entonces eso sí me parece muy interesante; además que el nivel de dificultad ahí si es alto y es como todos trabajamos en equipo para poder resolver algo nuevo, algo que recién nos van a enseñar.</p>	<p>El informante en general tiene una valoración positiva de los diversos elementos <u>asociados a las estrategias metodológicas aplicadas</u> durante la intervención, como: el informe, los videos, las fichas, el portafolio, trabajo colaborativo, todos ellos integrados en la propuesta implementada; manifiesta también valoración positiva hacia la utilidad que tendrá lo aprendido en su desempeño profesional. Finalmente, reconoce el uso de nuevas herramientas para aprender matemáticas (el uso de videos) en el quehacer áulico, en relación con su actividad escolar previa a la universidad</p>	<p>El informante EKAZ, establece diferencias en las metodologías aplicadas entre la propuesta curricular universitaria y la escolar previa. La presencia de estrategias metodológicas activas y recursos didácticos diversos incluyendo la presencia de las TIC, promueven una mejor formación profesional.</p>

6. (9.2) **Las fichas** que nos daban en clase. Primero, nos pedían investigar sobre... de acuerdo con el tema que nos han dado, vamos investigando para saber para qué lo vamos a utilizar. Después, venían los ejercicios, uno o dos ejercicios, era una ficha sencilla, pero era como una introducción para un nuevo tema que íbamos a ver.

7. (6) **El portafolio...** también es una herramienta importante. Yo considero que ahí, como es en grupo, nos ayuda a poder trabajar en equipo para poder distribuirnos y en algunos casos si hay algún tema que no has entendido bien, con tu mismo grupo puedes ahí ir practicando, resolviendo. Yo considero que es muy importante en matemática que está muy bien que lo hayan incluido en el programa.... nos ayuda a comprender los contenidos de matemática, a entenderlos mejor, también, a hacer investigaciones, a culturizarte porque a veces te toca un tema que... por ejemplo, medio ambiente, y tú no tienes nada que ver con eso, pero te da cultura, investigas ya otros temas y ves que las matemáticas se aplican en todo momento en diferentes ámbitos.

.... al final todos revisan el portafolio para estar seguros de que esté bien la información, además de que tiene que tener coherencia también. Y antes de exponer también nos repartimos cada parte empezamos a investigar, y si tenemos alguna duda, también nos pasamos el dato entre el grupo que hemos creado para saber las dudas, nos apoyamos mutuamente.

(7) Yo considero que en nuestra universidad es muy cotidiano **trabajar en grupos**, y eso está bien porque cuando salgamos, lo más difícil en muchos trabajos es poder trabajar bien con personas que no conoces o,

<p>probablemente, a veces no son de los mismo afines que los tuyos o piensan diferente, pero hay que aprender a trabajar en equipo y eso considero que es muy... un elemento muy importante que tiene la universidad ya que a veces el Perú no sale adelante por ese motivo porque todo es rivalidad, no sabe trabajar por equipo y piensan egoístamente y nadie gana.</p> <p>8. (10) Hay varias [<i>actividades más interesantes</i>], pero yo creo que este ciclo que he llevado semi-virtual, las prácticas virtuales, las tareas virtuales porque eran un poquito largas; además que nos daban bastantes ejercicios, nos tocaba a cada uno una cantidad de ejercicios, pero ahí también había otros para que practiques; y de todos esos ejercicios, sí le encontré dificultad, pero trabajando en grupo, sino también por mi cuenta vamos resolviendo y se aplicaba todo lo que hacíamos en la clase. Si estabas atento tenías que ver nada más, era relacionar bien.</p> <p>9. (11) Sí, estoy completamente segura de eso [<i>de su utilidad</i>]. Me di cuenta por ejemplo en el tema de optimización que es muy importante para saber tu utilidad máxima, y yo realmente planeo trabajar en empresas, entonces yo considero que eso es una herramienta fundamental para mi carrera [<i>Las situaciones contextualizadas</i>] lo recomiendo para seguir aplicándolas porque ha tenido un orden y todo tenía relación ... y va de acuerdo a la carrera de cada uno.</p>		
--	--	--

Fuente: Elaboración propia

5.2.3.3.2 Unidad temática 2: Dimensión evaluativa de la propuesta curricular MAET [Valoración].

Tabla 58. Dimensión evaluativa-Informante: EKAZ

Párrafos:	Tema central de la unidad temática	Expresión del tema central en lenguaje científico
<p>1. (1.1 b) Yo considero que ... cuando nos evalúan es muy similar al taller, y de acuerdo al nivel de dificultad, cada vez va siendo mayor, pero creo que aun podríamos ponerlo más difícil.</p> <p>2. (3) Yo considero que eso [<i>la sustentación del PFM</i>] es excelente porque, además de ayudarnos a poder desenvolvernos mejor, colabora también con nuestra formación y, ..., podemos de esa manera realizar o utilizar todo lo que hemos aprendido en matemática en nuestra vida real hasta llegamos aplicarlo en nuestras carreras para saber para qué lo vamos a utilizar.</p> <p>3. (6) El portafolio... también es una herramienta importante. Yo considero que ahí, como es en grupo, nos ayuda a poder trabajar en equipo para poder distribuirnos y en algunos casos si hay algún tema que no has entendido bien, con tu mismo grupo puedes ahí ir practicando, resolviendo. Yo considero que es muy importante en matemática que está muy bien que lo hayan incluido en el programa.... nos ayuda a comprender Los contenidos de matemática, a entenderlos mejor, también, a hacer investigaciones, a culturizarte porque a veces te toca un tema que... por ejemplo, medio ambiente, y tú no tienes nada que ver con eso pero te da cultura, investigas ya otros temas y ves que las matemáticas se aplican en todo momento en diferentes ámbitos.</p>	<p>Reconoce la importancia de los trabajos adicionales incorporados al curso a través del PFM, tales como: el portafolio, la sustentación oral, las actividades on-line, el informe, ... porque ellos favorecen su formación profesional. También identifica que las actividades implementadas en el sistema de evaluación permiten que el estudiante, desarrolle: la argumentación, la interpretación, el modelamiento y el análisis; favoreciendo todo ello su comprensión.</p>	<p>El informante EKAZ reconoce que la diversidad de recursos implementados en la propuesta curricular, le permiten reportar y recibir retroalimentación sobre sus desempeños. El trabajo con actividades contextualizadas permite el logro de capacidades matemáticas y la comprensión de contenidos para ser utilizados en su vida profesional.</p>

.... al final todos revisan el portafolio para estar seguros de que esté bien la información, además de que tiene que tener coherencia también. Y antes de exponer también nos repartimos cada parte empezamos a investigar, y si tenemos alguna duda, también nos pasamos el dato entre el grupo que hemos creado para saber las dudas, nos apoyamos mutuamente.

4. (8) **Las prácticas y los exámenes...** sí, yo considero que **los evalúan** de una manera muy... muy exigente ... Ah... lo que era nuevo para mí: era cuando me pedían modelar... Al comienzo en nivelación eso era totalmente nuevo para mí y me costaba un montón, pero ahora ya con la práctica me parece fácil y creo que eso es lo más importante del ejercicio, saber modelarlo. También ... cuando nos ponen casos para que digamos si es verdadero o falso, analizamos las opiniones de otros alumnos que nos ponen ... entonces... tienes que leer bien la información e interpretar lo que te están colocando para argumentar porque crees que es falso o verdadero

5. (9.1) Yo considero que la evaluación de los trabajos adicionales que nos dan, tanto del **proyecto formativo** en matemática ayuda un montón ..., porque eso es nada más que constancia, comprometerse con el curso; además de esa manera al estar realizando las **tareas virtuales**, también en este ciclo que he desarrollado, vas practicando los problemas y de esa manera vas estudiando y en el momento de las **prácticas** es más sencillo poder desarrollarlo.

Fuente: Elaboración propia

5.2.3.4 *Texto fenomenológico sobre las percepciones.*

La metodología y la evaluación como componentes de la PC MAET

5.2.3.4.1 *La metodología en la PC MAET.*

El informante en general tiene una valoración positiva de los diversos elementos asociados a las estrategias metodológicas aplicadas durante la intervención como: el informe, los videos, las fichas, el portafolio, trabajo colaborativo; todos ellos integrados en la propuesta implementada; manifiesta también valoración positiva hacia la utilidad que tendrá lo aprendido en su desempeño profesional. Además, reconoce el uso de nuevas herramientas para aprender matemáticas en el quehacer áulico, en relación con su actividad escolar previa a la universidad.

a. Estrategias integradas en la PC MAET:

Las estrategias empleadas permiten: potenciar las habilidades de trabajo colaborativo, las habilidades para la investigación y la comprensión de los temas tratados; valorar positivamente la contextualización de los casos (*situación problemática compleja de la vida real*) a los que se enfrentan los estudiantes en los cursos de matemática y su utilidad para su futuro desempeño profesional. Esto queda evidenciado a continuación:

(2) mientras que **el informe**, eso me parece algo muy interesante, ya que aplicamos las matemáticas en la vida real, de acuerdo al caso que le toque a cada grupo.

(9.2) **Las fichas** que nos daban en clase. Primero, nos pedían investigar sobre... de acuerdo con el tema que nos han dado, vamos investigando para saber para qué lo vamos a utilizar. Después, venían los ejercicios, uno o dos ejercicios, era una ficha sencilla, pero era como una introducción para un nuevo tema que íbamos a ver.

(6) **El portafolio**... también es una herramienta importante. Yo considero que ahí, como es en grupo, nos ayuda a poder trabajar en equipo para poder distribuirnos y en algunos casos si hay algún tema que no has entendido bien, con tu mismo grupo puedes ahí ir practicando, resolviendo. Yo considero que es muy importante

en matemática que está muy bien que lo hayan incluido en el programa.... nos ayuda a comprender los contenidos de matemática, a entenderlos mejor, también, a hacer investigaciones, a culturizarte porque a veces te toca un tema que... por ejemplo, medio ambiente, y tú no tienes nada que ver con eso, pero te da cultura, investigas ya otros temas y ves que las matemáticas se aplican en todo momento en diferentes ámbitos.

*(7) Yo considero que en nuestra universidad es muy cotidiano **trabajar en grupos**, y eso está bien porque cuando salgamos, lo más difícil en muchos trabajos es poder trabajar bien con personas que no conoces o, probablemente, a veces no son de los mismo afines que los tuyos o piensan diferente, pero hay que aprender a trabajar en equipo y eso considero que es muy... un elemento muy importante que tiene la universidad ya que a veces el Perú no sale adelante por ese motivo porque todo es rivalidad, no sabe trabajar por equipo y piensan egoístamente y nadie gana.*

A partir del discurso se aprecia que la informante identifica las bondades de las estrategias propuestas, por lo que se podría afirmar que la propuesta favorecerá el desarrollo de las competencias matemáticas y las actitudes hacia las matemáticas.

b. Relaciones establecidas entre los agentes (*alumnos, docente, conocimiento*)

Son las interacciones, planteadas por la propuesta curricular MAET, que se establecen entre los agentes: estudiante-estudiante, estudiante-contenido y estudiante-docente, a través del trabajo en grupos, fichas de auto aprendizaje, elaboración de videos; lo que se evidencia en los siguientes párrafos:

*(1.1 a) Yo considero que **la enseñanza** sí es muy buena, lo ejercicios van de acuerdo a lo que vemos en clase*

*(5) Las **fichas** son muy importantes. Como yo las he trabajado, es que nos dan las fichas antes de la teoría, entonces eso sí me parece muy interesante; además que el nivel de dificultad ahí si es alto y es como todos trabajamos en equipo para poder resolver algo nuevo, algo que recién nos van a enseñar.*

*(4) ... Eso [**Elaboración de videos**] sí es un poco tedioso, porque tienes que practicar antes de que nos graben porque se cometen un montón de errores y tienes que*

empezar de nuevo, pero así vas agarrando confianza y práctica ... es algo nuevo para mí, yo no había hecho videos de matemática, entonces sí, sí me parece interesante y como le digo, le da más confianza al alumno yo considero.

*(7) Yo considero que en nuestra universidad es muy cotidiano **trabajar en grupos**, y eso está bien porque cuando salgamos, lo más difícil en muchos trabajos es poder trabajar bien con personas que no conoces o, probablemente, a veces no son de los mismo afines que los tuyos o piensan diferente, pero hay que aprender a trabajar en equipo y eso considero que es muy... un elemento muy importante que tiene la universidad ya que a veces el Perú no sale adelante por ese motivo porque todo es rivalidad, no sabe trabajar por equipo y piensan egoístamente y nadie gana.*

Las declaraciones expuestas anteriormente nos indican que el uso de actividades contextualizadas y de la TIC, propuestas en la MAET, propician relaciones positivas entre los diferentes agentes que participan del acto educativo, lo cual nos permite suponer que favorecerá al logro de las competencias matemáticas y las actitudes hacia las matemáticas

5.2.3.4.2 El sistema de evaluación en la PC MAET.

El informante reconoce la importancia de los trabajos adicionales incorporados al curso a través del PFM, tales como: el portafolio, la sustentación oral, las actividades on-line, el informe, ... porque ellos favorecen su formación profesional. También identifica que las actividades implementadas en el sistema de evaluación permiten que el estudiante, desarrolle: la argumentación, la interpretación, el modelamiento y el análisis; favoreciendo todo ello su comprensión.

a. La evaluación de las competencias matemáticas:

La OECD (2016) define conceptualmente a la competencia matemática como la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos (social, científico, personal y profesional). En esta investigación, operacionalmente se

asume esta competencia matemática como la capacidad expresada por: comunicación matemática, matematización y representación y, estrategias y calculo. Ideas que se evidencian en las expresiones del informante mostradas a continuación:

(3) Yo considero que eso [la sustentación del PFM] es excelente porque, además de ayudarnos a poder desenvolvernos mejor, colabora también con nuestra formación y, como le dije antes, podemos de esa manera realizar o utilizar todo lo que hemos aprendido en matemática en nuestra vida real hasta llegamos aplicarlo en nuestras carreras para saber para qué lo vamos a utilizar.

(8) Las prácticas y los exámenes ... sí, yo considero que los evalúan de una manera muy... muy exigente ... Ah... lo que era nuevo para mí: era cuando me pedían modelar.... Al comienzo en nivelación eso era totalmente nuevo para mí y me costaba un montón, pero ahora ya con la práctica me parece fácil y creo que eso es lo más importante del ejercicio, saber modelarlo. También ... cuando nos ponen casos para que digamos si es verdadero o falso, analizamos las opiniones de otros alumnos que nos ponen ... entonces... tienes que leer bien la información e interpretar lo que te están colocando para argumentar porque crees que es falso o verdadero.

A través de las expresiones anteriores el informante valora positivamente el enfoque formativo de la propuesta, a través de los cursos implementados dentro de la investigación, enfocado en el desarrollo de competencias matemáticas, reconociendo la utilidad en su formación profesional ya que a través de las diferentes actividades se promueve la modelación, la interpretación y la argumentación.

b. Herramientas para evaluar los desempeños de los estudiantes

En el enfoque por competencias, es gravitante el uso de herramientas adecuadas que permitan evidenciar los desempeños de los estudiantes, por ejemplo: **primero**, el portafolio que según Grant (2009), consiste en una selección de documentos que representan lo que el estudiante ha aprendido durante un periodo de tiempo más o menos largo, mostrándose no solo en forma de evidencias sino través también de reflexión (Paulson, Paulson & Meyer, 1991); **Segundo**, el

proyecto formativo de matemática (PFM), que se define como procesos planeados que se orientan a la formación de competencias matemáticas, teniendo como base un nodo problematizador al cual se articulan mediante la resolución de un problema específico contextualizado en el entorno administrativo o económico. Todo esto se evidencia en las expresiones siguientes del informante.

*(6) **El portafolio...** también es una herramienta importante. Yo considero que ahí, como es en grupo, nos ayuda a poder trabajar en equipo para poder distribuirnos y en algunos casos si hay algún tema que no has entendido bien, con tu mismo grupo puedes ahí ir practicando, resolviendo. Yo considero que es muy importante en matemática que está muy bien que lo hayan incluido en el programa.... nos ayuda a comprender los contenidos de matemática, a entenderlos mejor, también, a hacer investigaciones, a culturizarte porque a veces te toca un tema que... por ejemplo, medio ambiente, y tú no tienes nada que ver con eso pero te da cultura, investigas ya otros temas y ves que las matemáticas se aplican en todo momento en diferentes ámbitos.*

.... al final todos revisan el portafolio para estar seguros de que esté bien la información, además de que tiene que tener coherencia también. Y antes de exponer también nos repartimos cada parte empezamos a investigar, y si tenemos alguna duda, también nos pasamos el dato entre el grupo que hemos creado para saber las dudas, nos apoyamos mutuamente.

*(9.1) Yo considero que la evaluación de los trabajos adicionales que nos dan, tanto del **proyecto formativo** en matemática ayuda un montón ..., porque eso es nada más que constancia, comprometerse con el curso; además de esa manera al estar realizando las **tareas virtuales**, también en este ciclo que he desarrollado, vas practicando los problemas y de esa manera vas estudiando y en el momento de las **prácticas** es más sencillo poder desarrollarlo.*

Como se puede observar en los párrafos anteriores el informante expresa como el portafolio y el PFM permiten el desarrollo de algunos elementos que intervienen en las competencias matemáticas a lograr, tales como la indagación sobre temas diversos, la comprensión de los

contenidos, compromiso, trabajo colaborativo, etc. Finalmente, uno de los principios que fundamenta la propuesta curricular MAET, sostiene que la evaluación marca la forma cómo un estudiante plantea su aprendizaje.

5.2.3.5 Fisonomía individual de las percepciones del informante.

Informante 1: EKAZ

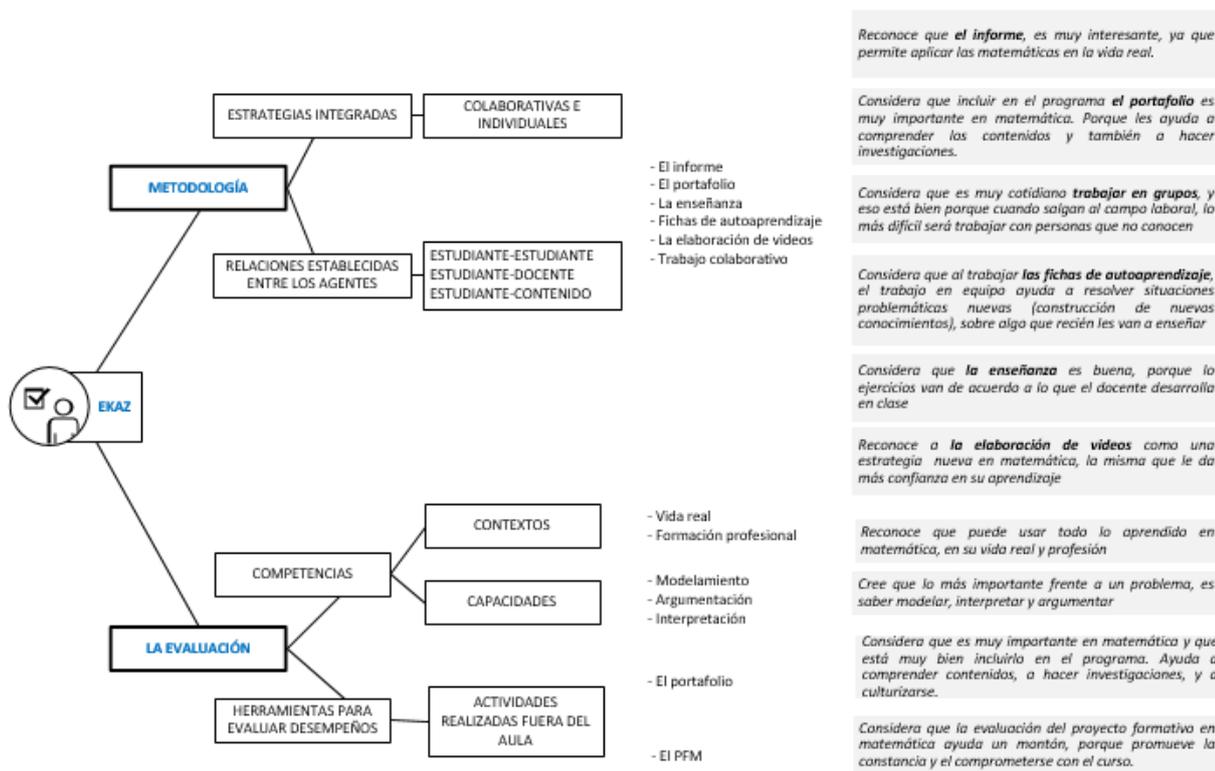


Gráfico 91. Fisonomía individual del informante EKAZ, sobre las percepciones acerca de la PC MAET

Fuente: Elaboración propia

5.2.4 Idoneidad de los materiales y productos empleados durante la PC MAET.

La investigación sobre diseño y análisis de **situaciones problema** en educación matemática está siendo promovida en distintos foros y publicaciones internacionales. Es necesario recordar que el diseño y análisis de **situaciones problema** viene siendo impulsado por diversidad de

investigadores (Robles, Del Castillo y Font (2012); Chevallard, (1999)) en educación matemática.

En este trabajo mostramos la aplicación de algunas herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) para **el análisis de situaciones problema** trabajadas con estudiantes de la Facultad de Ciencias Empresariales en una universidad privada.

Más concretamente usamos la noción de **idoneidad didáctica** para proporcionar criterios para el diseño de tareas y la herramienta configuración de objetos y procesos, para realizar análisis detallado de los conocimientos puestos en juego en su resolución.

5.2.4.1 Análisis de la unidad “La derivada” del libro Tópicos de Matemática I.

En esta sección se utilizaron algunas herramientas del EOS para el análisis de la unidad “La Derivada” del libro de texto *Tópicos de Matemática I, Diseñado para cursos de formación por competencias*, elaborado para desarrollar la PC MAET. La finalidad fue reconocer los **criterios de idoneidad epistémica**, presentes en esta unidad del libro, para el estudio de la derivada en el curso de Matemática 1.

5.2.4.1.1 Análisis de la idoneidad epistémica propuesta por el EOS.

5.2.4.1.1.1 Situación-problema.

La situación problema es la razón de ser de la actividad matemática en toda configuración epistémica, las que motivan a cercarse al conocimiento matemático y promueven, en consecuencia, el aprendizaje, esto a través del uso de los contenidos matemáticos necesarios para la solución.

A continuación, presentamos algunas situaciones problema:

Ejercicio 26.5

El costo total, en dólares, de fabricar q unidades de cierto artículo es $C(q) = 3q^2 + 5q + 10$. Si el nivel de producción es de 40 unidades, calcule la variación del costo si se producen 2 unidades más.

Solución:

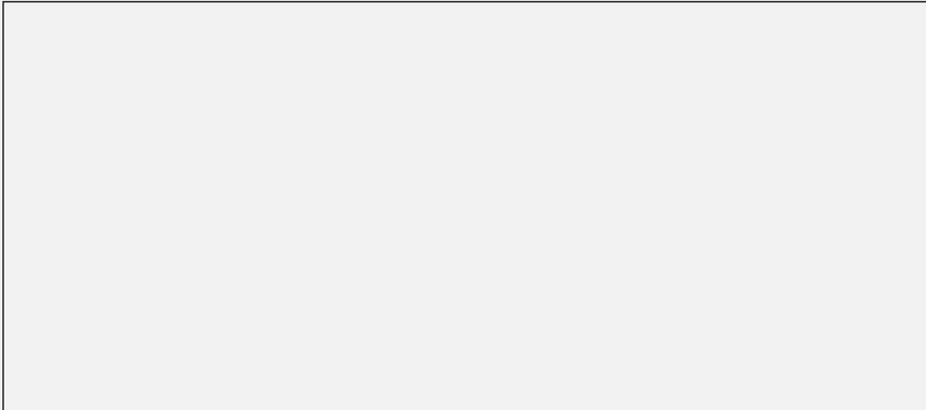


Gráfico 92. Problema de contexto evocado “de aplicación”

Fuente: Elaboración propia

Esta situación problema está considerada dentro de la clasificación de **problemas de contexto evocado “de aplicación”**, puesto que su solución implica la aplicación directa de contenidos matemáticos (la derivada) y económicos (costo) desarrollando la capacidad de estrategia y cálculo.

Ejercicio 26.1

El costo de producir x onzas de oro en una reciente mina es $C(x)$ dólares.

- ¿Cuál es el significado de la derivada $C'(x)$? ¿Cuáles son sus unidades?
- ¿Qué significa establecer $C'(800) = 17$?

Solución:

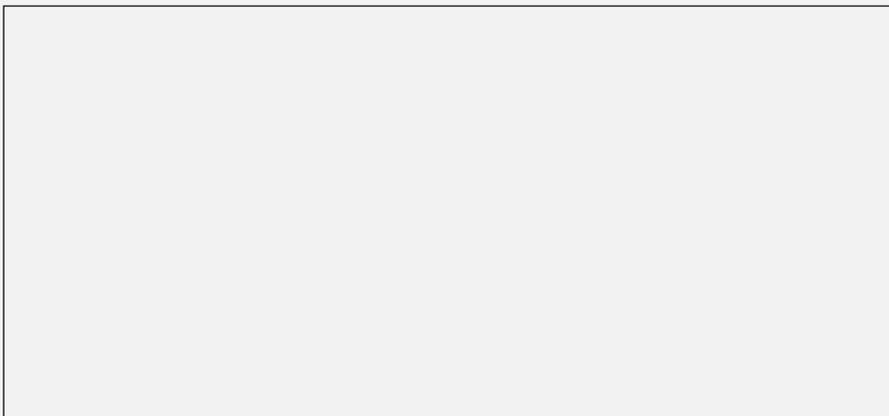


Gráfico 93. Problema de contexto evocado “de aplicación-consolidación”

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar esta situación problema se considera como un **problema de contexto evocado “de aplicación-consolidación”**, por ubicarse en un nivel de intermedio entre ellos dos, su solución implica el desarrollo de la capacidad de **comunicación matemática** ya que en ella se solicita conocer el concepto de derivada para interpretar su significado a nivel general y en un punto particular.

Ejercicio 25.2

Las funciones de costo total y utilidad expresada en soles de una empresa al producir y vender cierto artículo se modelan mediante las siguientes reglas de correspondencias:

$$C(q) = 80q + 300,$$
$$U(q) = -2q^2 + 300q - 300.$$

Donde q es el número de artículos que se producen y venden. Calcule la cantidad de productos que se deben producir y vender para obtener el mayor ingreso posible.

Solución:

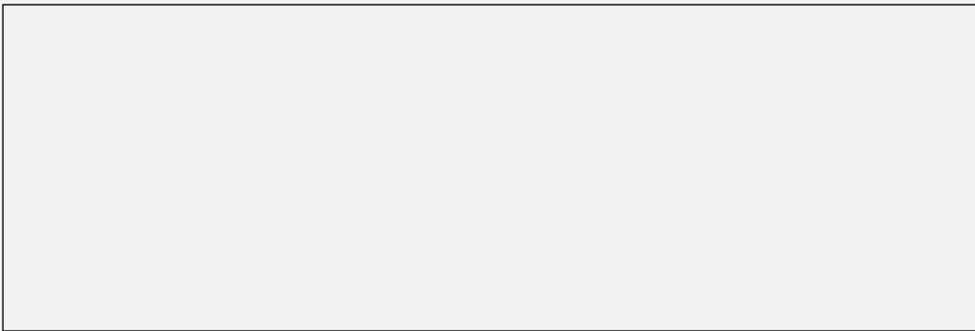


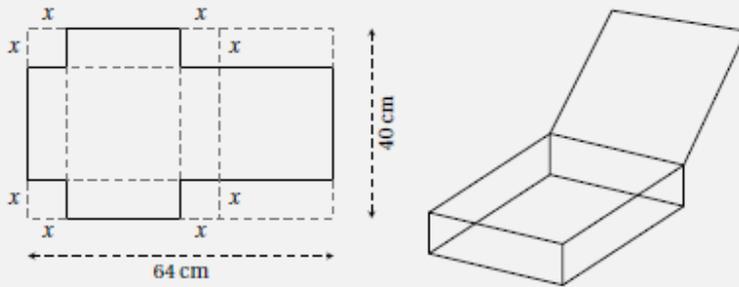
Gráfico 94. Problema de contexto evocado “de consolidación”

Fuente: *Elaboración propia*

Esta situación problema se considerada dentro de la clasificación de **problemas de contexto evocado “de consolidación”**, ya que pone en ejecución varios procesos cognitivos para llegar a su solución, así como la aplicación y vinculación de conceptos matemáticos (la primera y segunda derivada, intervalos de crecimiento, intervalos de concavidad, máximos y mínimos) y económicos (costo, ingreso y utilidad), que permiten el desarrollo de la capacidad de estrategia y cálculo.

Ejercicio 24.4

Una lámina de cartón se recorta de forma tal que se logra armar una caja como la mostrada.



- Represente el volumen de la caja en términos de x .
- ¿Cuáles son las dimensiones de la caja que maximizan el volumen?
- Calcule el volumen máximo de la caja.

Solución

Gráfico 95. Problema de contexto evocado “de consolidación”

Fuente: Elaboración propia

Esta situación problema está considerada dentro de la clasificación de **problemas de contexto evocado “de consolidación”**, puesto que está vinculada a una situación compleja de varios procesos cognitivos, que promueve en este caso la capacidad **de matematización y representación**, así como, la capacidad **estrategia y cálculo** las mismas que permitirán tomar la decisión más adecuada considerando para la solución los contenidos matemáticos vinculados con la aplicación de la derivada.

24.2 Ficha de trabajo

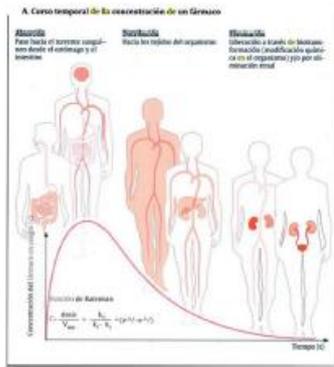
A continuación, se presenta una actividad colaborativa, por lo que se sugiere lo siguiente: Conformen grupos, lean con atención la información presentada en la actividad, planteen las preguntas que consideren necesarias, dialoguen sobre los posibles argumentos, procedimientos o estrategias que se vayan a emplear para resolverlas, apliquenlas; luego compartan sus resultados con toda la clase.

Integrantes:

- _____
- _____

Modelos matemáticos logran representar la concentración de los fármacos en el organismo

Para la administración oral de un fármaco, estos modelos logran representar las diferentes etapas características de la concentración: la absorción ocurre en el estómago e intestino. Su velocidad depende de factores tales como la velocidad de disolución del fármaco, la velocidad de vaciamiento gástrico y el flujo intestinal, la absorción del fármaco en membranas, la irrigación de la mucosa intestinal, etc. El aporte desde el intestino permite el incremento de la concentración plasmática. A través de la sangre, el fármaco alcanza los distintos órganos (distribución). La llegada del fármaco al tejido hepático y a los riñones representa su entrada en los órganos de eliminación. Esta situación se puede describir matemáticamente a través de la función de Bateman. (Ver gráfico adjunto).



418

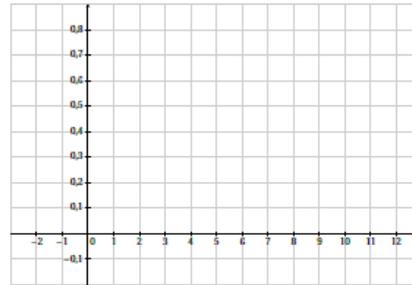
Optimización de funciones

Un caso de optimización

La concentración en mg/ml de dos medicamentos en el cuerpo, en función del tiempo t en horas, está dada por los siguientes modelos:

$$r_1(t) = t \cdot e^{-t} \quad \text{y} \quad r_2(t) = t^2 \cdot e^{-t}$$

- ¿Es posible que en algún momento estos medicamentos tengan la misma concentración? Justifiquen.
- Determinen los intervalos de monotonía de los modelos, r_1 y r_2 .
- Determinen los intervalos de concavidad de los modelos r_1 y r_2 .
- Sobre el mismo plano cartesiano tracen las gráficas de los modelos r_1 y r_2 .



- ¿Cuál de los medicamentos tiene mayor concentración máxima?
- ¿Cuál de los medicamentos alcanza su concentración máxima en el menor tiempo?

Gráfico 96. Problema de contexto evocado “introdutorio”

Fuente: Elaboración propia

Esta situación problema está considerada dentro de la clasificación de **problemas de contexto evocado “introdutorio”**, puesto que se propone al inicio de una lección y se ha elaborado para trabajar en la zona de desarrollo próximo (Vygotsky, 1995); ya que en los diferentes apartados de la situación se deben aplicar conocimientos previos matemáticos y no matemáticos (ecuaciones exponenciales, análisis de una función (*criterio de la primera y segunda derivada*), modelamiento de funciones, derivadas de orden superior, grafica de funciones). Todo esto con la finalidad de que los estudiantes colaborativamente puedan, construir intuitivamente el objeto matemático “optimización”

Como se puede apreciar en la unidad analizada del texto se encuentra una muestra representativa y articulada de situaciones contexto evocado de aplicación, de consolidación y de introductorio las mismas que han permitido a los estudiantes una mejor construcción de

significados de los objetos matemático, complementariamente aparecen situaciones problemáticas no contextualizadas.

5.2.4.1.1.2 *Lenguaje matemático.*

El lenguaje en la configuración epistémica es considerado como instrumento para la acción; entre los tipos de lenguaje se contemplan el verbal, gráfico y el simbólico. Además, el lenguaje, es el instrumento para la comunicación, por ende, ayuda al desarrollo de la comunicación matemática y la matematización y representación. A continuación, presentamos algunos ejemplos de este elemento:

a. Lenguaje verbal

En este trabajo cuando nos referimos al lenguaje verbal entendemos que los *signos lingüísticos* constituyen una gamma de combinaciones, que según Rincón (1992) tienen dos dimensiones:

“La primera dimensión corresponde al medio material de su expresión (sonidos o letras) y la segunda corresponde a su significación. Por lo tanto, son signos verbales no sólo los del lenguaje oral, sino también los del lenguaje escrito”

A continuación, presentamos algunos de los términos utilizados en el desarrollo del tema La Derivada, que describen con precisión la propuesta

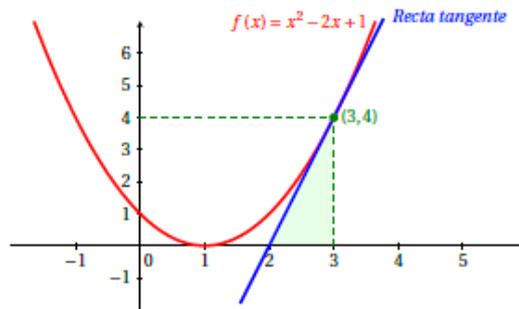
- (1) Ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares, recta tangente, recta normal, pendiente, función, “si existe el límite”, definición de derivada, origen de coordenadas, dominio de f , rango de f , función continua, función derivable, regla de correspondencia, función constante, función identidad, funciones potenciales, funciones exponenciales, funciones logarítmicas, funciones trigonométricas, coordenadas de un punto, interpretación geométrica, reglas de derivación, gráfica de una función, número real, función compuesta, resolución de problemas, punto de paso, ...
- (2) Valores extremos, máximos y mínimos, valor máximo, valor mínimo, puntos de inflexión, funciones notables, asíntotas, “Newton y Leibniz”, análisis de una función, “monotonía y concavidad”, cálculo infinitesimal, puntos críticos, interceptos con los ejes coordenados, extremos locales, punto de inflexión, mínimo relativo, máximo relativo,

tasa de crecimiento, intervalos de concavidad, derivadas de orden superior, “criterios de la primera y segunda derivada”, asíntotas”, ecuaciones, la relatividad, la mecánica cuántica, ecuaciones diferenciales, teoría de las probabilidades, sistemas dinámicos, teoría de las funciones, la variación porcentual, creciente y decreciente, cóncavo hacia arriba y cóncavo hacia abajo, extremos absolutos, tasa de valorización, variable,

- (3) Optimización, intervalos de monotonía, intervalos de concavidad, valores máximos y mínimos, perímetro, área, triángulo, rectángulo, círculo, cuadrado, trapecio, volumen, paralelepípedo, cilindro recto, cono recto, prisma recto, plano cartesiano, “mayor área posible”, función de variable real, función objetivo, “la menor cantidad de material”, coeficiente de elasticidad, catetos, “la velocidad de...”, “función objetivo”,
- (4) Costo, ingreso, utilidad, elasticidad, análisis marginal, “costo, ingreso y utilidad marginal”, precio unitario, la demanda, “mayor ingreso posible”, función demanda, función ingreso, costo promedio, la función demanda, precio de mercado, costo total, ingreso total, función de producción, tasa de rendimiento, costo unitario, costo fijo, producto marginal, función ingreso marginal, ingreso real, ingreso adicional, “nivel de producción”, “costo promedio mínimo”, “suponiendo que ...”, tasa de rendimiento,
- (5) Variación, variación de una función, “razón de cambio”, “grafiquen la función”, “razón de cambio instantánea”, razón de cambio promedio, velocidad, aceleración, razón de cambio porcentual, incremento promedio, tasa de crecimiento, razón de cambio relativa, “se aleja o se acerca más lento”, velocidad promedio, aceleración, “A qué razón porcentual fueron creciendo ...”, “ritmo de aparición de un evento”, “tasa porcentual”,
- (6) Variación, variación real, variación aproximada, variación relativa, cambio relativo, cociente de cambios relativos, diferencial, elasticidad, elástica, unitaria, inelástica, incremento, incremento aproximado, “elasticidad de la demanda”, “cuánto cambiará realmente ...”, inecuaciones con valor absoluto, variable independiente, “el cambio de ...”, diámetro, “variación porcentual aproximada”, demanda, elasticidad puntual, argumento, valor de verdad, ...
- (7) Derivación implícita, derivación logarítmica, derivación paramétrica, logaritmos, función logarítmica, dependencia polar, cicloide, ecuación implícita, ecuación paramétrica, abscisas, ordenadas, cicloide, ecuación explícita, elipse, recta tangente, recta normal,

b. Lenguaje gráfico

- A partir de la gráfica de la función cuadrática y su recta tangente en el punto (3;4):



a) Determinen la pendiente de la recta tangente. Explique el procedimiento empleado.

.....

b) Sustituyan las coordenadas del punto de paso (3;4) y el resultado anterior en la ecuación: $y - y_0 = m(x - x_0)$.

.....

c) Modelen la ecuación general de la recta tangente.

.....

Gráfico 97. Ejemplo 1 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar a partir del gráfico, la tarea solicita, determinar la pendiente y la ecuación de la recta tangente; para posteriormente relacionarlo con el concepto de la derivada.

12. Dada la gráfica de la función f , determine la ecuación de la recta tangente en el punto que se indica:

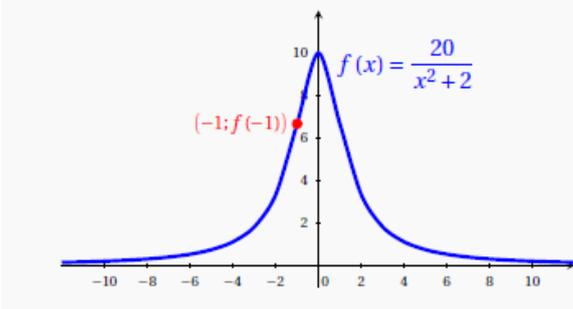


Gráfico 98. Ejemplo 2 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

La tarea solicita, a partir de la representación gráfica de la función, determinar la ecuación de la recta tangente, facilitando la regla de correspondencia y la abscisa de un punto de paso.

Para ello se usará el concepto de derivada para calcular la pendiente de la recta tangente y posteriormente su ecuación.

8. Analice cada función y represente gráficamente.

a) $f(x) = x^2 + 6x + 7, x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4, x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}, x \neq -1 \wedge x \neq 1$

d) $f(x) = x \cdot e^{-x}, x \in \mathbb{R}$

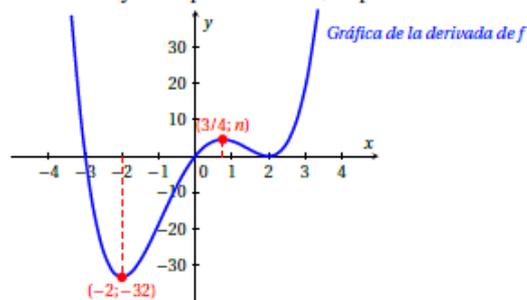
e) $f(x) = (x^2 - 6x + 9) e^x, x \in \mathbb{R}$

Gráfico 99. Ejemplo 3 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

En esta tarea, haciendo uso de la derivada, se solicita se desarrolle el análisis integral de cada función, a través de la monotonía y la concavidad, lo que permitirá la representación gráfica de las mismas.

■ Si la gráfica de la derivada de f es la que se muestra, respondan:



- a) ¿En qué intervalos f es creciente y decreciente?
- b) ¿En qué puntos f tiene un máximo y un mínimo?
- c) ¿En qué intervalo f es cóncava hacia arriba?
- d) ¿En qué intervalo f es cóncava hacia abajo?
- e) Cuando $x = 2$, ¿hay un máximo o un mínimo de f ? Argumenten.
- f) Determinen la regla de correspondencia de la derivada de f

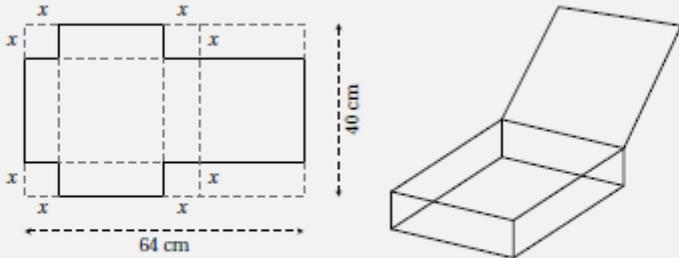
Gráfico 100. Ejemplo 4 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

Se aprecia que, a partir de la gráfica de la función derivada, se solicita el análisis de la monotonía y concavidad de la función, así como se argumente la existencia de un máximo o mínimo en un punto de la función derivada y logre la traducción entre la representación gráfica y la simbólica

Ejercicio 24.4

Una lámina de cartón se recorta de forma tal que se logra armar una caja como la mostrada.



a) Represente el volumen de la caja en términos de x .

b) ¿Cuáles son las dimensiones de la caja que maximizan el volumen?

c) Calcule el volumen máximo de la caja.

Gráfico 101. Ejemplo 5 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

En esta tarea, se solicita a partir del gráfico y el uso de la derivada, se determine el modelo que represente el volumen de la caja y sus dimensiones, para obtener el volumen máximo. Como camino hacia la adquisición del concepto de optimización el cual se enfatiza en este trabajo.

2. A partir de la gráfica de $f(x) = 10 - \frac{2}{x}$, explique cómo está cambiando la función f cuando $x = 1$.

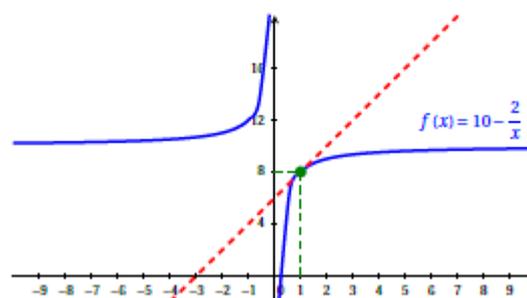


Gráfico 102. Ejemplo 6 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

Esta tarea enfatiza en la observación de la gráfica para explicar los cambios producidos en la función, alrededor del punto (1,8), con la finalidad de familiarizar con los conceptos involucrados en la razón de cambio.

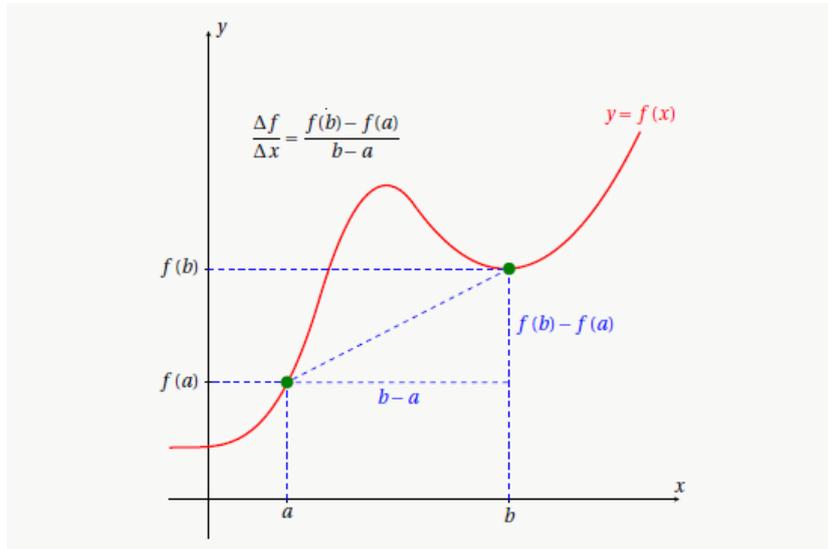


Gráfico 103. Ejemplo 7 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

La gráfica muestra la relación entre la razón de cambio medio o promedio con la pendiente de una recta.

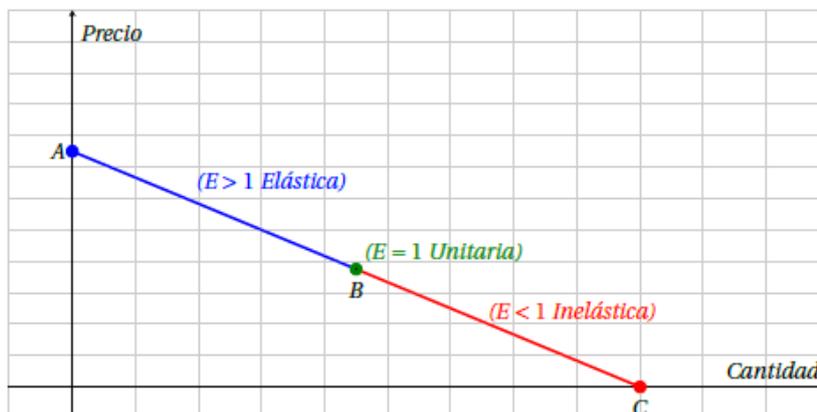


Gráfico 104. Ejemplo 8 de lenguaje gráfico

Fuente: Elaboración propia

La gráfica muestra como la elasticidad en una función de demanda no es única, representándose en ella los 3 casos típicos: elástica, unitaria e inelástica.

c. Lenguaje simbólico

Tabla 59. Ejemplos de lenguaje simbólico, en la unidad La Derivada

Expresiones simbólicas	Significados
$f'(x)$	Notación para la derivada de una función
$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$	Definición de derivada
$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$	Definición de derivada
$\frac{df(a)}{dx}, \frac{dy(a)}{dx}, \left. \frac{dy}{dx} \right _{x=a}$	Notaciones que representan a la derivada de f en el punto a
$y - y_0 = m(x - x_0)$	Expresión simbólica que representa la ecuación de una recta en un punto $(x_0; y_0)$
L: $y - f(a) = f'(a)(x - a)$	Expresión simbólica que representa la recta tangente L a la función f en el punto a
$(f+kg)'(a) = f'(a) + kg'(a)$ $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \left(\frac{f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)}{g^2(a)}\right)$	Expresiones simbólicas que representan las propiedades de la derivada de una adición, producto y cociente en un punto a , respectivamente.
$y' = f'(g(x))g'(x)$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$	Expresiones simbólicas equivalentes para la derivada de una función compuesta
$f''(x)$ o $\frac{d^2f}{dx^2}$	Expresiones equivalentes que representan a la segunda derivada de la función.
$f^{(n)}(x)$ o $\frac{d^{(n)}f}{dx^n}$	Expresiones equivalentes que representan a la n -ésima derivada de la función.
$f'(x) > 0$, $f'(x) < 0$	Expresiones simbólicas que indican cuando una función de variable real es creciente o decreciente respectivamente, en un intervalo determinado.
$f''(x) > 0$, $f''(x) < 0$	Expresiones simbólicas que indican cuando una función de variable real es cóncava hacia arriba o hacia abajo respectivamente, en un intervalo determinado.
Si $f'(a) = 0$ o si $f'(a)$ no existe	Expresiones simbólicas que condicionan la existencia de un punto crítico
Si $f'(a) = 0$ o si $f''(a) > 0$	Expresiones simbólicas que condicionan la existencia de un mínimo relativo

Si $f'(a)=0$ o si $f''(a)<0$	Expresiones simbólicas que condicionan la existencia de un máximo relativo
$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$	Expresión simbólica que representa la existencia de una asíntota vertical en $x=1$
$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)-x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$	Expresión simbólica que representa la existencia de una asíntota horizontal en $y=1$
$\frac{C(q+1)-C(q)}{1} \approx C'(q)$ $\frac{I(q+1)-I(q)}{1} \approx I'(q)$ $\frac{U(q+1)-U(q)}{1} \approx U'(q)$	Expresiones simbólicas de las funciones costo, ingreso y utilidad marginal para q unidades
$\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q}$	Expresión simbólica que representa el costo promedio para un nivel de producción de q unidades
$C(q) = 80q + 300$ $U(q) = 2q^2 + 300q - 300$	Expresiones simbólicas de las reglas de correspondencia del costo y utilidad, en términos de q unidades
$\bar{C}(q) = 0,2q + 4 + \frac{400}{q}$	Expresión simbólica del costo promedio en términos de la cantidad de unidades
$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{(b-a)}$	Expresión simbólica de la razón de cambio promedio de f sobre el intervalo $[a, b]$
$\frac{f'(x)}{f(x)}$	Expresión simbólica de la razón de cambio relativa de f con respecto a x .
$\frac{f'(x)}{f(x)} \cdot 100\%$	Expresión simbólica de la razón de cambio porcentual de f con respecto a x .
$\Delta x(h) = x+h-x=h$ $\Delta f(x;h) = f(x+h)-f(x)$	Expresiones simbólicas del incremento del argumento y el incremento de la función o variación real de la función
$f(x+\Delta x)-f(x) \approx f'(x)dx$	Expresión simbólica que nos indica que la variación real de la función en el punto x bajo un incremento de su variable, es aproximadamente igual al diferencial de la función en el mismo punto x
$\eta = \frac{\frac{q_f - q_i}{q_i} \cdot 100\%}{\frac{p_f - p_i}{p_i} \cdot 100\%}$	Expresión simbólica de la elasticidad de la demanda, definida como el cociente de la variación porcentual de la cantidad demandada y la variación porcentual en el precio

$E = \frac{p \cdot dq}{q \cdot dp}$	Expresión simbólica de la elasticidad de la demanda, para el caso de una función derivable en términos del precio unitario p .
$\frac{\partial F}{\partial x}$	Expresión simbólica de la derivada de F con respecto a x , manteniendo a y constante
$\frac{dy}{dx} = \frac{f'(t)}{g'(t)}$, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}(\frac{dy}{dx})}{\frac{dx}{dt}}$, $\frac{d^{(n)}y}{dx^n} = \frac{\frac{d}{dt}(\frac{d^{(n-1)}y}{dx^{n-1}})}{\frac{dx}{dt}}$	Expresiones simbólicas para representar la primera, la segunda y la n -ésima derivada paramétrica, para cuando las funciones f y g sean derivables en la variable t .

Fuente: Elaboración propia

En la unidad analizada del texto *Tópicos de matemática 1. Diseñado desde un enfoque por competencias*, se puede observar el uso de los diferentes lenguajes propios de la matemática: verbal, gráfico y simbólico, así como traducciones entre los mismos registros de representación. Así mismo el nivel de lenguaje ha sido adecuado de acuerdo con los saberes previos y la especialidad de los estudiantes. También se encuentran frecuentemente situaciones problema que demandan la interpretación de los estudiantes.

5.2.4.1.1.3 Reglas.

a. Definiciones (conceptos)

Las definiciones (conceptos) previos y definidos, requeridos para la solución de las situaciones problema, propuestas en la unidad de análisis que se identificaron fueron:

Tabla 60. Ejemplos de definiciones (conceptos), en la unidad La Derivada

Previos	Definidos
Ecuación de la recta	Definición de derivadas en términos de límites
Rectas paralelas o perpendiculares	Definición de recta tangente
Límites	Derivada de funciones especiales
Funciones notables	Segunda derivada
La derivada	n -ésima derivada
	f. creciente f. decreciente, f. constante

Perímetro, área y volumen de figuras geométricas conocidas	Puntos críticos
Costo, ingreso y utilidad	f. cóncava hacia arriba y f. cóncava hacia abajo.
Derivada de orden superior	Puntos de inflexión
Variación de una función	Costo promedio
Inecuaciones con valor absoluto	Ingreso promedio
Variación de una función	Definición de razón de cambio promedio
Variación relativa de una función	Definición de razón de cambio instantánea
Logaritmos	Definición de razón de cambio relativa
Ecuaciones logarítmicas	Definición de cambio porcentual
Ecuaciones paramétricas	Definición de incrementos
Ecuaciones implícitas	Definición del diferencial
	Definición de elasticidad en términos de variación y en términos de diferenciales
	Derivación implícita
	Derivación logarítmica
	Derivación paramétrica

Fuente: *Elaboración propia*

b. Procedimientos

Se considera procedimientos a los algoritmos, operaciones, técnica de cálculo o modos de ejecutar determinadas acciones.

- ¿De qué formas se puede calcular la pendiente de una recta? **Formule ejemplos.**
- **Determine** la pendiente de la recta tangente.
- **Explique** el procedimiento empleado.
- **Modele** la ecuación general de la recta tangente. ...
- **Calcule** la derivada, haciendo uso de la definición.
- **Pruebe** que, si f y g son funciones derivables en x , entonces siempre se cumple $((f(x) + g(x)))' = f'(x) + g'(x)$
- **Efectúe** la representación gráfica
- **Deduzca** la regla de derivación para el caso particular de un triple producto de funciones.

- **Grafique** las funciones y **describa** sus características ...
- **Derive** las siguientes funciones: ...
- **Resuelva** las siguientes ecuaciones: ...
- **Analice** los extremos absolutos de f en el intervalo $[1; 3]$. **Justifique**.
- **Identifique** los puntos de inflexión de f
- **Explique** ¿qué sucede con la tasa de crecimiento a largo plazo? ...
- **Demuestre** que de todos los rectángulos que tienen un perímetro dado, el que tiene área máxima, es el cuadrado.
- **Investigue** sobre por lo menos dos aplicaciones de la optimización en el campo de la administración.
- Dadas las funciones costo $C(x)$ y de ingreso $I(x)$, **dibuje** ambas gráficas en el mismo plano cartesiano, e **interprete** en términos económicos lo que ocurre en:
- **Estime** el ingreso adicional que generará la producción y venta de la unidad 7001. **Interprete** el resultado.
- **Determine** si el número de bacterias está creciendo en el momento que $t = 8$. **Argumente**
- **Complete** la siguiente tabla:
- **Modele** una función que
- **Averigüe** sobre alguna otra aplicación de ...
- **Aplica** las reglas de derivación a
- **Redacte** dos conclusiones, a partir del análisis de la gráfica mostrada,
- **Despeje de ecuaciones.**
- **Elabore** un mapa mental ...
- **Evalúe** la derivada en el punto indicado ...

c. Proposiciones

En este apartado se entiende por proposiciones a todos los enunciados o afirmaciones sobre los conceptos.

Teorema 22.1

Sean f y g dos funciones derivables en el punto a , y k un número real, entonces:

- $(f + kg)'(a) = f'(a) + kg'(a)$
- $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g(a)^2}$

Gráfico 105. Ejemplo 1 de proposiciones, de la unidad La derivada.

Fuente: Elaboración propia. (p. 256)

Teorema 23.2

Sea $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una función, I un intervalo donde $I \subset A$,

- Si $f''(x) \geq 0$ en cada $x \in I$, entonces f es cóncava hacia arriba en I .
- Si $f''(x) \leq 0$ en cada $x \in I$, entonces f es cóncava hacia abajo en I .

Gráfico 106. Ejemplo 2 de proposiciones, de la unidad La derivada.

Fuente: Elaboración propia. (p. 256)

3. Identifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique cada una de sus respuestas.

- a) Si $f(x) = 4\sqrt{x^3}$ y $\Delta x = 0,02$, entonces $df(x) = 0,02x$.
- b) Si $f(x) = x^3$ y x cambia de 2 a 4, entonces $\Delta f(x)$ es 56.
- c) Si $y = \ln x$, entonces la dy para $x = 0,1$ y $\Delta x = 0,01$ es 0,5.

Gráfico 107. Ejemplo 3 de proposiciones, de la unidad La derivada.

Fuente: Elaboración propia. (p. 256)

En el análisis relacionado a las reglas se identificó un conjunto variado de **definiciones**, **procedimientos** y **proposiciones** que: primero, son concordantes con los objetos matemáticos de referencia, los mismos que promueven los significados institucionales y personales; segundo, están adaptados al nivel al que se dirigió la PC MAET y tercero, son propiciados a través de

sistemas de prácticas que permiten que los alumnos generen o negocien las mismas (definiciones, procedimientos y proposiciones)

5.2.4.1.1.4 Argumentos.

En el análisis de este elemento primario, se presentan algunas de las situaciones que propician que los estudiantes expliquen, justifiquen sus respuestas utilizando los teoremas o propiedades de la matemática. O como bien lo indica Godino (2003):

“... todas estas acciones y objetos se ligan entre sí mediante argumentos o razonamientos que se usan para comprobar las soluciones de los problemas, explicar y justificar la solución, justificaciones que pueden ser deductivas, o de otro tipo (Recio y Godino, 2001).” (Pág. 116)

Problemas propuestos.

Ejercicio 22.4

Pruebe que, si f y g son funciones derivables en x , entonces $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.

Solución:

Ficha de trabajo autónomo.

7. Demuestre que de todos los rectángulos que tienen un perímetro dado, el que tiene área máxima, es el cuadrado.

Ficha de trabajo introductoria

- Un investigador está probando la acción de un fármaco sobre una bacteria. Averiguó que el número de bacterias $N(t)$, cambia con el tiempo t , en horas, una vez suministrado el fármaco, según la función:

$$N(t) = 20t^3 - 510t^2 + 3600t + 2000$$



- a) ¿Cuántas bacterias había al momento de suministrar el medicamento?

.....

- f) Determinen si el número de bacterias está creciendo en el momento que $t = 8$. Argumenten.

.....

Gráfico 96: Ejemplo de ficha introductoria, de la unidad La derivada

Fuente: Elaboración propia

Ficha de trabajo

- Supongamos que la cantidad q y el precio p de un nuevo producto en el mercado se relacionan mediante la ecuación $p = 150 - \frac{q}{3}$, donde el precio p está en soles. Respondan las siguientes preguntas:

- a) Bajo este modelo, ¿cuál es el precio máximo que se podrán aplicar a ese producto? Argumenten su respuesta.

.....

- i) ¿Para qué valores de p se dice que la demanda es elástica? Argumenten su respuesta.

.....

- j) Representen los casos “g)” y “h)” en la gráfica de la demanda, y compruebe gráficamente el tipo de elasticidad. Argumenten su respuesta.

.....

Gráfico 108. Ejemplo de ficha de trabajo, de la unidad La derivada

Fuente: Elaboración propia

Trabajo autónomo. [Ejercicios propuestos]

5. Justifique por qué es falsa la siguiente proposición: *Para todo número "a" diferente de cero y $\Delta x < 0$, la variación aproximada de la función f definida por $f(x) = -a \ln(x)$, $x > 0$ es positivo.*

Gráfico 109. Ejemplo de pregunta para promover el trabajo autónomo, de la unidad La derivada

Fuente: Elaboración propia

Ficha de evaluación individual. [Ejercicios propuestos]

6. Justifique por qué es falsa la siguiente proposición:
Para todo x real diferente de cero y $\Delta x > 0$, el diferencial de la función f definida por $f(x) = e^{-x^2}$ es positiva.

Gráfico 110. Ejemplo de pregunta de la evaluación individual, de la unidad La derivada

Fuente: Elaboración propia

Ficha de evaluación grupal. Ejercicios propuestos

6. Pruebe que $y' = \frac{x-h}{y-k}$ para la ecuación
 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Gráfico 111. Ejemplo de pregunta de la ficha de evaluación grupal, de la unidad La derivada

Fuente: Elaboración propia

En el caso de esta componente, se observó que existen situaciones que promueven y motivan la argumentación y demostración, y de esta forma la comunicación matemática. Las situaciones son presentadas en formato de ejercicios propuestos o de una actividad contextualizada, para ser usados en diferentes momentos: en el trabajo autónomo fuera del aula, en la evaluación grupal, o en la actividad individual en el aula. Notando también que es promovida en forma individual o colaborativa, la misma que tiene relación con la idoneidad interaccional del EOS.

5.2.4.2 *Los organizadores gráficos del e-portafolio.*

A continuación, por interesar a la investigación, y por cuestiones de espacios en este trabajo, se presentan algunas evidencias que fueron tomadas de la sección e-portafolio planteadas en el libro que se está analizando, que corresponden a **los significados institucionales pretendidos** en la PC MAET. Así mismo, se realizará el análisis epistémico y cognitivo, de dichas evidencias de los desempeños de los estudiantes, registrados en los instrumentos reportados (mapas mentales y videos) en el e-portafolio, que corresponderían a los **significados personales logrados** por los estudiantes.

e-portafolio 22.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su *e-portafolio*:

- Elabore un video donde uno de los integrantes de su grupo explique la interpretación geométrica de la derivada.
- Resuelva por lo menos tres de los ejercicios impares del trabajo autónomo de su manual.
- Deduzca la regla de derivación para el caso particular de un triple producto de funciones.

e-portafolio 24.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su *e-portafolio*:

- Investigue sobre por lo menos dos aplicaciones de la optimización en el campo de la administración. Explique cada una.
- Resuelva, por lo menos, tres de los ejercicios impares del trabajo autónomo de su manual.
- Elabore un video donde uno de los integrantes de su grupo desarrolle la solución de uno de los problemas propuestos en el trabajo autónomo.

e-portafolio 25.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su *e-portafolio*:

- Resuelva, por lo menos, tres de los ejercicios pares del trabajo autónomo de su manual.
- Investigue sobre la(s) persona(s) que aportaron para construir el método para resolver problemas de optimización.

e-portafolio 26.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su *e*-portafolio:

- Elabore una matriz comparativa, que muestre las semejanzas y diferencias, entre la razón de cambio promedio (RCP) y la razón de cambio instantáneo (RCI).
- Resuelva, por lo menos, tres de los ejercicios impares del trabajo autónomo de su manual.

e-portafolio 28.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su *e*-portafolio:

- Resuelva, por lo menos, tres de los ejercicios pares del trabajo autónomo de su manual.
- Elabore un mapa mental que organice los conceptos, procedimientos, aplicaciones, etc., referidas al estudio de la derivada.

Gráfico 112. Ejemplos de actividades propuestas en el *e*-portafolio

Fuente: Elaboración propia

5.2.4.2.1 Idoneidad epistémica propuesta por el EOS.

Para el análisis epistémico y cognitivo se ha considerado la segunda actividad del **e-portafolio 28.0**: “Elabore un mapa mental que organice los conceptos, procedimientos, aplicaciones, etc., referidas al estudio de la derivada.” Esta actividad forma parte de la configuración epistémica de la unidad **La Derivada** analizada en los párrafos anteriores, en el objeto primario procedimientos. Sin embargo, en esta investigación reconocemos a esta actividad también como una situación problema que enfrentarán los estudiantes, por lo cual nos da la oportunidad de realizar el **análisis epistémico** que mostramos a continuación.

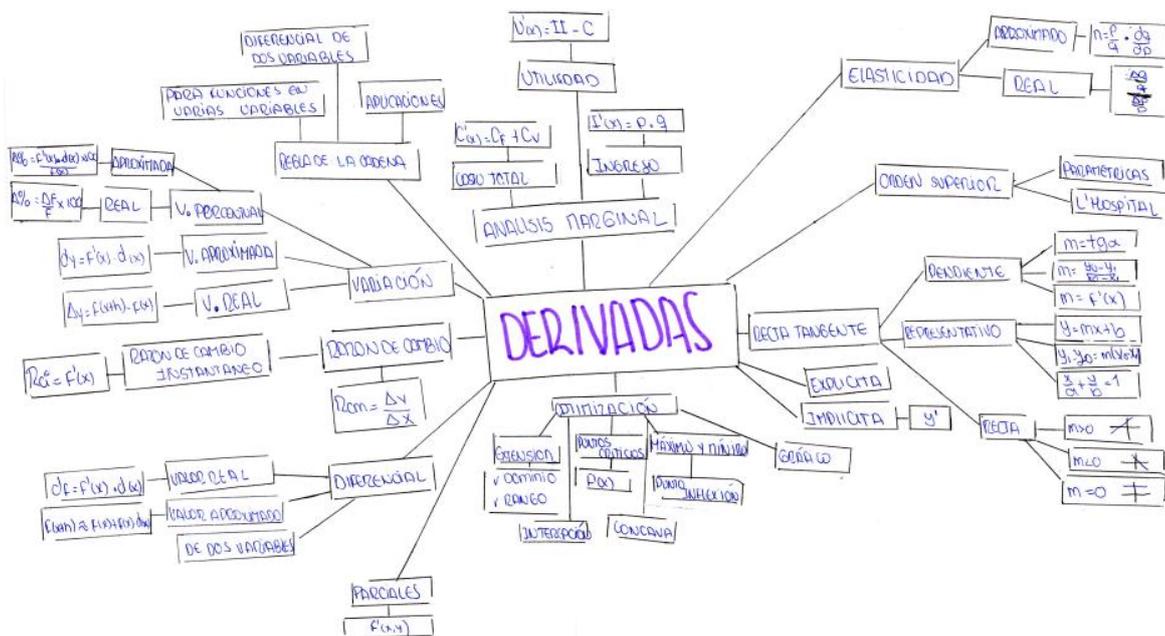


Gráfico 113. Organizador gráfico N° 08, sobre Las Derivadas

Fuente: Los estudiantes del grupo 3 Matemática 1

5.2.4.2.1.1 Situación problema.

Desde nuestro punto de vista, esta **situación problema**, no contextualizada, favorece la integración, en primer lugar, con los otros objetos primarios (conceptos, definiciones, proposiciones, procedimientos, lenguaje matemático, argumentos) y en segundo lugar, con sus aplicaciones.

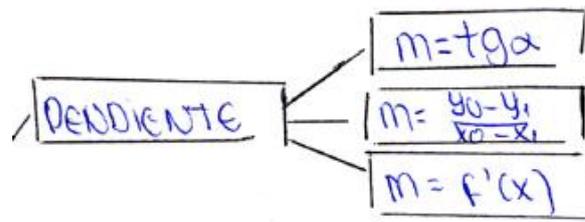
5.2.4.2.1.2 Lenguaje matemático.

Presentamos una muestra de cada uno de los tipos de lenguajes empleados por los estudiantes en el organizador analizado:

a. Verbal:



b. Simbólico:



c. Gráfico:

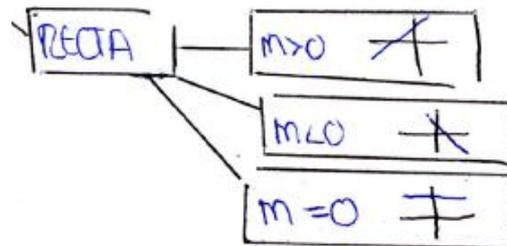


Gráfico 114. Ejemplos de tipos de lenguaje empleado en el organizador

Fuente: Los estudiantes del grupo 3, Matemática 1

5.2.4.2.1.3 Reglas (Conceptos, proposiciones, procedimientos).

a. Definiciones y conceptos:

Máximos y mínimos (DSwokoswky162)

Recta tangente (DEyzaguirre-Luyo393)

Derivadas de orden superior (DEyzaguirre-Luyo409)

Elasticidad (DEyzaguirre-Luyo476, DVelásquez206)

Costo marginal (DFraleigh147, DEyzaguirre-Luyo445)

Ingreso marginal (DFraleigh147, DEyzaguirre-Luyo445)

Utilidad marginal (DFraleigh147, DEyzaguirre-Luyo445)

Dominio y Rango (DTola-Reátegui9)

Pendiente (DThomas10)

Razón de cambio instantáneo (DVelásquez197)

Variación real (DSwokoswky122, DVelásquez195)

Variación aproximada o diferencial (DVelásquez199, DFraleigh74)

Variación porcentual (DVelásquez200)

b. Proposiciones:

Cóncava (TVelásquez240, TEyzaguirre-Luyo409)

Regla de la cadena (TEyzaguirre-Luyo394, Purcell122)

Puntos críticos (TPurcell152, TFRaleigh135, DThoma248)

Puntos de inflexión (TPurcell152, TFRaleigh135, DThomas168)

c. Procedimientos:

Derivación explícita

Derivación implícita

Análisis marginal

Optimización

5.2.4.2.1.4 Argumentos.

A continuación, mostramos un ejemplo de la argumentación relacionada con la variación de una función en el organizador gráfico de La Derivada, elaborado por los estudiantes del grupo 3. Que si bien existe ausencia de conectores se puede entender implícitamente la estructura de los conceptos con respecto a la derivada.

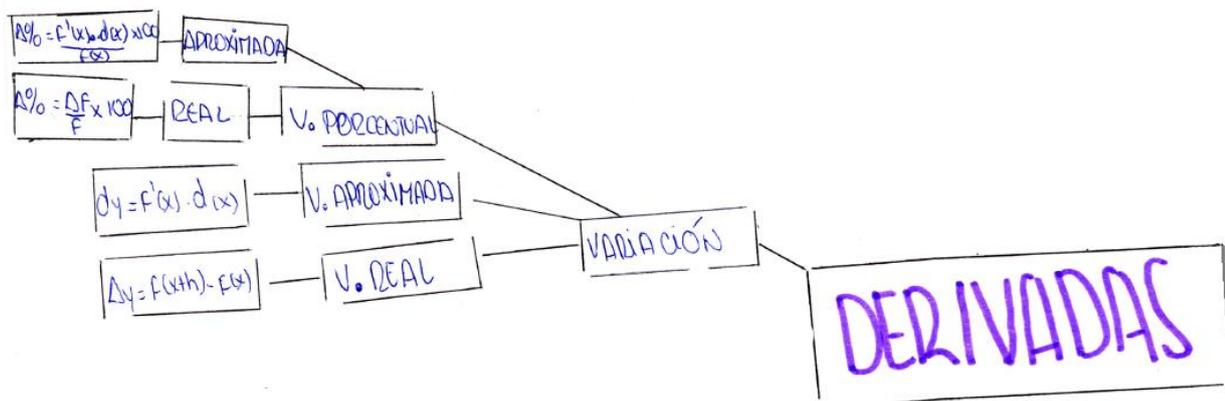


Gráfico 115. Ejemplo de la argumentación sobre la variación de una función, en el organizador de La Derivada

Fuente: Los estudiantes del grupo 3, Matemática 1

Se observa un orden lógico en la estructura del mapa mental. Se puede ver de manera clara los argumentos que el contenido de la unidad *La Derivada* se plantea, a través de los diferentes elementos presentados en el organizador gráfico.

5.2.4.2.2 Idoneidad cognitiva propuesta por el EOS.

Según el EOS, la idoneidad cognitiva expresa el grado de proximidad de los **significados institucionales implementados** en relación con los **significados personales** declarados de los estudiantes, los mismos que pueden mostrar los diferentes conflictos semióticos. Recordemos que, desde el EOS, se entiende por **conflicto semiótico** cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa.

A continuación, en este trabajo se muestran los hallazgos relacionados con los conflictos semióticos de los estudiantes, presentes en los organizadores, como solución a la situación problema, referida en el e-portafolio.

5.2.4.2.2.1 Conocimientos previos.

A continuación, presentamos algunas fichas de evaluación de los conocimientos previos que se trabajaron, según lo planificado en la PC MAET, al inicio de cada una de las lecciones de la unidad La Derivada.

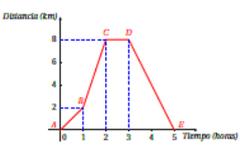
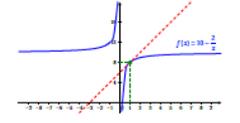
Lección: La derivada	Lección: Razón de cambio														
<p>204 La derivada</p> <p>22.1 Saberes previos</p> <p>Antes de iniciar el presente estudio, recordemos algunos contenidos que nos ayudarán a comprender íntegramente lo estudiado en esta lección.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Ecuación de la recta ■ Rectas paralelas o perpendiculares ■ Límites <p>Desarrolle los siguientes ejercicios en su cuaderno, luego comparen las soluciones con sus compañeros.</p> <ol style="list-style-type: none"> En cada caso, determine la ecuación de la recta que <ol style="list-style-type: none"> pase por los puntos $(-2;0)$ y $(1;4)$. pase por $(3;2)$ y cuya pendiente de la recta sea -3. corta al eje X en $(5;0)$ y al eje Y en $(0;3)$. pasa por el origen de coordenadas y es paralela a $2x - 3y = 6$. Si $f(x) = x^2 + 3x$, en cada caso, calcule: <table border="0"> <tr> <td>a) el dominio de f</td> <td>b) $f(0)$</td> <td>c) $f(x+h)$</td> <td>d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$</td> </tr> </table> Si $f(x) = \sqrt{x+4}$, en cada caso, calcule: <table border="0"> <tr> <td>a) el dominio de f</td> <td>b) $f(0)$</td> <td>c) $f(x+h)$</td> <td>d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$</td> </tr> </table> Si $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$, en cada caso, calcule: <table border="0"> <tr> <td>a) el dominio de f</td> <td>b) $f(0)$</td> <td>c) $f(x+h)$</td> <td>d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$</td> </tr> </table> Determine el valor de k, con la condición de que la recta $4x - y = k$ sea tangente a la función $f(x) = x^2 + 2x$ en el punto $P(n;3)$. En cada caso, determine el valor de k, de modo que las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 sean: <table border="0"> <tr> <td>a) paralelas, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : kx + 2y = 12 \\ \mathcal{L}_2 : y = -2x + 6 \end{cases}$</td> <td>b) perpendiculares, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : 2x - 3y = 6 \\ \mathcal{L}_2 : 3x + ky = 2 \end{cases}$</td> </tr> </table> 	a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$	a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$	a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$	a) paralelas, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : kx + 2y = 12 \\ \mathcal{L}_2 : y = -2x + 6 \end{cases}$	b) perpendiculares, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : 2x - 3y = 6 \\ \mathcal{L}_2 : 3x + ky = 2 \end{cases}$	<p>400 Razón de cambio</p> <p>26.1 Saberes previos</p> <p>Antes de iniciar el presente estudio, recordemos algunos contenidos que nos ayudarán a comprender íntegramente lo estudiado en esta lección.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Variación de una función ■ Interpretación de la derivada <p>Desarrolle los siguientes ejercicios en su cuaderno, luego comparen las soluciones con sus compañeros.</p> <ol style="list-style-type: none"> En un día cualquiera, una persona se desplaza desde su casa en una dirección determinada. La gráfica mostrada representa la distancia de la persona a su casa en función del tiempo.  <ol style="list-style-type: none"> ¿En qué tramo la persona se aleja o se acerca más lento de su casa? A partir del análisis de la gráfica mostrada, redacte dos conclusiones respecto de, por ejemplo, la distancia a su casa, el tiempo de viaje, la velocidad de la persona, entre otros criterios. A partir de la gráfica de $f(x) = 10 - \frac{2}{x}$, explique cómo está cambiando la función f cuando $x = 1$.  Se estima que dentro de t años, la población de cierta comunidad será $P(t) = 18 - \frac{10}{t+2}$ miles de personas. Calcule cuánto crecerá esta población al tercer año.
a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$												
a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$												
a) el dominio de f	b) $f(0)$	c) $f(x+h)$	d) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{f(h)}$												
a) paralelas, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : kx + 2y = 12 \\ \mathcal{L}_2 : y = -2x + 6 \end{cases}$	b) perpendiculares, siendo $\begin{cases} \mathcal{L}_1 : 2x - 3y = 6 \\ \mathcal{L}_2 : 3x + ky = 2 \end{cases}$														

Gráfico 116. Ejemplos de fichas de evaluación de saberes previos, de las lecciones de La derivada y Razón de cambio.

Fuente: Elaboración propia

El conocimiento previo evaluado en cada lección permitió al docente una **proximidad cognitiva** a los significados personales previos, mediante un seguimiento de los resultados frente a la misma. Esta actividad permitió a los estudiantes elaborar de mejor forma los organizadores conceptuales del tema.

5.2.4.2.2.2 Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales.

A continuación, mostramos una actividad de ampliación y refuerzo empleada en la unidad la Derivada, que permitirá atender las diferencias individuales de los alumnos.

e-portafolio 28.0

Desarrolle las siguientes actividades y súbalas a su e-portafolio:

- Resuelva, por lo menos, tres de los ejercicios pares del trabajo autónomo de su manual.
- Elabore un mapa mental que organice los conceptos, procedimientos, aplicaciones, etc., referidas al estudio de la derivada.

Gráfico 117. Ejemplo de actividades propuestas en el e-portafolio, del curso de matemática 1

Fuente: Elaboración propia

Esta actividad busca que el estudiante o grupos de estudiantes se apropien del objeto matemático “**La derivada**”, objetivo que se verá favorecido mediante el seguimiento del docente. En el gráfico 54, mostramos el detalle de la **escala estimativa** empleada para valorar el organizador conceptual, y **el feed back** respectivo al grupo, frente a esta actividad. De esta forma se buscó reducir la brecha entre los significados institucional y personal en la evaluación formativa durante la intervención curricular.

5.2.4.2.2.3 Aprendizaje.

Para la investigación y en relación con este componente, fue importante reflexionar durante el diseño, implementación y ejecución de la PC MAET en torno a dos cuestiones fundamentales, ¿cómo podemos promover la comprensión de nuestros estudiantes? y ¿cómo podemos averiguar lo que han comprendido nuestros estudiantes? Con respecto a la primera pregunta, se seleccionaron un conjunto de estrategias metodológicas orientadas a promoverla en el aula de clase; con respecto a la segunda, se organizaron diversos modos de evaluación, individual-colaborativa; externa- interna (co y auto evaluación); sumativa-formativa, a lo largo de los tres cursos.

 EXPOSICIÓN ORAL DE LOS PFM		II. Criterios a evaluar																																																																																					
<p>La exposición oral de los PFM debe entenderse como la parte final del proceso que han seguido los estudiantes en el curso de Fundamentos de Matemática, Matemática 1 y Matemática 4 a lo largo del ciclo, y que tiene como propósito la comunicación oral a los demás de los resultados sobre lo que han logrado aprender, y lo que piensan sobre el proyecto que desarrollaron. Por esta razón, deben tener especial cuidado en dos aspectos fundamentales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La debida preparación y estudio del informe escrito. - La exposición oral propiamente dicha. <p>Será necesario, por eso mismo, seguir algunas normas y recomendaciones para el logro de un óptimo desempeño en ambos niveles.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las diapositivas deben ser entendidas como un elemento de soporte para el expositor. Por lo tanto, estas únicamente incluirán las ideas principales a comentar. 2. No se debe leer al pie de la letra la información contenida en las diapositivas. Estas únicamente contendrán los puntos considerados como indispensables para mantener la secuencia de la exposición. 3. Las diapositivas deben contener textos breves, espaciados y perfectamente legibles. Se recomienda un tipo de letra grande, así como una fuente en la que las palabras sean claramente leídas. 4. Está completamente prohibido pagar información de Internet a las diapositivas empleadas para la exposición. Si el expositor encuentra necesario emplear alguna cita, debe señalar la fuente de la cual obtuvo dicha información. 5. Para las exposiciones orales, en cada turno se han programado la presentación de dos grupos. El orden en el que se van a dar las exposiciones orales en cada turno, será un estricto orden según el sorteo que cada docente realizó en su clase. <p>EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN ORAL DE LOS PFM</p> <p>I. Datos generales:</p> <table border="1"> <tr> <td>Área responsable:</td> <td colspan="2">Dirección de Formación Básica – Coordinación de Ciencias Básicas</td> </tr> <tr> <td>Cursos:</td> <td colspan="2">Matemática 1, Matemática 2 y Fundamentos de Matemática</td> </tr> <tr> <td>Docentes del curso:</td> <td>Barzola Esteban, Marcelo Benaviz Torro, Renato Bravo Quique, Carlos Caballero Zanetti, Victor Cabrera Zúñiga, Eduardo Díaz Nanja, Luis Eyzaguirre Espino, Luis Enrique</td> <td>Ramos Rofrío, Arturo Ruiz Curmapa, Marco Serna Díaz, Raquel Tello Mesa Terry, Marco Antonio Velázquez Castañón, Osvaldo Visurraga Ririnoso, Roberto</td> </tr> <tr> <td>Colaboradores:</td> <td>Ayala Arias, Rosa Bonifaz Rosales, Esteban Caldén Arevalo, Carlos Cano Alva Trinidad, Jesús Corno Figueroa, Edwin Palomero Vidoso ; Rolando Raúl</td> <td>Sandoval Peña, Juan Carlos Mentemegno, Diana Del Castillo Oyarce, Fernando Morales Apaza, Alfonso Ochoa Madrid ; Jazmín</td> </tr> </table>		Área responsable:	Dirección de Formación Básica – Coordinación de Ciencias Básicas		Cursos:	Matemática 1, Matemática 2 y Fundamentos de Matemática		Docentes del curso:	Barzola Esteban, Marcelo Benaviz Torro, Renato Bravo Quique, Carlos Caballero Zanetti, Victor Cabrera Zúñiga, Eduardo Díaz Nanja, Luis Eyzaguirre Espino, Luis Enrique	Ramos Rofrío, Arturo Ruiz Curmapa, Marco Serna Díaz, Raquel Tello Mesa Terry, Marco Antonio Velázquez Castañón, Osvaldo Visurraga Ririnoso, Roberto	Colaboradores:	Ayala Arias, Rosa Bonifaz Rosales, Esteban Caldén Arevalo, Carlos Cano Alva Trinidad, Jesús Corno Figueroa, Edwin Palomero Vidoso ; Rolando Raúl	Sandoval Peña, Juan Carlos Mentemegno, Diana Del Castillo Oyarce, Fernando Morales Apaza, Alfonso Ochoa Madrid ; Jazmín	<p>Para el grupo:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Criterios</th> <th>4</th> <th>3</th> <th>2</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Organización del equipo de trabajo: División del trabajo. Todos los miembros tienen conocimiento sobre el tema expuesto. Uso correcto del tiempo asignado.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Preparación del mensaje: Introducción al tema. Presentación del equipo. Presentación de los objetivos y de los aspectos generales a seguir durante la exposición.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Desarrollo de la exposición: Orden de los estudiantes en la exposición. Nivel de profundidad en la investigación.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cierre de la exposición: Finaliza con una síntesis o resumen. Presentación de las conclusiones y/o recomendaciones.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Uso de las TIC: Las ayudas visuales son relevantes, están redactadas con corrección y sin errores ortográficos. Calidad de los gráficos (estadísticos, funciones, etc.)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Para cada estudiante:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Criterios</th> <th>4</th> <th>3</th> <th>2</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Domina el contenido: Manejo de conceptos y procedimientos relacionados al tema. Contesta las preguntas acertadamente.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Grado de preparación para la exposición: Demuestra seguridad en su exposición. Uso adecuado en las diapositivas.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Desarrollo y fundamentación de una opinión personal: Análisis profundo desarrollado por el estudiante. Sólidos argumentos presentados por el estudiante respecto al tema.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Estructura y orden en la exposición: Coherencia entre lo presentado en Click Point y lo expuesto. Orden lógico y coherencia en el desarrollo de la exposición.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Domina el lenguaje: Registro formal, oraciones coherentes y amplio vocabulario. Tono (suave, cálido, frío) y volumen de voz adecuado. Capacidad para hacerse entender (transmite claramente las ideas). Lenguaje no verbal apropiado. Despierta el interés del público durante la exposición.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				Criterios	4	3	2	1	Organización del equipo de trabajo: División del trabajo. Todos los miembros tienen conocimiento sobre el tema expuesto. Uso correcto del tiempo asignado.					Preparación del mensaje: Introducción al tema. Presentación del equipo. Presentación de los objetivos y de los aspectos generales a seguir durante la exposición.					Desarrollo de la exposición: Orden de los estudiantes en la exposición. Nivel de profundidad en la investigación.					Cierre de la exposición: Finaliza con una síntesis o resumen. Presentación de las conclusiones y/o recomendaciones.					Uso de las TIC: Las ayudas visuales son relevantes, están redactadas con corrección y sin errores ortográficos. Calidad de los gráficos (estadísticos, funciones, etc.)					4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente					Criterios	4	3	2	1	Domina el contenido: Manejo de conceptos y procedimientos relacionados al tema. Contesta las preguntas acertadamente.					Grado de preparación para la exposición: Demuestra seguridad en su exposición. Uso adecuado en las diapositivas.					Desarrollo y fundamentación de una opinión personal: Análisis profundo desarrollado por el estudiante. Sólidos argumentos presentados por el estudiante respecto al tema.					Estructura y orden en la exposición: Coherencia entre lo presentado en Click Point y lo expuesto. Orden lógico y coherencia en el desarrollo de la exposición.					Domina el lenguaje: Registro formal, oraciones coherentes y amplio vocabulario. Tono (suave, cálido, frío) y volumen de voz adecuado. Capacidad para hacerse entender (transmite claramente las ideas). Lenguaje no verbal apropiado. Despierta el interés del público durante la exposición.					4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente				
Área responsable:	Dirección de Formación Básica – Coordinación de Ciencias Básicas																																																																																						
Cursos:	Matemática 1, Matemática 2 y Fundamentos de Matemática																																																																																						
Docentes del curso:	Barzola Esteban, Marcelo Benaviz Torro, Renato Bravo Quique, Carlos Caballero Zanetti, Victor Cabrera Zúñiga, Eduardo Díaz Nanja, Luis Eyzaguirre Espino, Luis Enrique	Ramos Rofrío, Arturo Ruiz Curmapa, Marco Serna Díaz, Raquel Tello Mesa Terry, Marco Antonio Velázquez Castañón, Osvaldo Visurraga Ririnoso, Roberto																																																																																					
Colaboradores:	Ayala Arias, Rosa Bonifaz Rosales, Esteban Caldén Arevalo, Carlos Cano Alva Trinidad, Jesús Corno Figueroa, Edwin Palomero Vidoso ; Rolando Raúl	Sandoval Peña, Juan Carlos Mentemegno, Diana Del Castillo Oyarce, Fernando Morales Apaza, Alfonso Ochoa Madrid ; Jazmín																																																																																					
Criterios	4	3	2	1																																																																																			
Organización del equipo de trabajo: División del trabajo. Todos los miembros tienen conocimiento sobre el tema expuesto. Uso correcto del tiempo asignado.																																																																																							
Preparación del mensaje: Introducción al tema. Presentación del equipo. Presentación de los objetivos y de los aspectos generales a seguir durante la exposición.																																																																																							
Desarrollo de la exposición: Orden de los estudiantes en la exposición. Nivel de profundidad en la investigación.																																																																																							
Cierre de la exposición: Finaliza con una síntesis o resumen. Presentación de las conclusiones y/o recomendaciones.																																																																																							
Uso de las TIC: Las ayudas visuales son relevantes, están redactadas con corrección y sin errores ortográficos. Calidad de los gráficos (estadísticos, funciones, etc.)																																																																																							
4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente																																																																																							
Criterios	4	3	2	1																																																																																			
Domina el contenido: Manejo de conceptos y procedimientos relacionados al tema. Contesta las preguntas acertadamente.																																																																																							
Grado de preparación para la exposición: Demuestra seguridad en su exposición. Uso adecuado en las diapositivas.																																																																																							
Desarrollo y fundamentación de una opinión personal: Análisis profundo desarrollado por el estudiante. Sólidos argumentos presentados por el estudiante respecto al tema.																																																																																							
Estructura y orden en la exposición: Coherencia entre lo presentado en Click Point y lo expuesto. Orden lógico y coherencia en el desarrollo de la exposición.																																																																																							
Domina el lenguaje: Registro formal, oraciones coherentes y amplio vocabulario. Tono (suave, cálido, frío) y volumen de voz adecuado. Capacidad para hacerse entender (transmite claramente las ideas). Lenguaje no verbal apropiado. Despierta el interés del público durante la exposición.																																																																																							
4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente																																																																																							
<p>Elaborado por: Ing. Juli Enrique Eyzaguirre</p> <p style="text-align: right;">Página 1</p>		<p>Elaborado por: Ing. Juli Enrique Eyzaguirre</p> <p style="text-align: right;">Página 2</p>																																																																																					

Gráfico 118. Rúbrica de la exposición oral

Fuente: Elaboración propia

Para ello, a los instrumentos tradicionales, las prácticas y exámenes, se sumó el Proyecto Formativo de Matemática (PFM), el mismo que integró la elaboración del informe escrito, la defensa oral del mismo y la elaboración del e-portafolio (fichas de autoaprendizaje, mapas mentales, videos y matrices comparativas, entre otros elementos), asegurando de esta manera se evalúe los diferentes niveles de comprensión, así como las competencias. Complementariamente se trabajó con rúbricas para cada uno de los elementos del PFM. La idea de fondo fue que los estudiantes logren apropiarse de los conocimientos, comprensiones y competencias propuestas.

6 CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

El objetivo general planteado en esta investigación es *Evaluar el efecto que tiene la PC MAET en el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios de pregrado de una universidad privada de Lima*. Para conseguir este objetivo general consideramos los objetivos específicos; de los cuales, los 2 primeros están dirigidos a la gestión de la PC MAET y los 10 objetivos siguientes describen los resultados de su implementación, donde: los objetivos del 3 al 9 describen los resultados cuantitativos y los objetivos del 10 al 13, los resultados cualitativos. A continuación, describimos las conclusiones de cada uno de los objetivos específicos formulados:

6.1.1 Sobre el diseño de la PC MAET para el desarrollo de la competencia matemática

La revisión del diseño de la PC MAET permitió reconocer la adopción de un modelo centrado en el estudiante, con tres características fundamentales, sustentados en las teorías del aprendizaje y los fundamentos teóricos de la didáctica de la matemática:

Primero, la selección de las competencias específicas: comunicación matemática, matematización y representación y estrategias y cálculo; de las competencias generales: trabajo colaborativo, comunicación, indagación y pensamiento crítico y creativo; las mismas que se trabajaron de forma transversal durante toda la implementación de la PC MAET, y fueron evaluadas a través de sus desempeños respectivos.

Segundo, la estructuración de un nuevo sistema de evaluación orientado al aprendizaje, asumiendo a la evaluación como un proceso formativo, continuo, criterial, integral y cooperativo; que se caracterice por una alternancia entre la evaluación individual y la colaborativa, y utilice adicionalmente a los instrumentos convencionales (prácticas y

exámenes), una nueva herramienta de evaluación, el Proyecto Formativo de Matemática, el mismo que integró la elaboración del informe, la sustentación oral del mismo, la elaboración del portafolio, la co evaluación y la auto evaluación, características que permitieron hacer seguimiento eficiente del desempeño de los estudiantes fuera del aula.

Tercero, la aplicación de estrategias didácticas multivariadas para favorecer la comprensión y las habilidades de pensamiento: de enseñanza directa, de inducción, de exposición y discusión y de aprendizaje cooperativo.

6.1.2 Sobre Implementación y ejecución de la PC MAET para el desarrollo de la competencia matemática

Para la implementación de la PC MAET, se produjeron los instrumentos que permitieron hacer el seguimiento respectivo y proporcionar feedback a los estudiantes: La prueba diagnóstica, para evaluar el nivel de logro de la competencia matemática, al ingreso y al finalizar la implementación; el Proyecto Formativo de Matemática, que incluía situaciones problemáticas complejas, de interés para los estudiantes, orientadas a los negocios, y en cuya solución se utilicen las competencias generales y específicas, así como, los contenidos del plan de estudios; los planes de clase, asociados a las estrategias metodológicas pertinentes, según el contenido o habilidad a tratar en los cursos; Las fichas de trabajo, que según las competencias generales y específicas y los contenidos, permitieron al docente iniciar la sesión con situaciones que familiaricen al estudiante con sus saberes previos y la construcción del objeto matemático; el E-portafolio, para que el estudiante, de forma progresiva, evidencie sus aprendizajes, acompañado sostenidamente del feedback del docente; y las rubricas de desempeño, alineadas a los indicadores; los mismos que se dieron a conocer a los estudiantes desde el inicio de cada semestre académico.

En la ejecución de la PC MAET, se privilegió el desarrollo de la autonomía, la comprensión profunda de los objetos matemáticos en los estudiantes, así como mejorar la actitud hacia la matemática, esto a partir de la aplicación de las estrategias didácticas: de enseñanza directa, de inducción, de exposición y discusión y de aprendizaje cooperativo, para orientar el trabajo en el aula; y el Proyecto Formativo de Matemática para orientar la actividad fuera del aula. Se evidenció también, lo adecuado de mantener explícitas las competencias específicas y generales en el sistema de evaluación de la propuesta, pues los estudiantes manifestaban estar familiarizados con su ejecución; así como el uso pertinente de los recursos TIC, a lo largo de, los tres cursos.

6.1.3 Sobre las características de la competencia matemática, a nivel global.

Del análisis efectuado se observó que el puntaje total promedio de competencia matemática en estudiantes universitarios del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la PC MAET se incrementó de 6,058 a 9,847 (62,5 % de incremento); la mediana de 5,625 a 9,375 (66,6 % de incremento); y el coeficiente de variabilidad mejoró, disminuyendo de 50,23 a 31,45 (37,3 % de disminución). Reconociéndose que, el puntaje mínimo y máximo antes de la implementación, fue de 2 y 7 puntos respectivamente, y después de la implementación el puntaje mínimo y máximo fue de 4 y 14 puntos respectivamente.

6.1.4 *Sobre las características de las dimensiones de los componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos matemáticos de la competencia matemática.*

Del análisis efectuado se observó que, las dimensiones que más incrementaron sus puntajes promedio, antes y después de la implementación de la PC MAET fueron interpretación y empleo del componente procesos matemáticos; comunicación matemática,

matematización y representación y Estrategias y cálculo del componente capacidades matemáticas; cambio y relaciones y cantidad y del componente contenidos matemáticos; social y profesional del componente contextos matemáticos. Las dimensiones que mejoraron su dispersión fueron formulación, del componente procesos matemáticos; comunicación matemática del componente capacidades matemáticas; cantidad y cambio y relaciones, del componente contenidos matemáticos; y social, del componente contextos matemáticos.

6.1.5 *Sobre la existencia de la diferencia significativa en la competencia matemática a nivel general y en cada una de sus dimensiones de los componentes: procesos, capacidades, contextos y contenidos matemáticos.*

Existe diferencia altamente significativa en los puntajes de la competencia matemática antes y después de la implementación de la PC MAET, lo que implica que existe una influencia altamente significativa de la PC MAET en el desarrollo de la competencia matemática en estudiantes de Ciencias Empresariales.

Existe diferencia altamente significativa en los puntajes de la competencia matemática, en las dimensiones formulación, empleo e interpretación del componente procesos matemáticos; CM, MR y EC del componente capacidades matemáticas; cantidad y cambio y relaciones del componente contenidos; social, profesional, personal, y científico del componente contextos matemáticos; existe diferencia significativa en la dimensión espacio y forma del componente contenidos matemáticos; antes y después de la implementación de la PC MAET, lo que implica que la PC MAET tuvo un efecto altamente significativo en el desarrollo de la competencia matemática, según dimensiones de los componentes mencionados, en estudiantes universitarios de la Facultad de Ciencias Empresariales.

6.1.6 *Sobre las características de las actitudes hacia la matemática.*

El puntaje total promedio de actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios del pregrado de Ciencias Empresariales, antes y después de la implementación de la PC MAET disminuyó de 110.79 a 106.38 (3.9 % de mejora); la mediana de 111 a 107 (3.6 % de mejora); y el coeficiente de variabilidad se incrementó de 6.856 a 8.627, (25.83% de incremento), existiendo una mayor dispersión de las actitudes después de la implementación.

6.1.7 *Sobre las características de las dimensiones de las actitudes hacia la matemática: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad.*

Las dimensiones que más disminuyeron (mejoraron) su puntaje promedio, antes y después de la implementación de la PC MAET fueron aplicabilidad que disminuyó de 33.4 a 32.03 (4.1% de mejora) y habilidad que disminuyó de 25.91 a 24.69 (4.7% de mejora); en su mediana, aplicabilidad que pasó de 34 a 32 (5.88% de mejora), habilidad que pasó de 26 a 25 (3.84% de mejora) y ansiedad que pasó de 27 a 26 (3.7% de mejora); y en su dispersión la dimensión ansiedad hacia la matemática en los estudiantes disminuyó sustantivamente con la ejecución de la propuesta, pasando de 3.799 a 3.439 (9.47% de disminución).

6.1.8 *Sobre la existencia de diferencia significativa en la actitud hacia la matemática en general y en cada una de sus dimensiones: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad.*

Existe diferencia altamente significativa en los puntajes de actitudes hacia la matemática antes y después de la implementación de la PC MAET, tanto a nivel global como en las dimensiones: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad; lo que implica que la PC MAET tuvo un efecto altamente significativo en el desarrollo de las actitudes hacia la

matemática, tanto a nivel global como según dimensiones, en estudiantes universitarios de la Facultad de Ciencias Empresariales.

6.1.9 *Sobre las características de la comprensión lectora, a nivel global y por dimensiones: literal e inferencial.*

Los resultados de la comprensión lectora de los estudiantes ingresantes muestran puntajes por debajo de lo esperado, tanto a nivel global como por cada una de sus dimensiones; notándose, además, que los puntajes promedio, así como la mediana del conjunto de datos, nos confirman que, los puntajes en la dimensión inferencial están por debajo de los puntajes en la dimensión literal, concluyéndose que la comprensión lectora de los estudiantes se ubicaría en el nivel literal.

Dichos resultados confirman que existe un efecto directo en el desempeño de la competencia matemática de los estudiantes vinculados con los procesos de decodificar e interpretación de textos; estos procesos son frecuentes al trabajar con situaciones problemáticas en los cursos de matemática, afectado directamente a la competencia de comunicación matemática, y posteriormente la resolución de problemas.

6.1.10 *Sobre las creencias sobre la competencia matemática, de los docentes de los cursos de matemáticas, antes de la implementación de la PC MAET.*

Con respecto a la categoría competencia matemática, los docentes consideran que la competencia matemática está asociada con la capacidad de resolver problemas, la importancia de la construcción del conocimiento en base a los saberes previos, así como como la aplicabilidad de los conocimientos a la vida diaria; para tal fin el docente debe tener formación disciplinar para hacer un buen uso de la herramienta matemática. Algunos de los docentes ubican al estudiante como actor principal en el proceso de enseñanza aprendizaje,

y otros reconocen al docente como centro de la acción pedagógica, solo uno de los docentes valora la importancia de la actitud para aprender.

Así mismo, se evidencia que los informantes tienen una idea poco integral o sistémica sobre lo que son los constructos competencia y competencia matemática, considerados en esta investigación; sin embargo, por su formación profesional evidencian una idea más clara de lo que creen es “ser competente matemáticamente”.

En relación con las creencias sobre el diseño curricular, se puede determinar, que los informantes relacionan el currículo con enfoque en competencias, con el perfil profesional del estudiante, considerando la adecuación de los contenidos matemáticos a las carreras, identificando solo algunos elementos del currículo, que se explicarían por su formación profesional. Existen importantes diferencias en relación con sus referentes teóricos, algunos declaran desconocer, otros nombran a algún referente teórico disciplinar y/o desde la pedagogía.

Con respecto a las acciones para incorporar creencias sobre diseño curricular con enfoque en competencias matemáticas de los informantes, se evidencia un conocimiento parcial de las acciones que se deberían tomar para un diseño curricular integral por competencias, algunos consideran diversos lineamientos para su elaboración, que un diseño curricular debe estar sustentado en fuentes teóricas especializadas; ninguno mencionó al sistema de evaluación por competencias ni los desempeños correspondientes; si consideran la importancia de la construcción multidisciplinar del perfil profesional; solo uno rescata el valor del monitoreo permanente de la acción docente. Por otra parte, se identifica que las capacitaciones de los docentes no están alineadas a las necesidades de formación de un docente para intervenir en el desarrollo de formación por competencias en matemáticas.

6.1.11 Sobre las sugerencias propuestas por los coordinadores, para el diseño de la PC MAET.

Las sugerencias de los coordinadores de cursos afines a los cursos de matemática fueron: considerar la importancia de la comprensión lectora como un problema integral, que involucra a diferentes materias incluida la matemática, por ser el primer paso en la resolución de problemas, cuya ausencia limitaría el buen desempeño de un estudiante; reconocer la necesidad de potenciar el uso de diversos heurísticos para resolver problemas en contextos social-financiero; la autonomía del estudiante y las capacidades de análisis e indagación; de aprendizajes significativos; trabajo colaborativo y el buen uso de la tecnología; trabajar situaciones problema en contextos relacionados con su formación profesional, en los cursos de matemática; y considerar la importancia del tema actitudinal frente al estudio de la disciplina que imparte, identificando como la predisposición de los estudiantes, influye en sus acciones.

Se reconoce que existía una idea ambigua pero importante sobre las competencias matemáticas: comunicación matemática, matematización y representación y estrategia y cálculo y, sobre las competencias generales indagación, trabajo colaborativo, comunicación y pensamiento crítico y creativo; así mismo, la importancia de las situaciones contextualizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde se relaciona la asignatura con la profesión; las que se tomaron en cuenta en el diseño de la PC MAET.

6.1.12 Sobre las percepciones sobre la PC MAET, que tienen los estudiantes de Ciencias Empresariales, que participaron en la ejecución de la propuesta.

Las categorías que emergieron de las percepciones de los estudiantes sobre la ejecución de la PC MAET, fueron:

En la dimensión metodológica, que las estrategias empleadas en la PC MAET les permitieron potenciar además de las competencias disciplinares, las habilidades de trabajo colaborativo y las habilidades de indagación; y que el uso de actividades contextualizadas y de las TIC, propiciaron, relaciones positivas entre los diferentes agentes que participan del acto educativo; así como, que se apropien de herramientas para su futuro desempeño profesional. Por lo anterior, se puede afirmar que la aplicación de la PC MAET favoreció el desarrollo de las competencias matemáticas y las actitudes hacia las matemáticas, en los estudiantes.

En la dimensión de evaluación, una orientación hacía el trabajo por competencias y el uso de herramientas adecuadas para la evaluación de los desempeños, categorías sostenidas a lo largo de toda la implementación de la PC MAET; es decir, la incorporación del PFM, que incluye: el portafolio, la sustentación oral, el informe, las actividades on-line en el trabajo por competencias, y las rubricas y listas de cotejo, que consideraban los criterios e indicadores de evaluación, transparentes para los estudiantes, que permitía informarles oportunamente sobre el desarrollo de sus competencias matemáticas y generales en relación al uso de herramienta adecuadas

6.1.13 Sobre la idoneidad didáctica de las actividades propuestas y productos desarrollados, por los estudiantes de Ciencias Empresariales, durante la ejecución de la PC MAET.

Se encontró evidencia de alta idoneidad epistémica de las actividades propuestas a los estudiantes, así como alta idoneidad epistémica y cognitiva sobre los productos desarrollados:

En referencia a la idoneidad epistémica de las **actividades propuestas a los estudiantes**, durante la implementación de la PC MAET, se evidenció una muestra

representativa y articulada de situaciones de contexto evocado: aplicación, consolidación e introductorio, **así mismo**, el uso de diferentes lenguajes, propios de la matemática: verbal, gráfico y simbólico, y traducciones entre los mismos registros de representación. Lo mismo, se identificó un conjunto variado de definiciones, procedimientos y proposiciones concordantes con los objetos matemáticos de referencia, que promueven los significados institucionales y personales. Además, se encontró que existen situaciones que promueven y motivan la argumentación y demostración, por ende, la comunicación matemática. Todo lo anterior fue trabajado en forma individual y colaborativa, dentro o fuera del aula.

En referencia a la idoneidad **epistémica** y **cognitiva** de los productos desarrollados por los estudiantes, durante la implementación de la PC MAET, se concluye que, existe una buena **idoneidad epistémica** en los productos analizados ya que se pueden observar los elementos que propone el EOS, de acuerdo a los sistemas de referencia; así mismo, en relación a la **idoneidad cognitiva** de los mismos, se aprecia que el conocimiento previo evaluado en cada lección ayudó al docente a tener una mayor proximidad cognitiva a los significados personales previos de los estudiantes, obtenida al detalle mediante la escala estimativa empleada y partir de ello realizar el feedback correspondiente. De esta forma se buscó reducir la brecha entre los significados institucional y personal en la evaluación formativa durante la intervención curricular. Así mismo se concluye que, los diversos modos de evaluación trabajados favorecen los distintos niveles de comprensión y desempeño competencial.

6.2 Recomendaciones

En el presente trabajo se considera presentar las siguientes sugerencias y recomendaciones:

Se sugiere que las autoridades del sistema educativo superior universitario consideren los resultados de la presente investigación, para implementar nuevos proyectos, replicando la propuesta o considerando las adecuaciones que correspondan a su realidad, con la finalidad de contribuir al desarrollo de las competencias matemáticas y de las actitudes hacia la matemática, en estudiantes universitarios.

Estudiar el perfil del docente universitario y promover la formación continua que integre a la competencia disciplinar, la competencia pedagógica, para superar sus creencias y se pueda adecuar a las demandas establecidas por propuestas de formación por competencias.

Profundizar en el estudio del desarrollo conjunto de las competencias generales y las competencias matemáticas, trabajadas en esta investigación; ya que ello contribuiría a mejorar la formación integral del estudiante.

Dada la limitación del tiempo, en esta investigación, se evaluó el cambio actitudinal de los estudiantes antes y después de la PC MAET; se sugiere estudiar la dependencia existente entre la mejora de las actitudes hacia la matemática y el desarrollo de la competencia matemática, así como, monitorear el desarrollo de las actitudes hacia la matemática, durante todo el proceso de la ejecución.

Investigar sobre el comportamiento de otras variables del proceso educativo que estarían incidiendo en el desarrollo de la competencia matemática a nivel universitario, en especial: el perfil de entrada de los alumnos, los libros de texto de matemática existentes en el mercado, entre otros.

Investigar sobre el impacto de una propuesta similar o igual a la PC MAET, en relación con la comprensión lectora, antes y después de su implementación.

Profundizar en el estudio de las otras facetas de la idoneidad didáctica del Enfoque Ontosemiótico: afectiva, interaccional, mediacional y ecológica no consideradas en este trabajo, para valorar en forma integral el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes.

Profundizar en el estudio sobre las **percepciones de los estudiantes**, en relación con las actividades que fueron desarrolladas fuera del aula, vinculadas con las competencias matemáticas y las competencias generales, para recoger sus valoraciones y considerarlas en el desarrollo de futuras investigaciones, y que permitan mejorar la formación profesional del estudiante.

7 REFERENCIA BIBLIOGRAFICAS

- Alcalde Esteban, M. (2010). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la univesitat Jaume I*. Tesis de Doctorado. Universitat de Jaume I
- Alibert D., Thomas M. (1991). *Research on mathematical proof*. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 215-229). Dordrecht, Los Países Bajos, Kluwer.
- Arancibia, S. y Mena, J. (1994). *Matemáticas para ingeniería. Introducción al cálculo*. Ediciones universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso. Chile.
- Arnal, J., Del Rincón, JD. y La Torre, A. (1994). *Investigación educativa. Fundamentos y metodología*. Ed. Labor.
- Aparicio, J. y Rodríguez, M. (2016). La calidad de la educación como determinante del progreso de los países y la calidad del profesorado como determinante de la calidad de la educación. *Revista electrónica de Investigación e Innovación Educativa*, 44, 41-46.
Recuperado de <https://revistas.uam.es/tarbiya/article/view/6801/tarbiya>
- Arya, J. y Lardner, R. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Administración y Economía*. (5ª ed.). México: Prentice Hall.
- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia las matemáticas/estadística en las enseñanzas medias y universitaria*, Ediciones Mensajero, Paidós. Bilbao
- Barrena, S. (2015); *Pragmatismo y educación. En Charles Peirce y John Dewey en las aulas* (Ed). Antonio Machado. 256 páginas. Madrid.
- Bazán, J. (1997). *Metodología estadística de construcción de pruebas. Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la UNALM*. Perú. 154 páginas
- Bekken O. (1983). *Una historia breve del álgebra*. Sociedad Matemática Peruana.
- Beltrán, J. (1996). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. p. 320. Ed. Síntesis

Bennett, N., Dunne, E. & Carré, C. (1999). *Patrones de provisión de habilidades básicas y genéricas en la educación superior*. Educación superior 37, 71–93.

<https://doi.org/10.1023/A:1003451727126>

Beuchamp G.A. (1981). *Curriculum Theory*. Itasca. F.E. Peacock. Publishers inc.

Bisquerra, R. (2007). (Coordinador). *Metodología de la investigación educativa*. Ed. La Muralla S.A. Madrid España

Blitzer, R. (2018). *College Algebra*. 7th Edition. Miami Dade College. Pearson Education

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. y Köller O. (2016). *Estándares de aprendizaje de la matemática*. Instituto para el desarrollo de la calidad de la educación de la universidad de Humboldt de Berlín-Alemania. Traducido al español por SINEACE.

Bolio, Antonio Paoli (2012). *Husserl y la fenomenología trascendental: Perspectivas del sujeto en las ciencias del siglo XX*. Reencuentro, núm. 65, pp. 20-29 Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco DF, México.

Bressan, A.; Zolkower, B.; Gallego, M., (2005). *Los principios de la Educación Matemática Realista*. En H. Aliaga; A. Bressan; P. Sadovsky; *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. (p. 69-95). Libros del Zorzal. Argentina.

Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.

Campos, D. (2014). *Lectorabilidad y rendimiento lector en una prueba de comprensión en escolares*. Tesis de Maestría. Universidad de Concepción). Chile

Cano Garcia, E. (2015). *Evaluación por competencias en educación superior*. Ed. La Muralla S.A. 224 páginas. Madrid. España.

Chadwick, C. (1985). *Principios básicos del currículum: definición, enfoque y concepciones*. Documento de trabajo.

- Chevallard, Y. (1999). *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19 (2), 221-266.
- Coloma A., Jiménez M. y Sáez A. (2007). *metodologías para desarrollar competencias y atender a la diversidad: guía para el cambio metodológico y ejemplos desde infantil hasta la universidad.*; Ed. PPC.
- Coll, César, Pozo, Juan Ignacio, Sarabia, Bernabé, Valls Enric, (1996); *Los contenidos en la reforma, enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*; Pág. 187-188; Ed. Aula XXI, Santillana.
- Cockcroft, W.H. (1985). Informe Cockcroft. Las matemáticas sí cuentan. Ministerio de educación y ciencia. Subdirección general de perfeccionamiento del profesorado. Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid, España., p. 88.
- Cortéz, Milton. Cálculo II. Universidad Nacional de Trujillo. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- D'Amore, B.; Font, V. y Godino, J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Paradigma 28 (2), 49-77
- Delgado, J. R., Hernández, H. y Fernández, D. (2000). *Cuestiones de didáctica de la matemática. Conceptos y procedimientos en la educación polimodal y superior*. Ed. Homo Sapiens. Rosario. Argentina
- Delors, Jacques (1999). La educación encierra un tesoro, *Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*.
- De Villiers, M. (1993). *El papel y la función de la demostración en matemáticas*. En Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 26, 15–30.
- De Zubiría, J. (1994). *Tratado de Pedagogía conceptual, Los modelos pedagógicos*. Tercera edición, Colombia, Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual Alberto Merani. Pág. 122

De Zubiría, M., (2007). *La afectividad humana. Sus remotos orígenes. Sus instrumentos y operaciones. Cómo medirla con escalas y afectogramas*. Colombia, Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual Alberto Merani.

Diaz, A. (1984). *Didáctica y currículo*. México: Nuevomar

Diaz, F. (1990). *Metodología de diseño curricular para educación y otros superior*. México. Editorial Trillas.

Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 116.

Edwards, C. y Penney, D. (1994). *Cálculo con Geometría Analítica*. (4ª ed.). México: Prentice Hall.

Eggen, P. y Kauchak, D. (2012); *Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y Desarrollo de habilidades de pensamiento*; Fondo de Cultura Económica de Argentina.

Lages Lima, E., Pinto, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). *La matemática de la enseñanza media. Volumen 1 y 2.*: Instituto de matemática y Ciencias Afines.

Estrada, A. y Diez-Palomar, J. (2011). Las actitudes hacia las matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la educación matemática de familiares. *Revista de Investigación en Educación*. N°9 (2), pp. 116-132. <http://webs.uvigo.es/reined/>

Eyzaguirre, L., Bazán, M., González, J. (2017). *Diseño y validación de una prueba de evaluación diagnóstica de la competencia matemática para universitarios*. Conocimiento para el desarrollo, *Revista oficial de investigación científica*, 8(2): 137-144

Eyzaguirre, L. y Luyo, J. (2017). *Tópicos de matemática 1, Diseñado desde un enfoque por competencias*; (1a ed.) Lima-Perú; Fondo Editorial USIL

Fernández Berrocal, P. y Melero, M. (1995). *La interacción social en contextos educativos*. Madrid. Siglo XXI

- Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Ediciones Morata, S. L. p. 79
- Freudenthal, H. (1968); '¿Why to teach mathematics so as to be useful?', *Educational Studies in Mathematics* 1, 3–8.
- Gadamer, H. (1991) *Verdad y Método* (vol. 1), España. Ediciones Sígueme. Salamanca
- Galván, D., Cienfuegos, D., Elizondo, I., Fabela, M. Rodríguez, A. y Tomero, J. (2006). *Cálculo diferencial para administración y ciencias sociales. Un enfoque constructivista mediante la reflexión y la interacción*. (2.ª ed.). México: PEARSON Educación.
- García, Coronado, Montealegre, Giraldo, Tovar, Morales y Cortés (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia, Universidad de la Amazonia. 360 páginas. Colombia.
- García López, María del Mar (2011); *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula*; Universidad de Almería; tesis doctoral. 805 p.
- García San Pedro, María José (2010). *Diseño y validación de un modelo de evaluación por competencias en la universidad*; (tesis doctoral), Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperada de <http://hdl.handle.net/10803/5065>
- García-Quiroga, B. E., Coronado, A., & Giraldo-Ospina, A. (2017). Implementación de un modelo teórico a priori de competencia matemática asociado al aprendizaje de un objeto matemático. *Rev.investig.desarro.innov*, 7 (2). 301-315. Doi: 10.19053/20278306.v7. n2.2017.6072
- García, J. y Tobón, S. (2008). *Gestión del currículum por competencias. Una aproximación desde el modelo sistémico complejo*; A.B. Representaciones Generales S.R.L. p. 171-172.
- García, Y., y Velásquez, O. *Cálculo diferencial e integral*. Universidad Pacífico.
- Gil, J. y Díaz, R. (2014). *Cálculo para cursos con enfoque por competencias*. (1.ª ed.). México: PEARSON Educación.
- Gimeno, J. (1988). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid. Ediciones Morata.

- Jimeno, J. y Pérez Gomez, A. (1985). *La enseñanza: su teoría y práctica*. Ed. Akal. Madrid España
- Godino, J. (1996). Mathematical objects: their meanings and understanding. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.) *Proceeding of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.417-424), España: Universidad de Valencia
- Godino, J.; Font, V.; Wilhelmi, M. y Castro, C. (2009). *Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico*. Enseñanza de las Ciencias 27(1), 57-76.
- Godino, J. (2011). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Granada. Recuperada de:
http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- Godino J. (2011). XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil).
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. Recherches en Didactique des Mathématiques 14(3), 323-355.
- Godino, J.; Batanero, C.; Font, V.; Giacomone, B. (2016). *Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM*. In: FERNÁNDEZ, C. et al. (Ed.). *Investigación en Educación Matemática XX*. Málaga: Ed. SEIEM, 2016. p. 288-297.
- Grisales-Aguirre, Andrés Mauricio. *Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas*. En: Entramado. Julio - diciembre, 2018. vol. 14, no. 2, p. 198-214
<http://dx.doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Grant, S. (2009). *Electronic Portfolios: Personal information, personal development and personal values*. Oxford: Chandos Publishing.
- Guardián-Fernández, A. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa*. Colección: Investigación y Desarrollo Educativo Regional (IDER). San José. Costa Rica.
- Guzmán, M. (1992). *Tendències innovadores en educació matemàtica*. Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques, núm 7, 7–33. Barcelona.

- Guzmán Solano, L. (2015). Competencias matemáticas: Creencias y sus implicaciones en el diseño curricular (tesis de Magister, Universidad Santo Tomás, Bogotá). Recuperada de <http://repository.usta.edu.co/handle/11634/530>
- Haesussler, E., Paul, R. y Wood, R. (2015). *Matemáticas para administración y economía*. (13ª ed.). México: Pearson Educación.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). México D. F.: Mc Graw Hill. Interamericana Editores, S.A.
- Hellriegel, D. & Slocum, J. (2009). *Comportamiento organizacional*. 12ª ed. México: CENGAGE Learning.
- Hofmann, J. (2002). *Historia de la matemática. Desde el comienzo hasta la Revolución Francesa*. Ed. LIMUSA. P. 419
- Johnson, H. (1970). *Curriculum y Educación*. Ed. Troquel. Buenos Aires. p. 11.
- Joice, B., Weil, M. y Calhoun E., (2006). *Modelos de enseñanza*. Barcelona, España: Gedisa.
- Kelley, M. (2006). *The Humongous of Calculus Problems*. Ed. Alhpa Books. New York
- Kintsch, Walter (1998). *Comprehension a paradigm for cognition*. Cambridge University Press. University of Colorado. (pp. 459).
- Jiménez Miguel. (2012). *Cómo diseñar y desarrollar el currículo por competencias*. PPC, editorial y distribuidora. 2º edición. Madrid. España.
- Leyva, Ganga, Tejada y Hernández (2016). *La formación por competencias en la educación superior: Alcances y limitaciones desde referentes de México, España y Chile*. E book gratis. Tirant Humanidades. 364 páginas
- Llinares, S. (1992). Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores. En Marcelo, C. (1992) *La investigación sobre la formación del profesorado. Métodos de investigación y análisis de datos*. P. 57-95. Buenos Aires, Argentina. Ed. CINCEL
- Llinares, S. (1995). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimientos, creencias y contexto en relación con la noción de función. Conferencia invitada en el IV encuentro de investigación en educación matemática, Luso, Portugal.

- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. *Educacao matemática em Portugal, Espanha e Itália: Seccao de Educacao Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educacao*, 109-132
- Lorenzana Flores, Ruth Isabel (2012). *La evaluación de los aprendizajes basada en competencias en la enseñanza universitaria*. Tesis doctoral. Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazán” (UPNFM).
Recuperada de: <https://d-nb.info/1029421889/34>
- Manzanares y Sánchez (2012). *La dimensión pedagógica de la evaluación por competencias y la promoción del desarrollo profesional en el estudiante universitario*. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa* 2012 - Volumen 5, Número 1e.
Recuperada de: http://www.rinace.net/riee/numeros/vol5-num1_e/art13.pdf
- Marcos Lorenzón, Guillermina (2009). *Un modelo de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. Tesis Doctoral. Universidad de la Rioja. Servicios de publicaciones.
- Martín Lope, María Mercedes (2015). *Un modelo de medida de competencias en la universidad: la evaluación de los resultados de aprendizaje*. Tesis Doctoral. Universidad Rey Juan Carlos de Madrid
- Martínez Padrón, Oswaldo J. (2008). *Actitudes hacia la matemática*. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, vol. 9, núm. 1, pp. 237-256 Universidad Pedagógica Experimental Libertador Caracas, Venezuela
- Martínez-Mínguez, L., Moya, L., Nieva C., Cañabate, D. (2019) *Percepciones de Estudiantes y Docentes: Evaluación Formativa en Proyectos de Aprendizaje Tutorados*. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 2019, 12(1), 59-84.
Recuperado de <https://revistas.uam.es/riee>
- MINEDU, ECE (2016). Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/resultadosece2016/>
- Monereo, Carles. (2009). *Pisa como excusa. Repensar la evaluación para cambiar la enseñanza*. Ed. Grao. Barcelona, España
- Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias* (2), 265.280
- Moreno Urco Carmen Rosa, (2015). *Estrategia didáctica mediante proyectos formativos para desarrollar capacidades matemáticas en estadística descriptiva en estudiantes del nivel secundario*. Tesis de Maestría USIL.
- National Council of Teachers of Mathematics NCTM, (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. México D.F. 142 páginas.

- Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. En B.I. Madison y L.A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy – Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. (pp. 215-220). Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines.
- Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish Kom project. En Gagtsis y Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on mathematical education, 3-5 January 2003, Athens, Greece*. (pp. 115-124). Athens: The Hellenic mathematical society
- Novelli, A. y Elli, E. (2003). *Cálculo con aplicaciones a la economía*. (3ª ed.). Argentina
- (2016), *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, PISA, OECD Publishing, Paris
- Ortiz Fernández J. (2015). *Análisis del conocimiento didáctico matemático del maestro de “matemática en contexto” a partir del enfoque ontosemiótico*. (Tesis doctoral) Universidad de Puerto Rico
- Ozejo, T. y Lapa, Z. (2005). *Proyectos de matemática*. (2da Ed.); Desa S.A. Pág. 16
- Pajares, M. F. (1992). *Teachers’ belief and educational research: cleaning up a messy construct*. *Review of Educational Research* 62 (3), 307-332.
- Papalia, D. & Wendkos, S. (2009). *Psicología*. 1ª ed. México D. F: McGraw–Hill / Interamericana Editores, S.A. de C. V.
- Paulson, L., Paulson, P., & Meyer, C. (1991). *What makes a Portfolio a Portfolio? Eifht thoughtful guidelines will help educators encourage self-directed learning*. *Educational Leadership*, 60–63.
- Pedrosa, C. (2020). *Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes universitarios*. (tesis doctoral, Universidad de Córdoba, España). Recuperada de <https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/20175/2020000002093.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- Perez, M. y Ocaña, A. (2013). *Pensamiento Matemático*. Universidad de Bogotá Jorge Tadeo. Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería. Departamento de Ciencias Básicas. Colombia.
- Pino-Fan, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Tesis doctoral. Universidad de Granada. 415p.

- Pizam, A. y Mansfeld, Y. (1999). *Consumer Behavior in Travel and Tourism*. The Haworth Hospitality Press (New York).
- Pochulu, M. y Rodríguez, M., (2016). *Educación Matemática, Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Universidad Nacional de General Sarmiento. 4ta. Ed. Buenos Aires. Argentina
- Pozo, J. (2011). *Aprendices y maestros: La nueva cultura del aprendizaje*; Primera reimpresión Madrid; Alianza.
- Porto Curras, M. (2006) La evaluación de estudiantes universitarios vista por sus protagonistas. Universidad de Murcia. *Educatio siglo XXI*, Vol 24. 2006, pp. 167 – 188. Recuperado de <https://revistas.um.es/educatio/index>
- Ramos, A. y Font, V. (2006). *Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica*. Revista La matematica e la sua didattica. Anno 20, n. 4, 535-556.
- Recabal Troncoso, Marisel (2014). *Mejoramiento de las prácticas pedagógicas docentes basado en la educación matemática crítica para contextualizar el proceso de enseñanza y aprendizaje en un establecimiento educacional de la comuna de Chillán*. Tesis de Maestría. Universidad del Bío Bío. (p. 176)
- Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003. En E. Castro y E. De la Torre (Eds.), *Actas VIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. La Coruña: Universidad de La Coruña.
- Rico, L. (2005). Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el proyecto PISA 2003. INECSE: *PISA 2003 pruebas de matemáticas y de solución de problemas* (pp. 11-25). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, extraordinario 1*, 275-294.
- Ricoy, M. C. y Fernández-Rodríguez, J. (2013). *La percepción que tienen los estudiantes universitarios sobre la evaluación: Un estudio de caso*. Educación XX1, 16 (2), 321-342. doi: 10.5944/educxx1.16.2.2645
- Riffo, B. & Véliz, M. (2011). *Modelo de evaluación de la comprensión lectora*. En: Informe de avance proyecto Fondef D08i11789. Santiago, Chile: Conicyt
- Rincón, A. (1992) *La competencia comunicativa*. Recuperado el 24 de setiembre de 2020, de

<http://aprendeenlinea.udea.edu.co/boa/contenidos.php/cb10887d80142488399661377b684b60/511/1/contenido/capitulos/Unidad1LenguajeySemiotica.PDF>

Rivas, F., (1997). *El proceso de enseñanza/aprendizaje en la situación educativa*, Pág. 132, Barcelona, Ed. Ariel Citado en: Tejada F., José, *Estrategias didácticas para adquirir conocimientos*, REP, N° 217, Pág. 499

Robbins, S. (2009). *Comportamiento organizacional*. 13ª ed. Pearson Educación. México: Prentice – Hall, INC.

Robles, M. G., Del Castillo, A. G. y Font, V. (2012). *Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la derivada*. Educación Matemática, 24(1), 5-41.

Rodríguez Diéguez, (1993). *Estrategias de enseñanza aprendizaje*, Pág.69; Madrid UNED

Rodríguez Francisco, Encarnación. (2015). *El desarrollo de la competencia matemática a través de tareas de investigación en el aula*; tesis doctoral. Facultad de Educación, UNED.

Recuperada de: <http://e-spacio.uned.es/fez/view/tesisuned:Educacion-Erodriguez>

Rojas, F. Solar, H. (2011). *Organización de tareas matemáticas según niveles de complejidad cognitiva: una mirada desde las competencias matemáticas*. Centro Felix Klein – USACH; 2Universidad Católica de la Santísima Concepción

Rokeach, M. (1968). *Creencias, actitudes y valores: una teoría de la organización y el cambio*. San Francisco: Jossey-Bass, Pág. 112

Sánchez, H. (2013). *La comprensión lectora, base del desarrollo del pensamiento crítico. Primera parte*. Horizonte de la Ciencia. Vol. 3 Núm. 4. Pp. 21-25. FE-UNCP/ISSN 2304 – 4330.

Recuperado de

<http://revistas.uncp.edu.pe/index.php/horizontedelaciencia/article/view/174/183>

Sandin M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamento y tradiciones*. Mc Graw Hill. España

Sarabia, (1992), Pág. 137. Citado por Juan Ignacio Pozo, *Aprendices y maestros*, Pág. 248

Schunk D. (1997). *Teorías del aprendizaje*, Prentice Hall. Segunda edición, Pág. 194

- Solar, H., García, B., Rojas, F. y Coronado, A. (2014). *Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes*. Educación Matemática, vol. 26, núm. 2. Recuperada de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v26n2/v26n2a2.pdf>
- Stenhouse, L. (1987). *Investigación y desarrollo del currículo*. Ed. Morata. España
- Stegmann Pascual, Cristina. (2011). *E-Learning de las Matemáticas Universitarias: Tendencias tecnológicas emergentes y adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior*. Tesis Doctoral. UOC
- Stewart I. (2008). *Historia de las matemáticas: En los últimos 10.000 años*. Editorial Crítica
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Ed. Universidad de Antioquía. Medellín. Colombia
- Swokowski, E. (1988). *Cálculo con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Taba, H. (1980). *Elaboración del currículo, teoría y práctica*. Ed. Troquel. Buenos Aires. Argentina
- Tabares, J. (2015). *Actitudes de los estudiantes universitarios hacia el centro y los profesores*. (Tesis doctoral, Universidad de las Palmas de Gran Canaria). Recuperada: https://accedacris.ulpgc.es/bitstream/10553/19868/4/0729936_00000_0000.pdf
- Tejada, J. (2000). *Estrategias didácticas para adquirir conocimientos*, Universidad Autónoma de Barcelona. Revista Española de Pedagogía, N.º 217, Pág. 500.
- Thomas, G. (2006). *Cálculo una variable*, undécima edición, Pearson Educación. México.
- UNESCO, Foro Mundial sobre la Educación 2015. Declaración de Incheon para la Educación 2030. Recuperado de <http://es.unesco.org/world-education-forum-2015/about-forum/declaracion-de-incheon>
- Ursini, S., Sanchez, G., Orendain, M. y Butto, C. (2004). El uso de la tecnología en el aula de matemática: diferencias de género desde la perspectiva de los docentes. Enseñanza de las ciencias, 22(3), 409-424

- Valdez E. (2000). *Rendimiento y actitudes. La problemática de las matemáticas en la escuela secundaria*. México. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Van Manen. M. (2003). *Investigación Educativa y experiencia vivida. Ciencia humana para la pedagogía de la acción y la sensibilidad*. España. Idea books
- Vigostky L. (1986). *Obras escogidas III. Problemas del desarrollo de la psique*. Ed. Visor. 2000. Madrid España
- Vigostky, L. (2001). *Obras escogidas II*. Ed. Aprendizaje. España.
- Villa A. Poblete M. (2007). *Aprendizaje basado en competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas*. Ed. Ediciones Mensajero, S.A.V. Bilbao. España
- Villareal, N. (2015). *Componentes actitudinales que impactan en el rendimiento académico de matemáticas en alumnos de cuarto semestre de la facultad de ingeniería mecánica y eléctrica de la UANL*. (tesis doctoral, Universidad Autónoma de Nuevo León)
- Waner, S. y Costenoble, S. (2002). *Cálculo aplicado*. (2ª ed.). México: Thomson Learning
- Wheeler. D. K. (1976). *El desarrollo del currículo escolar*. Ed. Santillana. Madrid. España
- Woolfolk Anita (1999). *Psicología Educativa*. Séptima edición. México. Ed. Prentice Hall. Pág. 259-260, 339, 343.
- Zabalza, M. (2000) *Estrategias didácticas orientadas al aprendizaje*, Revista Española de Pedagogía, N.º 217, Pág. 459- 490
-

8 ANEXOS



ESCALA DE ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA EAHM-U-2016-02

8.1 INSTRUCCIONES GENERALES

- En este cuestionario no hay respuestas correctas ni incorrectas sólo deseamos saber si Ud. está de acuerdo o en desacuerdo con cada una de las siguientes afirmaciones.

Por ejemplo, ante la afirmación:

Me gustan las matemáticas TD D I A TA

Indique su opinión marcando en la “hoja óptica” la opción que a su juicio considere, tomando en cuenta que las abreviaturas significan lo siguiente:

TD = Totalmente en Desacuerdo

D = En Desacuerdo

I = No sabe o no puede responder, indiferente.

A = De Acuerdo.

TA = Totalmente de Acuerdo.

- No tome mucho tiempo en ninguna de las afirmaciones, más bien asegúrese de responder a cada una de ellas.
- Trabaje rápidamente, pero con cuidado. Recuerde que no hay respuestas correctas o incorrectas, lo que interesa es su opinión. Deje que su experiencia anterior lo guíe para marcar su verdadera opinión.
- Dispone de 20 minutos para contestar.
- Emplee lápiz 2B.
- Al terminar la prueba devuelva el material al supervisor.

Siga las instrucciones del supervisor para iniciar la prueba.

NO COLOQUES NOMBRE, EL CUESTIONARIO ES ANÓNIMO

EDAD:

SEXO: Femenino Masculino

BLOQUE:

FACULTAD:

ESCALA DE EAHM-U

1. EL CURSO DE MATEMÁTICAS ES MUY EXTENSO, NO PUEDO ENTENDERLO.	TD	D	I	A	TA
2. LOS TÉRMINOS Y SÍMBOLOS USADOS EN MATEMÁTICAS NUNCA ME RESULTAN DIFÍCILES DE COMPRENDER Y MANEJAR.	TD	D	I	A	TA
3. NECESITARÉ DE LAS MATEMÁTICAS PARA MI TRABAJO FUTURO.	TD	D	I	A	TA
4. LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS NO PROVOCAN EN MÍ, MAYOR ANSIEDAD QUE CUALQUIER OTRO EXAMEN.	TD	D	I	A	TA
5. CONFIO EN PODER HACER EJERCICIOS MÁS COMPLICADOS DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
6. MATEMÁTICA ES UN CURSO VALIOSO Y NECESARIO.	TD	D	I	A	TA
7. LAS MATEMÁTICAS NO SON DIFÍCILES PARA MÍ	TD	D	I	A	TA
8. PIENSO QUE PODRÍA ESTUDIAR MATEMÁTICAS MÁS DIFÍCILES.	TD	D	I	A	TA
9. EL CURSO DE MATEMÁTICAS SIRVE PARA ENSEÑAR A PENSAR	TD	D	I	A	TA
10. PREFIERO ESTUDIAR CUALQUIER OTRA MATERIA EN LUGAR DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
11. GENERALMENTE ME HE SENTIDO SEGURO AL INTENTAR HACER MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
12. GENERALMENTE TENGO DIFICULTADES PARA RESOLVER LOS EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
13. SÓLO DEBERÍAN ENSEÑARSE EN MATEMÁTICAS LAS COSAS PRÁCTICAS QUE UTILIZAREMOS CUANDO SALGAMOS DE LA UNIVERSIDAD.	TD	D	I	A	TA
14. ALGUNAS VECES ME SIENTO TENSO E INCOMODO EN CLASE DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA

15. EL CURSO DE MATEMÁTICAS NO ES MI CURSO FAVORITO.	TD	D	I	A	TA
16. LAS MATEMÁTICAS ME RESULTARÁN ÚTILES PARA MI PROFESIÓN.	TD	D	I	A	TA
17. SIEMPRE DEJO EN ÚLTIMO LUGAR MI TAREA DE MATEMÁTICAS POR QUE NO ME GUSTA.	TD	D	I	A	TA
18. MI MENTE SE PONE EN BLANCO Y SOY INCAPAZ DE PENSAR CLARAMENTE CUANDO HAGO MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
19. YO DISFRUTO CON LOS PROBLEMAS QUE ME DEJAN COMO TAREA EN MI CLASE DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
20. SÓLO DEBERÍAN ESTUDIAR MATEMÁTICAS AQUELLOS QUE LA APLICARÁN EN SUS FUTURAS OCUPACIONES.	TD	D	I	A	TA
21. LA MATEMÁTICA ME SERVIRA PARA HACER ESTUDIOS DE ESPECIALIZACIÓN.	TD	D	I	A	TA
22. SERÍA FELIZ DE OBTENER MÁS MÁS ALTAS NOTAS EN MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
23. ME PONE REALMENTE FURIOSO EQUIVOCARME EN LA SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE MATEMÁTICA.	TD	D	I	A	TA
24. EN OCASIONES, EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICA, DUDO SI SE ENTENDERÁN LO QUE ESCRIBO.	TD	D	I	A	TA
25. POR ALGUNA RAZÓN, A PESAR DE QUE ESTUDIO, LAS MATEMÁTICAS ME PARECEN PARTICULARMENTE DIFÍCILES.	TD	D	I	A	TA
26. SIEMPRE SOY CAPAZ DE CONTROLAR MI NERVIOSISMO EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
27. SÓLO EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS ME SUDAN LAS MANOS O ME DUELE EL ESTÓMAGO.	TD	D	I	A	TA
28. NO ME MOLESTARÍA EN ABSOLUTO TOMAR MÁS CURSOS DE MATEMÁTICAS.	TD	D	I	A	TA
29. LAS MATEMÁTICAS USUALMENTE ME HACEN SENTIR INCÓMODO Y NERVIOSO.	TD	D	I	A	TA
30. VEO A LAS MATEMÁTICAS COMO UN CURSO QUE RARAMENTE HABRÉ DE USAR EN MI VIDA DIARIA CUANDO SEA ADULTO.	TD	D	I	A	TA
31. PUEDO APRENDER CUALQUIER CONCEPTO MATEMÁTICO SI ME LO EXPLICAN BIEN.	TD	D	I	A	TA

32. OJALÁ NUNCA HUBIERAN INVENTADO LAS MATEMÁTICAS.	TD D I A TA
33. GUARDARÉ MIS CUADERNOS DE MATEMÁTICAS POR QUE PROBABLEMENTE ME SIRVAN.	TD D I A TA
34. LAS MATEMÁTICAS SON AMENAS Y ESTIMULANTES PARA MÍ.	TD D I A TA

Temas por desarrollar en el curso de Nivelación en Matemática

Lección	Temas
L1	Conjuntos numéricos. Números reales
L2	Operaciones combinadas
L3	Razones y proporciones
L4	Regla de tres simple
L5	Regla de tres compuesta
L6	Porcentajes. Aplicaciones
L7	Notación científica. Aplicaciones
L8	Valor numérico, despeje de variables. Polinomios de una y dos variables
L9	Grado de polinomios y operaciones con polinomios.
L10	Valor numérico de polinomios.
L11	Productos notables.
L12	Identidades trigonométricas (de una y dos variables)
L13	División algebraica. Algoritmos de la división.
L14	Métodos de división de polinomios
L15	Factorización, factor común, agrupación de términos, aspa simple, Ruffini.
L16	Fracciones algebraicas, simplificación y operaciones.
L17	Descomposición en Fracciones parciales: factores lineales repetidos y no repetidos.
L18	Ecuaciones lineales. Ecuaciones reducibles a ecuaciones lineales
L19	Modelamiento de ecuaciones lineales.
L20	Aplicaciones de las ecuaciones lineales
L21	Sistemas de ecuaciones lineales de dos y tres variables
L22	Sistemas de ecuaciones no lineales de dos y tres variables
L23	Modelamiento de sistemas de ecuaciones lineales.
L24	Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones lineales
L25	Ecuaciones cuadráticas. Ecuaciones reducibles a cuadráticas
L26	Modelamiento de ecuaciones cuadráticas.
L27	Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas.
L28	Propiedades de exponentes y logaritmos
L29	Ecuaciones exponenciales
L30	Ecuaciones logarítmicas
L31	Inecuaciones lineales.
L32	Aplicaciones de las inecuaciones lineales
L33	Inecuaciones cuadráticas.
L34	Aplicaciones de las inecuaciones cuadráticas
L35	Inecuaciones polinómicas
L36	Inecuaciones racionales
L37	Triángulos. Propiedades
L38	Semejanza
L39	Áreas
L40	Proyectos formativos
L41	Proyectos formativos
L42	Proyectos formativos

Temas por desarrollar en el curso de Matemática 1

Lección	Temas
L1	Sistema de los números reales
L2	Intervalos y operaciones
L3	Inecuaciones lineales
L4	Aplicaciones de las inecuaciones lineales
L5	Inecuaciones cuadráticas
L6	Aplicaciones de inecuaciones cuadráticas
L7	Inecuaciones polinómicas racionales
L8	Solución grafica de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
L9	Programación lineal (método gráfico)
L10	Función real de variable real. Definición, formas de representación. Reconocimiento.
L11	características elementales de una función. (Dominio, rango, monotonía, signos, máximos, mínimos concavidad)
L12	Traslaciones y reflexiones de la gráfica de una función.
L13	Modelamiento funcional.
L14	Función lineal.
L15	Aplicaciones a la economía (Oferta demanda, punto de equilibrio, depreciación lineal de un bien, exceso de oferta, exceso de demanda, subsidio e impuesto)
L16	Función cuadrática.
L17	Aplicaciones de la función cuadrática
L18	Función polinómica y racional. (definición y grafica)
L19	Función exponencial y logarítmica. (definición y grafica)
L20	Aplicaciones de las funciones exponenciales (modelo logístico, curvas de aprendizaje, crecimiento y decrecimiento)
L21	Introducción a la matemática financiera
L22	Algebra de funciones (adición, sustracción, multiplicación y división)
L23	Composición de funciones (entre pares ordenados).
L24	Límite de funciones. Límites laterales (análisis gráfico). Propiedades.
L25	Límites infinitos y límites al infinito.
L26	Determinación de asíntotas de funciones reales.
L27	Formas indeterminadas
L28	La Derivada. interpretación geométrica.
L29	Reglas de derivación. Algebra de derivadas, Derivada de función compuesta
L30	Continuidad y derivabilidad de funciones.
L31	Derivada de orden superior. Criterios de la primera y segunda derivada. Análisis de funciones: monotonía y concavidad. Trazado de gráficas.
L32	Optimización de funciones.
L33	Aplicaciones de optimización a la administración y economía. Análisis marginal
L34	Razón Promedio de cambio. Razón de cambio instantáneo.
L35	Diferencial de una función. Variación real y aproximado de una función.
L36	Elasticidad de la función de demanda.
L37	Derivación logarítmica
L38	Derivadas paramétricas
L39	Derivación implícita
L40	Proyectos formativos
L41	Proyectos formativos
L42	Proyectos formativos

Temas por desarrollar en el curso de Matemática 2

Lección	Temas
L1	Matrices: Definición. Manejo de índices. Tipos. Igualdad de matrices.
L2	Matrices: Álgebra de matrices. Determinantes: de orden 2x2 y 3x3.
L3	Razón de cambio: razón de cambio medio, razón de cambio instantáneo.
L4	Diferencial de una función. Valor aproximado. Aplicaciones.
L5	Elasticidad de la función de demanda. Derivación Implícita
L6	Derivación Logarítmica. Derivadas de orden superior.
L7	Interpretación geométrica de la derivada. Recta tangente.
L8	Derivada de ecuaciones paramétricas. Regla de L'Hopital
L9	Optimización de funciones. Aplicaciones a la Administración y Economía.
L10	Funciones de dos variables: Derivadas parciales.
L11	Variación real y variación aproximada de una función. Aplicaciones
L12	Diferenciales en funciones de dos variables. Valor aproximado. Aplicaciones
L13	Regla de la cadena de funciones de varias variables. Aplicaciones.
L14	Derivadas parciales de funciones implícitas.
L15	Derivadas parciales de orden superior.
L16	Optimización de funciones de dos variables. Matriz Hessiano
L17	Multiplicador de Lagrange. Matriz Hessiano Orlado.
L18	Integral indefinida. Propiedades. Formulas básicas.
L19	Métodos de integración: Cambio de variable.
L20	Métodos de integración: Integración por partes.
L21	Métodos de integración: Fracciones parciales.
L22	Sumatorias. Propiedades
L23	Integral definida. Teorema Fundamental del cálculo.
L24	Aplicaciones: Cálculo de áreas.
L25	Aplicaciones: Excedente del productor y consumidor.
L26	Aplicaciones: Análisis marginal, costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal.
L27	Proyectos formativos
L28	Proyectos formativos

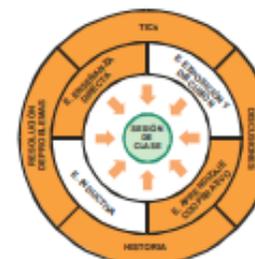
PLAN DE CLASE

**Primera Sesión : Funciones, Modelamiento y características.
Gráficas de Funciones.**

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE LOGRO
<ul style="list-style-type: none"> - Conocer, la idea, terminología y desarrollo histórico de las funciones reales de variable real; asimismo utilizar la notación funcional. (c) - Reconocer cuando una relación representa una función y describir de forma intuitiva o mediante ejemplos el concepto de función identificando la variable dependiente e independiente de una función dada. (c) - Describir a partir de su gráfica, las características globales de las funciones: Extensión (dominio y rango); Intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento); Signos de la función; Continuidad y discontinuidad; Paridad e imparidad; Periodicidad; Interceptos; Simetría; Inyectividad; asíntotas. (c) - Elaborar modelos funcionales, a partir de situaciones reales. (p) - Relacionar entre sí las distintas formas de expresar una función: usando una tabla numérica, a partir de una gráfica, por descripción de una situación, mediante expresiones algebraicas, por un conjunto de pares ordenados, etc. (p) - Plantear y resolver problemas de aplicación.(p) - Desarrollar habilidades para el trabajo grupal y una actitud tolerante hacia los puntos de vista distintos. (a) - Valorar el uso de la computadora, en la representación grafica de algunas funciones. (a) 	<ul style="list-style-type: none"> - Expresa la noción de función correctamente. - Utiliza adecuadamente la notación funcional. - Diferencia a una función de una relación. - Reconoce de dos variables relacionadas a través de una función, a la variable dependiente e independiente. - Describe las características globales de las funciones a partir de una gráfica. - Elabora modelos funcionales correctamente. - Formula ejemplos y contraejemplos de funciones a partir de su entorno. - Interpreta a partir de información gráfica de una situación real la información relevante de una función. - Determina el dominio de una función a partir de su regla de correspondencia. - Resuelve situaciones problemáticas con minuciosidad. - Reconoce la importancia del análisis funcional en su entorno. - Participa activa y responsablemente aportando ideas al grupo. - Escucha a sus compañeros de grupo mientras participan y respeta sus opiniones. - Ayuda y pide ayuda a sus compañeros de grupo.

Primera Sesión

FUNCIONES: INTRODUCCIÓN Y CARACTERÍSTICAS



Primera parte:			
TEMAS	ACTIVIDADES	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
Funciones: - <u>Concepto.</u> - <u>Notación.</u> - <u>Formas de representar a una función:</u> - Enunciado. - Diagrama sagital. - Diagrama cartesiano - Analíticamente. - Tabla. - <u>Representación analítica de una función</u> (modelamiento funcional).	Actividad en aula: Introducción: 1. El docente indaga los conocimientos previos de los alumnos. 2. Relata brevemente (<i>con apoyo de la lectura entregada</i>) en forma de introducción al tema, un hecho histórico, relacionado con la forma como se desarrolló la noción de función. 3. Se plantea " <u>las relaciones</u> " como concepto supraordenado y se establece las relaciones del caso, con " <u>las funciones</u> "; se caracteriza el concepto de función y se muestra además una visión general del tema a través de un esquema. 4. Se explicitan las metas a alcanzar; explicando cómo y porque el tema debe ser estudiado.	1. Lectura: <i>El instrumento para el estudio del cambio</i> (Guzmán Pág. 257). 2. Presentación en Power Point, que contenga un esquema de la estructura del tema y las metas que se persiguen. 3. Cañón multimedia.	25'
	Presentación: 1. Formula ejemplos concretos de funciones a sus alumnos, reconociendo en cada uno de los ejemplos las variables que se relacionan; así como la variable dependiente y la variable independiente. 2. Pide a los alumnos que formulen por escrito, un ejemplo de una función de contexto real identificando las variables dependiente e independiente. El profesor selecciona los ejemplos más adecuados, y comparte con la clase, las formulaciones entregadas por los alumnos, identificando en ellas las variables que participan.	1. Presentación en Power Point, que contiene ejemplos, graficas y reglas de correspondencia de varias funciones que servirán de insumo para su análisis. 2. Cañón multimedia. 3. Software "Winplot" (<i>graficador de funciones</i>).	45'

	<p>3. El docente explica como efectuar la notación de una función. Presenta ejemplos de funciones en sus diversas representaciones. Ejemplifica además como transformar de una representación a otra, reflexionando acerca de las ventajas de cada representación.</p> <p>4. A partir de situaciones problemáticas de contexto real, seleccionadas por el docente, y con la participación activa de los alumnos, se elaboran las representaciones analíticas (modelos matemáticos) de funciones.</p> <p>5. Exposición problémica: haciendo énfasis en el uso de las habilidades utilizadas, y explicitando los procesos mentales que pone en marcha al resolver los problemas (modelado).El docente presenta el enunciado de un problema, relacionado al concepto de función y lo resuelve:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Explicitando la estrategia que seguirá para resolverlo.</i> - <i>En el proceso de solución actúa como si recién se enfrentara al problema.</i> - <i>Trabaja para lograr que los alumnos sigan mentalmente su lógica y asimilen las etapas de la resolución del problema.</i> - <i>Luego de resuelto el problema, revisa y discute con los alumnos acerca de, las otras formas que se pueden seguir para lograr resolver el problema estudiado, y las posibles variaciones del problema, poniendo énfasis en los puntos clave que los llevaron a la solución.</i> 		
	<p>Práctica guiada:</p> <p>1. El docente distribuye un material que tiene un conjunto de ejercicios que están organizados por niveles. El docente acompaña a los alumnos en el proceso de resolución de los ejercicios. Inicialmente ofrece pistas de apoyo y preguntas que clarifiquen la comprensión de los contenidos, luego se disminuirá gradualmente el número de apuntalamiento y se transfiere la responsabilidad a los alumnos.</p>	<p>1. Listado de preguntas seleccionadas por el docente.</p>	<p>20'</p>
	<p>Práctica independiente:</p> <p>1. El docente selecciona algunos ejemplos de la guía de estudio, para que los alumnos practiquen la habilidad o apliquen el concepto, se trata de iniciar el trabajo para lograr automatización y transferencia. El docente monitorea el progreso de los aprendizajes y según esto, ayuda a determinados alumnos.</p>	<p>1. Guía de estudio.</p>	<p>20'</p>

	<p>Actividades de estructuración, profundización y ampliación:</p> <p>2. A través de una guía entregada por el docente, los alumnos individualmente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>Resolverán</u> ejercicios de aplicación, relacionados con: la evaluación de una función, las formas de representar a una función y la elaboración de modelos funcionales en contextos reales. - <u>Investigarán</u> por medio de libros o la Internet, la manera cómo surgió y desarrollo el concepto de función, así como sus diversas aplicaciones, para esto el profesor les proporciona bibliografía básica y algunas direcciones electrónicas a las que podrán acudir para iniciar su trabajo. 		
Segunda parte:			
<p>Funciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>Características:</u> - Extensión (dominio y rango) - Intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento). - Signos de la función. - Continuidad y discontinuidad - Paridad e imparidad - Extremos. - Periodicidad - Interceptos. - Simetrías. - Inyectividad. 	<p>Actividad en aula:</p> <p>Introducción:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente a través de preguntas a los alumnos, efectúa una revisión de la clase anterior, relacionando los conceptos desarrollados hasta ese momento, construye junto a los alumnos el mapa conceptual que estructure toda esta información. 2. Recuerda las metas a alcanzar en la sesión y explica el porqué el tema debe ser estudiado. 3. El docente comunica a los alumnos que esta sesión se trabajará utilizando la estrategia de grupos de aprendizaje, <u>les recuerda</u> cómo funciona el aprendizaje cooperativo y señala las conductas eficaces para trabajar en grupos. 	<p>1. Presentación en Power Point, que contiene la relación de los principales conceptos trabajados hasta ahora.</p>	15'
	<p>Presentación:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente, haciendo uso del equipo multimedia, muestra la gráfica de un conjunto de funciones y analiza con los alumnos <u>de manera intuitiva</u> las principales características de las funciones: Extensión (dominio y rango), Intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento), signos de la función, continuidad y discontinuidad, paridad e imparidad, extremos, periodicidad, interceptos, simetría e inyectividad. 2. El docente con la participación activa de los alumnos analizan un conjunto de 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Presentación en Power Point, que contiene graficas de varias funciones que servirán de insumo para su análisis. 2. Cañón multimedia. 3. Software "Winplot" (<i>graficador de funciones</i>). 	35'

	<p>gráficas variadas de manera que puedan servir de refuerzo para el reconocimiento de las características de las funciones y poder formalizar los conceptos.</p> <p>3. Exposición problémica: haciendo énfasis en el uso de las habilidades utilizadas, y explicitando los procesos mentales que pone en marcha al resolver los problemas (modelado).El docente presenta el enunciado de un problema, relacionado a las características de las funciones y lo resuelve:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Explicitando la estrategia que seguirá para resolverlo.</i> - <i>En el proceso de solución actúa como si recién se enfrentara al problema.</i> - <i>Trabaja para lograr que los alumnos sigan mentalmente su lógica y asimilen las etapas de la resolución del problema.</i> - <i>Luego de resuelto el problema, revisa y discute con los alumnos acerca de, las otras formas que se pueden seguir para lograr resolver el problema estudiado, y las posibles variaciones del problema, poniendo énfasis en los puntos clave que los llevaron a la solución.</i> 		
	<p>Práctica guiada:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente presenta a los alumnos un conjunto de ejercicios de aplicación para que los resuelvan en forma individual. El docente durante esta actividad cumple un rol de guía o facilitador. Observa el trabajo de sus alumnos, proporciona andamiaje, apuntala y ofrece alguna ayuda cuando se necesita. 2. El docente formula preguntas para determinar el grado de comprensión de los estudiantes. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guía de estudio del curso. 	<p>20'</p>
	<p>Estudio en equipos y monitoreo:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente entrega un conjunto de ejercicios para que los alumnos los resuelvan en grupos, los alumnos participan activamente sugiriendo y explorando conjeturas y evaluando ideas. El docente durante esta actividad <u>monitorea</u> detenidamente el funcionamiento de cada grupo, proporciona andamiaje, apuntala y ofrece alguna ayuda cuando se necesita; así mismo formula preguntas que favorezcan la articulación de las ideas y provee de una retroalimentación inmediata. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Listado de los ejercicios seleccionados por el docente. 	<p>20'</p>

	<p>Evaluación:</p> <p>1. El docente evalúa de manera individual el grado de comprensión lograda por los alumnos a través de un <u>control escrito</u>; terminado éste, proporciona la retroalimentación del caso.</p>	<p>1. Fotocopias del control escrito.</p>	<p>20'</p>
	<p>Actividades de estructuración, profundización y ampliación:</p> <p>1. <u>Resolverán</u> algunos ejercicios de aplicación relacionados con el tema de funciones, que serán entregados en la clase siguiente.</p> <p>2. Utilizando una guía autoinstructiva entregada por el docente, para el uso del Winplot, los alumnos efectuarán algunos gráficos de funciones, a manera de familiarizarse con los comandos. Luego enviarán por correo electrónico sus trabajos al docente, el cual devolverá por el mismo medio la respectiva retroalimentación.</p>	<p>1. Guía de estudio del curso. 2. Guía autoinstructiva para el manejo del Winplot.</p>	

AUTO Y COEVALUACIÓN

Nombre y apellido del estudiante				
Curso	Nivelación en matemática <input type="checkbox"/>	Matemática 1 <input type="checkbox"/>	Matemática 2 <input type="checkbox"/>	
Bloque		Docente		
Trabajo Iniciación a la Investigación				

Estimado(a) estudiante, a continuación, te presentamos un conjunto de criterios para la evaluación de tu desempeño y el de tus compañeros de grupo a lo largo de la investigación. Recuerda ser justo y objetivo en tu calificación. Marca en la celda el puntaje que corresponda atendiendo a la siguiente escala:

Nunca: 1 Regularmente: 2 Medianamente: 3 Siempre: 4

Calificaciones:

Participantes del grupo	A	B	C	D	E	TOTAL

	Criterios
A	Actitud positiva y proactiva
B	Aportaciones creativas y de calidad
C	Respeto por la opinión de los demás
D	Participación activa en el PFM
E	Puntualidad

Firma: _____

EXPOSICIÓN ORAL DE LOS PFM

La exposición oral de los PFM debe entenderse como la parte final del proceso que han seguido los estudiantes en el curso de Fundamentos de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2, a lo largo del ciclo, y que tiene como propósito la comunicación oral a los demás de los resultados sobre lo que han logrado aprender, y lo que piensan sobre el proyecto que desarrollaron. Por esta razón, deben tener especial cuidado en dos aspectos fundamentales:

- La debida preparación y estudio del informe escrito.
- La exposición oral propiamente dicha.

Será necesario, por eso mismo, seguir algunas normas y recomendaciones para el logro de un óptimo desempeño en ambos niveles.

1. Las diapositivas deben ser entendidas como un elemento de soporte para el expositor. Por lo tanto, éstas únicamente incluirán las ideas principales a comentar.
2. No se debe leer al pie de la letra la información contenida en las diapositivas. Éstas únicamente contendrán los puntos considerados como indispensables para mantener la secuencia de la exposición.
3. Las diapositivas deben contener textos breves, espaciados y perfectamente legibles. Se recomienda un tipo de letra grande, así como una fuente en la que las palabras sean claramente leídas.
4. Está completamente prohibido pegar información de Internet a las diapositivas empleadas para la exposición. Si el expositor encuentra necesario emplear alguna cita, debe señalar la fuente de la cual obtuvo dicha información.
5. Para las exposiciones orales, en cada turno se han programado la presentación de dos grupos. El orden en el que se vayan a dar las exposiciones orales en cada turno será un estricto orden según el sorteo que cada docente realizó en su clase.

EVALUACIÓN DE LA EXPOSICIÓN ORAL DE LOS PFM

I. Datos generales:

II.

Área responsable	Dirección de Formación Básica - Coordinación de Ciencias Básicas	
Cursos	Nivelación en Matemática, Matemática 1, Matemática 2	
Docentes del curso	Barzola Esteban, Marcelo Benazic Tome, Renato Bravo Quispe, Carlos Cabanillas Zannini, Víctor Cabrera Zúñiga, Eduardo Díaz Nunja, Luis Eyzaguirre Espino, Luis Enrique	Ramos Riofrio, Arturo Ruíz Cumapa, Marco Serna Díaz, Raquel Tello Mena Terry, Marco Antonio Velázquez Castañón, Oswaldo Visurraga Reinoso, Roberto
Colaboradores	Ávila Arias, Rosa Bonifaz Rosales; Eusebio Calderón Arévalo, Carlos Cano Alva Trinidad, Jesús Cerna Figueroa; Edwin Palomino Vildoso, Rolando	Sandoval Peña, Juan Carlos Chavil Montenegro, Dante Del Castillo Oyarse, Fernando Morales Apaza, Alfonso Ochoa Madrid, Jazmín

III. Criterios por evaluar

Para el grupo:

Criterios	4	3	2	1
<u>Organización del equipo de trabajo:</u> División del trabajo. Todos los miembros tienen conocimiento sobre el tema expuesto. Uso correcto del tiempo asignado.				
<u>Preparación del mensaje:</u> Introducción al tema. Presentación del equipo. Presentación de los objetivos y de los aspectos generales a seguir durante la exposición.				
<u>Desarrollo de la exposición:</u> Orden de los estudiantes en la exposición. Nivel de profundidad en la investigación.				
<u>Desenlace de la exposición:</u> Finaliza con una síntesis o resumen. Presentación de las conclusiones y/o recomendaciones.				
<u>Uso de las TICs:</u> Las ayudas visuales son relevantes, están redactadas con corrección y sin errores ortográficos. Calidad de los gráficos (estadísticos, funciones, etc.)				

4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente

Para cada estudiante:

Criterios	4	3	2	1
<u>Dominio del contenido:</u> Manejo de conceptos y procedimientos relacionados al tema. Contesta las preguntas acertadamente.				
<u>Grado de preparación para la exposición:</u> Demuestra seguridad en su exposición. Uso adecuado en las diapositivas.				
<u>Desarrollo y fundamentación de una opinión personal:</u> Análisis profundo desarrollado por el estudiante. Sólidos argumentos presentados por el estudiante respecto al tema.				
<u>Estructura y orden en la exposición:</u> Coherencia entre lo presentado en Power Point y lo expuesto. Orden lógico y coherencia en el desarrollo de la exposición.				
<u>Dominio del lenguaje:</u> Registro formal, oraciones coherentes y amplio vocabulario. Tono (suave, cálido, frío) y volumen de voz adecuado. Capacidad para hacerse entender (transmite claramente las ideas). Lenguaje no verbal apropiado. Despierta el interés del público durante la exposición.				

4: Excelente 3: Bueno 2: Regular 1: Deficiente

PERCEPCIÓN SOBRE LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE ESTUDIANTES EN UNA UNIVERSIDAD PERUANA

Objetivo:

Indagar sobre cuáles son las **percepciones de los estudiantes** en relación con el desarrollo de los cursos de matemática, desde un enfoque por competencias, que han llevado durante su formación universitaria

Metodología:

La recolección de los datos se llevó a cabo mediante una entrevista semiestructurada con 12 ítems de respuesta abierta. La misma se aplicó a 11 estudiantes egresados de Estudios Generales que llevaron regularmente los cursos de nivelación de matemática, matemática 1 y matemática 2. Las categorías planteadas para el análisis de las percepciones serán el sistema de evaluación y la propuesta metodológica, complementariamente se analizará, la valoración de los estudiantes sobre la propuesta curricular de matemática.

Para el recojo de la información se grabaron videos de las entrevistas a los estudiantes, luego se realizó la transcripción mediante el **creator studio de youtube**, opción transcripción de video.

Se analizarán 125 páginas de transcripción textual de la entrevista semiestructurada, utilizando el software N-vivo, para enmarcar el análisis se eligió el Enfoque Funcional de las Matemáticas desde la OCDE. El análisis de la entrevista inicialmente estará orientado a través de las siguientes categorías.

Categorías de análisis a priori	Atributos
Valoración de la propuesta	1 y 11
Metodología	2, 3 ,4, 5, 6, 7 y 10
Evaluación	3, 4, 6, 7, 8 y 9

ANEXO:
GUIA DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Nombres y apellidos:

Facultad y carrera:

Edad:

¿Qué cursos de matemática has estudiado hasta este momento?

¿Recuerdas el nombre de los docentes con los que llevaste estos cursos?

1. ¿Qué opinión tienes en relación con el desarrollo de los cursos de matemática en USIL?
 - Explica las diferencias y semejanzas con la forma como has llevado los cursos de matemática antes de ingresar a esta universidad [Valoración propuesta]
2. Puedes explicarnos en qué consiste el **PFM** en el curso [metodología]
3. ¿Qué opinas en relación con la **sustentación** del PFM en los cursos de matemática? [Evaluación]/[metodología]
4. ¿Qué opinas en relación con la elaboración de los **videos** como evidencia de tu portafolio? [Evaluación]/[metodología]
5. ¿Qué opinas en relación con el uso de **las fichas** para el desarrollo de las clases? [metodología]
6. ¿Qué opinas en relación con **el portafolio** como parte del desarrollo del curso? [Evaluación]/[metodología]
7. ¿Qué opinas en relación con el desarrollo de las diferentes actividades en forma **grupal** dentro del desarrollo de las sesiones de clase? [Evaluación]/[metodología]
8. ¿Qué opinas de la forma como se ha evaluado en las prácticas y exámenes? [Evaluación]
9. ¿Qué puedes comentar sobre la evaluación en general que se ha empleado en el curso? [Evaluación]
10. ¿Puedes decirme qué actividades de las que se han realizado en el desarrollo del curso te ha parecido más interesante? ¿Por qué? [metodología]
11. ¿Consideras que los cursos de matemática serán útiles en tu vida personal y el resto de tu formación profesional? [Valoración propuesta]
12. ¿Qué opinas sobre la claridad en las pautas e instrucciones para las actividades y evaluaciones realizadas durante el curso de matemática? [metodología]

OPINIÓN SOBRE LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES EN UNA UNIVERSIDAD PERUANA

Objetivo:

- Recoger las opiniones (sugerencias/necesidades) sobre la formación matemática de los estudiantes de la Facultad de Negocios.

Muestra:

- Coordinadores de cursos afines a los cursos de matemática, en la Facultad de Negocios

Metodología:

- La recolección de los datos se llevó a cabo mediante una entrevista semiestructurada con 3 ítems de respuesta abierta. La misma se aplicó a 4 Coordinadores de la Facultad de Negocios que tuvieron a su cargo curso afines a los cursos de matemática en la Facultad de Negocios, meses antes del inicio de la aplicación de la PC MAET. Las categorías planteadas para el análisis serán las competencias/habilidades, los contenidos sugeridos y sugerencias en general.
- Para el recojo de la información se grabaron videos de la entrevista a los coordinadores, luego se realizó la transcripción mediante el **creator studio de youtube**, opción transcripción de video.

ANEXO:

GUÍA DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

Nombres y apellidos:

Formación profesional:

Grado académico más alto:

¿Qué cursos enseña en este momento en la Facultad?

¿Qué cargo asume actualmente en su Facultad?

En su opinión:

1. ¿Qué capacidades o habilidades matemáticas considera demandan hoy los estudiantes al enfrentar los cursos de especialidad?
2. ¿Qué contenidos considera indispensables en su formación matemática, para que tenga un buen desempeño en su carrera?
3. ¿Qué otras sugerencias adicionales podrían darnos para potenciar la formación matemática de los estudiantes de Estudios Generales?

PROCESO DE EVALUACIÓN POR EXPERTOS

“Cuestionario para evaluar la competencia matemática, en estudiantes ingresantes a USIL”

Estimado Evaluador:

Nos ponemos en contacto con usted para solicitar su participación como experto en la validación del cuestionario para evaluar la competencia matemática. Con dicho instrumento, se pretende valorar el nivel de logro inicial que, en dicha competencia, tienen los ingresantes a USIL.

Para tal efecto, presentamos 31 ítems en el cuestionario. Cada uno de ellos presenta una ficha resumen de descripción, en términos de las siguientes dimensiones:

- Procesos: formulación, empleo e interpretación
- Capacidades: comunicación matemática, matematización y representación, y estrategias y cálculo
- Contextos: personal, social, profesional y científico
- Contenidos: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones
- Niveles de dificultad: 1, 2 y 3

La prueba contiene en total 3 tipos de ítems. El primero, para seleccionar la clave; el segundo, para completar la respuesta; y el tercero, para desarrollar la solución del mismo. Para resolverla, será permitido el uso de la calculadora.

También adjuntamos un manual, donde se describen cada una de las dimensiones de la competencia matemática que se está evaluando en el cuestionario, con el fin de que pueda consultarlo si tuviera alguna duda.

En este sentido, para el proceso de validación, le pedimos que en la ficha de cada ítem:

Primero, lea cuidadosamente cada enunciado y resuelva el ítem en forma clara en el espacio en blanco asignado, justificando la solución al problema.

Segundo, se le agradecerá que ratifique, para cada una de las 5 dimensiones de la competencia matemática, la opción que se ha seleccionado o, de ser el caso, nos haga saber su observación y/o sugerencia sobre dicha selección en el espacio correspondiente.

Tercero, pueda valorar la formulación y pertinencia de cada ítem y, de ser el caso, indique en la sección de observaciones algún comentario y/o sugerencia que usted tuviera.

Gracias por su aporte

IDENTIFICACIÓN INSTITUCIONAL

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN

Nombres y apellidos:

N° de DNI:

Grado alcanzado:

Institución que otorgo el grado:

País:

Cargo actual:

Institución(es) donde trabaja:

Correo electrónico personal:

Por medio de la presente, hago constar que he revisado, con fines de validación de contenido, todo el instrumento (*cuestionario para evaluar las competencias matemáticas*), a efectos de su aplicación a los estudiantes ingresantes a la USIL.

Luego de hacer la revisión minuciosa de cada ítem, he formulado las sugerencias detalladas en la ficha de cada ítem, según corresponda.

Lima,..... de octubre del.....

.....

Firma

1. En la ciudad de Arequipa, dos diarios quieren contratar vendedores. Los siguientes anuncios muestran como pagan a sus vendedores.

DIARIO EL MISTI
¿NECESITAS DINERO EXTRA? VENDE NUESTRO PERIÓDICO
Pagamos 0,2 soles por periódico para los primeros 240 ejemplares que vendas en una semana, más 0,40 soles por cada periódico adicional vendido.

DIARIO EL PUEBLO
GANAR MUCHO EN POCO TIEMPO
Vende el *Diario El Pueblo* y gana 60 soles a la semana más 0,05 soles adicionales por periódico vendido.

Pregunta 1

En promedio, Carlos vende 350 ejemplares del diario *El Misti* cada semana. ¿Cuánto gana cada semana en promedio?

Cantidad en soles:

Solución:

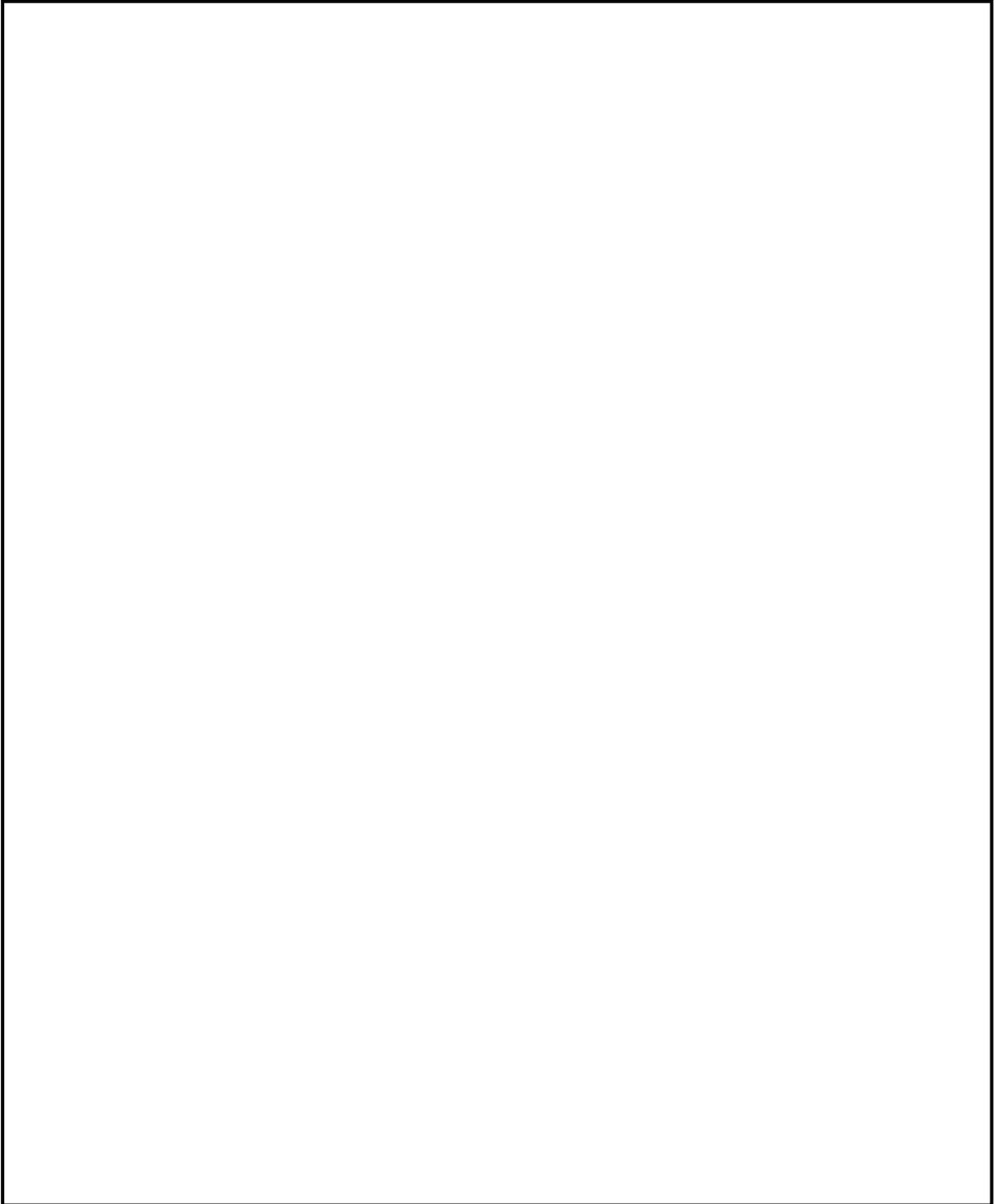
Dimensiones de la Competencia Matemática	
Proceso	<input checked="" type="checkbox"/> Formulación matemática de las situaciones <input type="checkbox"/> Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos <input type="checkbox"/> Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos Observaciones:
Capacidad matemática fundamental	<input type="checkbox"/> Comunicación matemática <input checked="" type="checkbox"/> Matematización y representación <input type="checkbox"/> Estrategias y cálculo Observaciones:
Contexto matemático	<input type="checkbox"/> Personal <input checked="" type="checkbox"/> Profesional <input type="checkbox"/> Social <input type="checkbox"/> Científico Observaciones:
Contenido matemático	<input type="checkbox"/> Cantidad <input type="checkbox"/> Espacio y forma <input checked="" type="checkbox"/> Cambio y relaciones Observaciones:
Nivel de dificultad	<input checked="" type="checkbox"/> Nivel 1 <input type="checkbox"/> Nivel 2 <input type="checkbox"/> Nivel 3 Observaciones:
Valoración de la Formulación y Pertinencia de cada ítem	
Formulación	<i>Defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem.</i> <input type="checkbox"/> Adecuada <input type="checkbox"/> No adecuada <input type="checkbox"/> A mejorar Observaciones:
Pertinencia	<i>Indique el grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión.</i> <input type="checkbox"/> Pertinente <input type="checkbox"/> no pertinente <input type="checkbox"/> Con dudas Observaciones:

Pregunta 2

Daysi vende el diario *El Pueblo*. Una semana ganó 74 soles. ¿Cuántos periódicos vendió esa semana?

Número de periódicos vendidos:

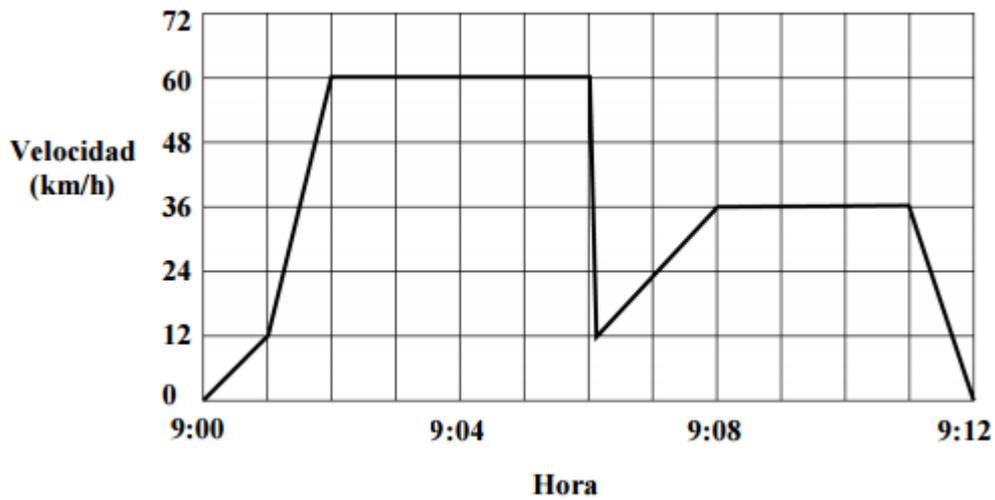
Solución:



Dimensiones de la Competencia Matemática	
Proceso	<input checked="" type="checkbox"/> Formulación matemática de las situaciones <input type="checkbox"/> Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos <input type="checkbox"/> Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos Observaciones:
Capacidad matemática fundamental	<input type="checkbox"/> Comunicación matemática <input checked="" type="checkbox"/> Matematización y representación <input type="checkbox"/> Estrategias y cálculo Observaciones:
Contexto matemático	<input type="checkbox"/> Personal <input checked="" type="checkbox"/> Profesional <input type="checkbox"/> Social <input type="checkbox"/> Científico Observaciones:
Contenido matemático	<input type="checkbox"/> Cantidad <input type="checkbox"/> Espacio y forma <input checked="" type="checkbox"/> Cambio y relaciones Observaciones:
Nivel de dificultad	<input checked="" type="checkbox"/> Nivel 1 <input type="checkbox"/> Nivel 2 <input type="checkbox"/> Nivel 3 Observaciones:
Valoración de la Formulación y Pertinencia de cada ítem	
Formulación	<i>Defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem.</i> <input type="checkbox"/> Adecuada <input type="checkbox"/> No adecuada <input type="checkbox"/> A mejorar Observaciones:
Pertinencia	<i>Indique el grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión.</i> <input type="checkbox"/> Pertinente <input type="checkbox"/> no pertinente <input type="checkbox"/> Con dudas Observaciones:

2. Mónica fue a dar un paseo con su coche. Durante el paseo, un gato se cruzó delante del coche. Mónica frenó de golpe y esquivó al gato. Ligeramente afectada, Mónica decidió volver a casa.

El gráfico siguiente es un registro simplificado de la velocidad del coche durante el paseo.



Pregunta 1

¿Cuál fue la velocidad máxima del coche durante el paseo?

Velocidad máxima: km/h.

Solución:

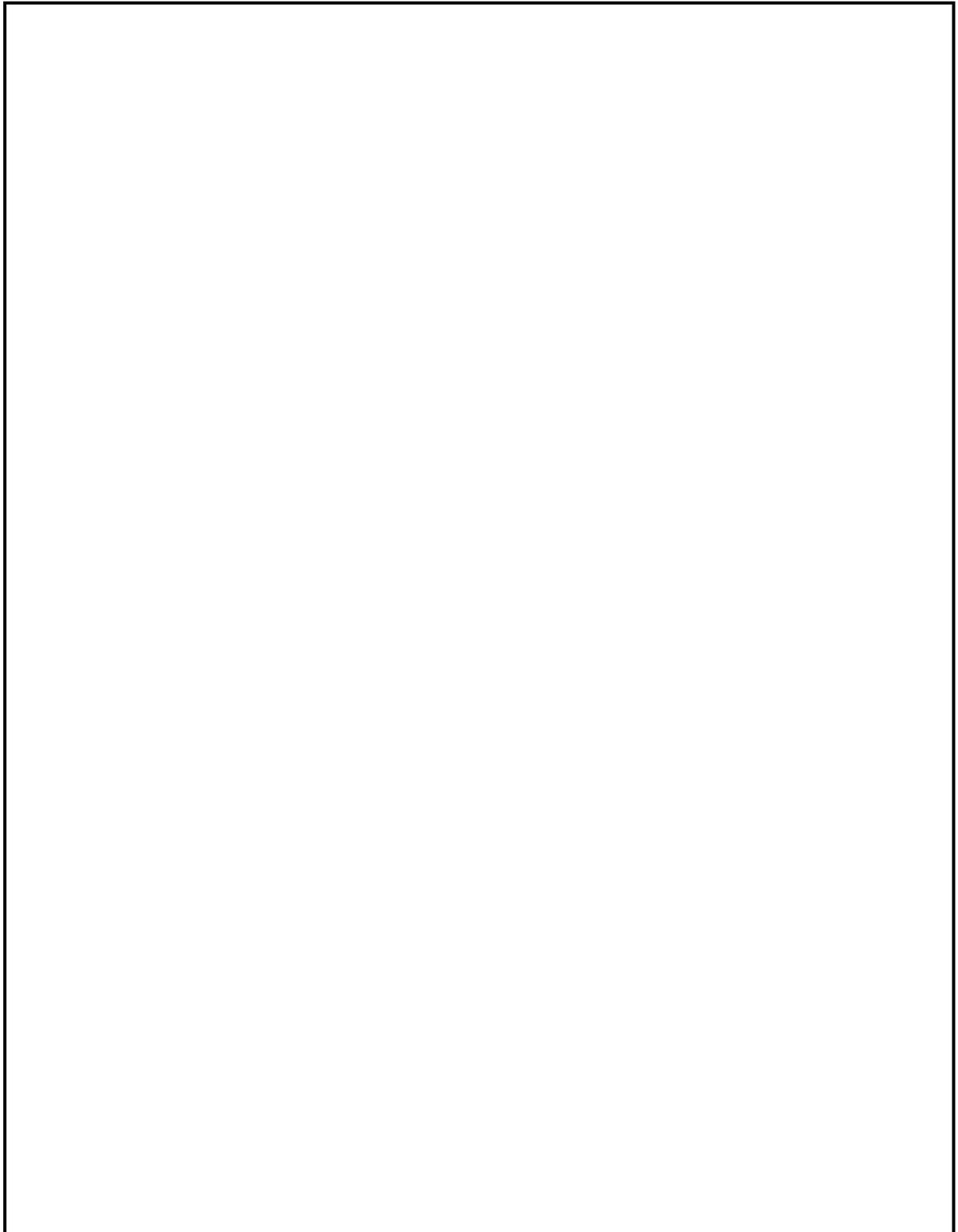
Dimensiones de la Competencia Matemática	
Proceso	<input checked="" type="checkbox"/> Formulación matemática de las situaciones <input type="checkbox"/> Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos <input type="checkbox"/> Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos Observaciones:
Capacidad matemática fundamental	<input checked="" type="checkbox"/> Comunicación matemática <input type="checkbox"/> Matematización y representación <input type="checkbox"/> Estrategias y cálculo Observaciones:
Contexto matemático	<input type="checkbox"/> Personal <input type="checkbox"/> Profesional <input checked="" type="checkbox"/> Social <input type="checkbox"/> Científico Observaciones:
Contenido matemático	<input type="checkbox"/> Cantidad <input type="checkbox"/> Espacio y forma <input checked="" type="checkbox"/> Cambio y relaciones Observaciones:
Nivel de dificultad	<input checked="" type="checkbox"/> Nivel 1 <input type="checkbox"/> Nivel 2 <input type="checkbox"/> Nivel 3 Observaciones:
Valoración de la Formulación y Pertinencia de cada ítem	
Formulación	<i>Defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem.</i> <input type="checkbox"/> Adecuada <input type="checkbox"/> No adecuada <input type="checkbox"/> A mejorar Observaciones:
Pertinencia	<i>Indique el grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión.</i> <input type="checkbox"/> Pertinente <input type="checkbox"/> no pertinente <input type="checkbox"/> Con dudas Observaciones:

Pregunta 2

¿Qué hora era cuando Mónica frenó de golpe para evitar atropellar al gato?

Respuesta:

Solución:



Dimensiones de la Competencia Matemática	
Proceso	<input checked="" type="checkbox"/> Formulación matemática de las situaciones <input type="checkbox"/> Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos <input type="checkbox"/> Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos Observaciones:
Capacidad matemática fundamental	<input checked="" type="checkbox"/> Comunicación matemática <input type="checkbox"/> Matematización y representación <input type="checkbox"/> Estrategias y cálculo Observaciones:
Contexto matemático	<input type="checkbox"/> Personal <input type="checkbox"/> Profesional <input checked="" type="checkbox"/> Social <input type="checkbox"/> Científico Observaciones:
Contenido matemático	<input type="checkbox"/> Cantidad <input type="checkbox"/> Espacio y forma <input checked="" type="checkbox"/> Cambio y relaciones Observaciones:
Nivel de dificultad	<input checked="" type="checkbox"/> Nivel 1 <input type="checkbox"/> Nivel 2 <input type="checkbox"/> Nivel 3 Observaciones:
Valoración de la Formulación y Pertinencia de cada ítem	
Formulación	<i>Defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem.</i> <input type="checkbox"/> Adecuada <input type="checkbox"/> No adecuada <input type="checkbox"/> A mejorar Observaciones:
Pertinencia	<i>Indique el grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión.</i> <input type="checkbox"/> Pertinente <input type="checkbox"/> no pertinente <input type="checkbox"/> Con dudas Observaciones:

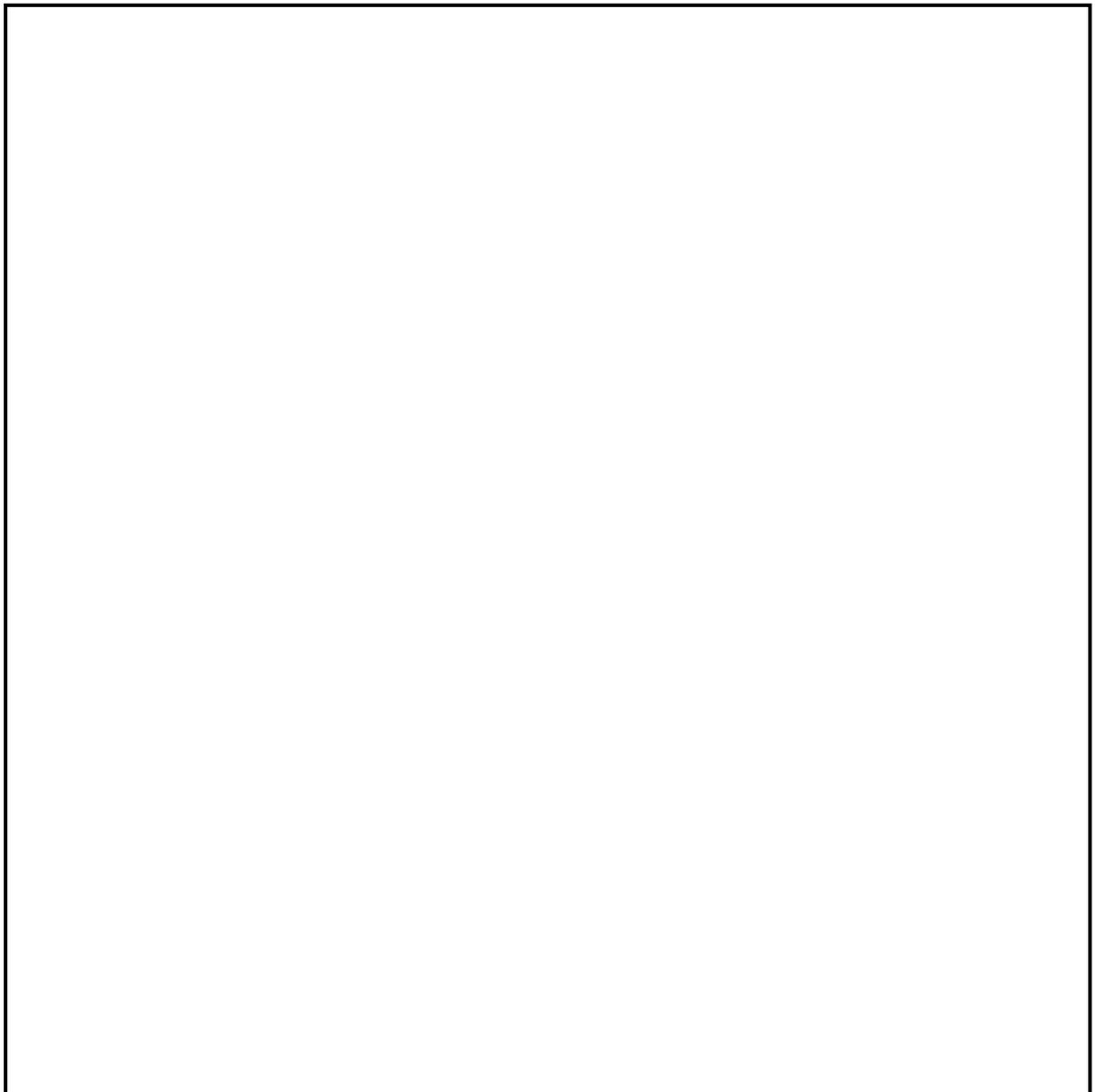
Pregunta 3

¿Puede decir, a partir del gráfico, si el camino que tomó Mónica para volver a su casa fue más corto que el que hizo desde su casa hasta el lugar donde ocurrió el incidente con el gato?

Explique su respuesta utilizando la información que proporciona el gráfico

.....
.....
.....
.....

Solución:



Dimensiones de la Competencia Matemática	
Proceso	<input type="checkbox"/> Formulación matemática de las situaciones <input type="checkbox"/> Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos <input checked="" type="checkbox"/> Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos Observaciones:
Capacidad matemática fundamental	<input checked="" type="checkbox"/> Comunicación matemática <input type="checkbox"/> Matematización y representación <input type="checkbox"/> Estrategias y cálculo Observaciones:
Contexto matemático	<input type="checkbox"/> Personal <input type="checkbox"/> Profesional <input checked="" type="checkbox"/> Social <input type="checkbox"/> Científico Observaciones:
Contenido matemático	<input type="checkbox"/> Cantidad <input type="checkbox"/> Espacio y forma <input checked="" type="checkbox"/> Cambio y relaciones Observaciones:
Nivel de dificultad	<input type="checkbox"/> Nivel 1 <input type="checkbox"/> Nivel 2 <input checked="" type="checkbox"/> Nivel 3 Observaciones:
Valoración de la Formulación y Pertinencia de cada ítem	
Formulación	<i>Defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem.</i> <input type="checkbox"/> Adecuada <input type="checkbox"/> No adecuada <input type="checkbox"/> A mejorar Observaciones:
Pertinencia	<i>Indique el grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión.</i> <input type="checkbox"/> Pertinente <input type="checkbox"/> no pertinente <input type="checkbox"/> Con dudas Observaciones:

Tabla 11: Definición operacional de la variable Competencia Matemática

CAPACIDADES MATEMATICAS	ÍTEMS	PROCESO MATEMÁTICO	CONTEXTO	CONTENIDO
Comunicación Matemática	CM3	Interpretación	Social	Cantidad
	CM12	Interpretación	Social	Cambio y relaciones
	CM13	Formulación	Social	Cambio y relaciones
	CM14	Formulación	Social	Cambio y relaciones
	CM15	Interpretación	Social	Cambio y relaciones
Matematización y Representación	CM1	Empleo	Social	Cantidad
	CM 2	Empleo	Social	Cantidad
	CM 4	Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 5	Formulación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 6	Interpretación	Profesional	Cambio y relaciones
	CM 10	Formulación	Social	Cantidad
	CM 11	Formulación	Social	Cambio y relaciones
Estrategias y Cálculo	CM 7	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 8	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 9	Empleo	Científico	Cambio y relaciones
	CM 16	Empleo	Personal	Cantidad
	CM 17	Empleo	Personal	Cantidad
	CM 18	Empleo	Profesional	Espacio y forma
	CM 19	Empleo	Profesional	Espacio y forma
	CM 20	Empleo	Profesional	Espacio y forma

Fuente: Eyzaguirre, Bazán y Cardoso (en prensa). Ver anexo 02

Tabla 12: Definición operacional: Categorías de Actitud en base a percentiles del puntaje de EAHM-U

DIMENSION	DESCRIPCIÓN	ÍTEMS	PUNTAJE EAHM-U	CATEGORÍAS
Afectividad	Refleja el agrado o desagrado hacia el curso de matemática. Si un alumno tiene más afecto por la matemática es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	10, 15, 17, 19, 22, 28, 32, 34	Las calificaciones se basarán en la recodificación que se hace de las expresiones TD : Totalmente en desacuerdo D : En desacuerdo I : Indiferente A : Acuerdo TA : Totalmente de Acuerdo En base al sentido de la escala (si es negativo o positivo)	Categorías de Actitud en base a percentiles de la EAHM-U P ₂₀ P ₄₀ P ₆₀ P ₈₀ Muy favorable Favorable Indiferente Desfavorable Muy desfavorable
Aplicabilidad	Refleja la valoración al curso de matemática en términos de su aplicabilidad. Si un alumno perciba que la matemática es aplicada es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	6, 9, 13, 20, 30, 33, 3, 16, 21		
Habilidad	Refleja la confianza en la propia habilidad matemática. Si un alumno presenta una mayor habilidad es esperada una mejor actitud hacia el curso de matemática.	1, 2, 5, 7, 8, 12, 25, 31		
Ansiedad	Refleja las reacciones comportamentales de ansiedad frente al curso. Si un alumno presenta una mayor aversión o conductas de ansiedad frente al curso es esperada una peor actitud hacia el curso de matemática.	4, 11, 14, 18, 27, 23, 24, 26, 29		

ítems positivos: 1,2,3,6,8,9,10,11,16,17,18,19,22,24,25,26,27,31. Ver anexo

Tabla 13: Definición operacional: Comprensión Lectora

DIMENSION	CÓDIGO	N° ÍTEM EN LA NUEVA VERSION	TIPO	INDICADOR	DESCRIPCIÓN
TEXTUAL	CLA11	3	Original	A1	Recuperar o reconocer significado
	CLIP12	2	Original	A2	Generar significado
	CLP21	7	Original	B1	Identificar o relacionar predicados y argumentos
	CLMI11	13	Creado	C1	Establecer relaciones de coherencia referencial;
	CLMA21	5	Original	D2	Establecer relaciones de coherencia condicional
	CLMA22	6	Original		
	CLMA23	8	Original		
	CLMA23	12	Creado		
	CLMA23	14	creado		
	CLMA31	10	Original	D3	Establecer relaciones de coherencia funcional;
CLMA41	4	Original	D4	Determinar la organización lógica de los contenidos y de las estructuras (formatos) textuales.	
PRAGMÁTICA	CP31	1	Creado	E3	Determinar los propósitos del texto;
CRÍTICA	CC11	11	Creado	F1	Transferir información; recontextualizar información, utilizar la información para resolver problemas y realizar otras actividades de naturaleza reflexiva)
	CLC12	9	Creado		

Fuente: Riffo 2011

CONSENTIMIENTO INFORMADO

La presente investigación "*Propuesta curricular para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios*", conducida por el doctorando Mg. Luis Enrique Eyzaguirre Espino, tiene el propósito de aportar una propuesta curricular para el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes universitarios, utilizando para ello en un primer nivel el paradigma socio cognitivo, y en un segundo nivel el Enfoque Funcional de la Matemática, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y el Enfoque Socio Crítico de las Matemática; cuyos resultados servirán a la comunidad académica en general para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá participar en una primera fase en una entrevista semi-estructurada sobre sus creencias sobre competencias matemáticas y su implicancia en el diseño curricular y en una segunda fase en un grupo de enfoque para conocer su percepción sobre la implementación de la propuesta curricular, tras su experiencia en el proceso de instrucción. Esto tomará aproximadamente 1 hora de su tiempo en cada ocasión.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas a la entrevista serán transcritas y codificadas usando un número de identificación y, por lo tanto, serán anónimas.

Durante su participación en ellas, si alguna de las preguntas durante la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.

Desde ya le agradecemos su participación.

Luis Enrique Eyzaguirre Espino
Investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo..... FREDY ANDRÉS ORTIZ DÍAZ

DNI: 45467238

Docente del Curso: MATEMÁTICA I

Declaro que:

He leído la hoja de consentimiento voluntario que me ha sido entregada

He tenido oportunidad de efectuar preguntas sobre el estudio

He recibido respuestas satisfactorias

He recibido suficiente información en relación con el estudio

He hablado directamente con el investigador

Entiendo que la participación es voluntaria

Entiendo que puedo abandonar la entrevista cuando lo desee sin que tenga que dar explicaciones

Conozco que los datos serán tratados y custodiados con respeto a mi intimidad.

Por lo anteriormente mencionado, declaro que he leído y conozco el contenido del presente documento, comprendo los compromisos que asumo y los acepto expresamente y por ello firmo este consentimiento informado de forma voluntaria para MANIFESTAR MI DESEO DE PARTICIPAR EN ESTE ESTUDIO DE INVESTIGACION.



Nombre y Apellido: FREDDY ANDRÉS ORTIZ DÍAZ

.....
PARTICIPANTE

CONSENTIMIENTO INFORMADO

La presente investigación "*Propuesta curricular para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios*", conducida por el doctorando Mg. Luis Enrique Eyzaguirre Espino, tiene el propósito de aportar una propuesta curricular para el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes universitarios, utilizando para ello en un primer nivel el paradigma socio cognitivo, y en un segundo nivel el Enfoque Funcional de la Matemática, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y el Enfoque Socio Crítico de las Matemática; cuyos resultados servirán a la comunidad académica en general para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá participar en una primera fase en una entrevista semi-estructurada sobre sus creencias sobre competencias matemáticas y su implicancia en el diseño curricular y en una segunda fase en un grupo de enfoque para conocer su percepción sobre la implementación de la propuesta curricular, tras su experiencia en el proceso de instrucción. Esto tomará aproximadamente 1 hora de su tiempo en cada ocasión.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas a la entrevista serán transcritas y codificadas usando un número de identificación y, por lo tanto, serán anónimas.

Durante su participación en ellas, si alguna de las preguntas durante la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.

Desde ya le agradecemos su participación.

Luis Enrique Eyzaguirre Espino
Investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo JEXY ARTURO REYNA MEDINA

DNI: 08131583

Docente del Curso: MATEMÁTICA I y II

Declaro que:

He leído la hoja de consentimiento voluntario que me ha sido entregada
He tenido oportunidad de efectuar preguntas sobre el estudio
He recibido respuestas satisfactorias
He recibido suficiente información en relación con el estudio
He hablado directamente con el investigador
Entiendo que la participación es voluntaria
Entiendo que puedo abandonar la entrevista cuando lo desee sin que tenga que dar explicaciones
Conozco que los datos serán tratados y custodiados con respeto a mi intimidad.

Por lo anteriormente mencionado, declaro que he leído y conozco el contenido del presente documento, comprendo los compromisos que asumo y los acepto expresamente y por ello firmo este consentimiento informado de forma voluntaria para MANIFESTAR MI DESEO DE PARTICIPAR EN ESTE ESTUDIO DE INVESTIGACION.

JEXY ARTURO REYNA MEDINA

Nombre y Apellido:

.....
PARTICIPANTE



CONSENTIMIENTO INFORMADO

La presente investigación "*Propuesta curricular para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios*", conducida por el doctorando Mg. Luis Enrique Eyzaguirre Espino, tiene el propósito de aportar una propuesta curricular para el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes universitarios, utilizando para ello en un primer nivel el paradigma socio cognitivo, y en un segundo nivel el Enfoque Funcional de la Matemática, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y el Enfoque Socio Crítico de las Matemática; cuyos resultados servirán a la comunidad académica en general para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá participar en una primera fase en una entrevista semi-estructurada sobre sus creencias sobre competencias matemáticas y su implicancia en el diseño curricular y en una segunda fase en un grupo de enfoque para conocer su percepción sobre la implementación de la propuesta curricular, tras su experiencia en el proceso de instrucción. Esto tomará aproximadamente 1 hora de su tiempo en cada ocasión.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se usará para ningún otro propósito fuera de los de esta investigación. Sus respuestas a la entrevista serán transcritas y codificadas usando un número de identificación y, por lo tanto, serán anónimas.

Durante su participación en ellas, si alguna de las preguntas durante la entrevista le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.

Desde ya le agradecemos su participación.

Luis Enrique Eyzaguirre Espino
Investigador

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, Alex Lenin Vázquez Torres

DNI: 16759293

Docente del Curso: Nivelación en matemática B y A

Declaro que:

He leído la hoja de consentimiento voluntario que me ha sido entregada
He tenido oportunidad de efectuar preguntas sobre el estudio
He recibido respuestas satisfactorias
He recibido suficiente información en relación con el estudio
He hablado directamente con el investigador
Entiendo que la participación es voluntaria
Entiendo que puedo abandonar la entrevista cuando lo desee sin que tenga que dar explicaciones
Conozco que los datos serán tratados y custodiados con respeto a mi intimidad.

Por lo anteriormente mencionado, declaro que he leído y conozco el contenido del presente documento, comprendo los compromisos que asumo y los acepto expresamente y por ello firmo este consentimiento informado de forma voluntaria para MANIFESTAR MI DESEO DE PARTICIPAR EN ESTE ESTUDIO DE INVESTIGACION.

Alex 
Nombre y Apellido: Alex Lenin Vasquez Torres
PARTICIPANTE

PROPUESTA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LAS ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

por Luis Enrique Eyzaguirre Espino

Fecha de entrega: 22-feb-2020 11:11a.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 1261981249

Nombre del archivo: Tesis_Doctorado_LEEE_220220_sin_comentarios.pdf (5.59M)

Total de palabras: 71312

Total de caracteres: 396793

PROPUESTA CURRICULAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Y LAS ACTITUDES HACIA LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

INFORME DE ORIGINALIDAD

11%

INDICE DE SIMILITUD

10%

FUENTES DE INTERNET

3%

PUBLICACIONES

7%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	porticus.usantotomas.edu.co Fuente de Internet	2%
2	Submitted to Universidad Cesar Vallejo Trabajo del estudiante	1%
3	Submitted to Universidad Santo Tomas Trabajo del estudiante	<1%
4	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	<1%
5	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1%
6	www.ugr.es Fuente de Internet	<1%
7	mriuc.bc.uc.edu.ve Fuente de Internet	<1%
8	funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet	<1%

9	www.usil.edu.pe Fuente de Internet	<1%
10	www.estadis.net Fuente de Internet	<1%
11	www.seiem.es Fuente de Internet	<1%
12	www.hipatiapress.info Fuente de Internet	<1%
13	clame.org.mx Fuente de Internet	<1%
14	www.uns.edu.pe Fuente de Internet	<1%
15	www.upo.es Fuente de Internet	<1%
16	cibem.org Fuente de Internet	<1%
17	issuu.com Fuente de Internet	<1%
18	raco.cat Fuente de Internet	<1%
19	es.scribd.com Fuente de Internet	<1%
20	Submitted to Pontificia Universidad Catolica del	<1%

Peru

Trabajo del estudiante

21	edoc.pub Fuente de Internet	<1%
22	diposit.ub.edu Fuente de Internet	<1%
23	www.hets.org Fuente de Internet	<1%
24	tesis.pucp.edu.pe Fuente de Internet	<1%
25	www.cibem.org Fuente de Internet	<1%
26	www.tdx.cat Fuente de Internet	<1%
27	revistas.unimilitar.edu.co Fuente de Internet	<1%
28	Submitted to Universidad Internacional de la Rioja Trabajo del estudiante	<1%
29	www7.uc.cl Fuente de Internet	<1%
30	docente.ulagos.cl Fuente de Internet	<1%
31	repositorio.flacsoandes.edu.ec	

Fuente de Internet

<1%

32

www.scribd.com

Fuente de Internet

<1%

33

revistas.uraccan.edu.ni

Fuente de Internet

<1%

34

ruc.udc.es

Fuente de Internet

<1%

35

repositorio.uns.edu.pe

Fuente de Internet

<1%

36

riunet.upv.es

Fuente de Internet

<1%

37

www.spring-alfa-pucv.cl

Fuente de Internet

<1%

38

matematicascreativasparati.blogspot.com

Fuente de Internet

<1%

39

repositorio.unsa.edu.pe

Fuente de Internet

<1%

40

e-spacio.uned.es

Fuente de Internet

<1%

41

docplayer.es

Fuente de Internet

<1%

42

www.ceducar.info

Fuente de Internet

<1%

43 enfoqueontosemiotico.ugr.es <1 %
Fuente de Internet

44 repositorio.ucv.edu.pe <1 %
Fuente de Internet

45 www.revistas.una.ac.cr <1 %
Fuente de Internet

46 tesisbelencompetenciasdigitales.blogspot.com <1 %
Fuente de Internet

47 reunir.unir.net <1 %
Fuente de Internet

48 www.tems.edu.uy <1 %
Fuente de Internet

49 www2.cesdonbosco.com <1 %
Fuente de Internet

50 Submitted to Unviersidad de Granada <1 %
Trabajo del estudiante

51 cibem7.semur.edu.uy <1 %
Fuente de Internet

52 static.ima.ucv.cl.s3.amazonaws.com <1 %
Fuente de Internet

53 www.rilco.org.mx <1 %
Fuente de Internet

54 dokumen.site

Fuente de Internet

<1%

55

Submitted to Universidad Continental

Trabajo del estudiante

<1%

56

revistaiime.org

Fuente de Internet

<1%

57

prezi.com

Fuente de Internet

<1%

58

uvadoc.uva.es

Fuente de Internet

<1%

59

repositorio.uladech.edu.pe

Fuente de Internet

<1%

60

Submitted to Universidad Nacional del Santa

Trabajo del estudiante

<1%

61

www.scielo.org.mx

Fuente de Internet

<1%

62

eprints.ucm.es

Fuente de Internet

<1%

63

digibug.ugr.es

Fuente de Internet

<1%

64

repositorio.usil.edu.pe

Fuente de Internet

<1%

65

creativecommons.org

Fuente de Internet

<1%

66 upcommons.upc.edu <1%
Fuente de Internet

67 tesis.ipn.mx <1%
Fuente de Internet

68 www.redalyc.org <1%
Fuente de Internet

69 accedacris.ulpgc.es <1%
Fuente de Internet

70 pt.scribd.com <1%
Fuente de Internet

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias

< 15 words

Excluir bibliografía

Activo