UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

ESPECIALIDAD FÍSICA Y MATEMÁTICA

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

MONOGRAFÍA PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN; ESPECIALIDAD: FÍSICA Y MATEMÁTICA

AUTOR:

Bach. FÉLIX ALEXANDER SOTERO CABALLERO

ASESOR:

Dr. TEODORO MOORE FLORES

NUEVO CHIMBOTE, PERÚ 2020

HOJA DE CONFORMIDAD DEL ASESOR

La presente monografía titulada **EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS,** se ha efectuado según el reglamento para obtener el título profesional de Licenciado en Educación, mediante la modalidad de Suficiencia Profesional por tal motivo firmo el trabajo monográfico en calidad de asesor.

TEODORO MOORE FLORES

HOJA DE CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR

Terminada la sustentación de la monografía titulada **EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS,** se considera aprobado al Bachiller Félix Sotero, dejando constancia de ello el jurado integrado por:

DR. FIDEL VERA OBESO
Presidente

DR. TEODORO MOORE FLORES
Secretario

MS. JOSÉ CIELO SANDOVAL
Integrante

"Año de la Universalización de la Salud"

ACTA DE INSTALACIÓN, APLICACIÓN Y CALIFICACIÓN DEL EXAMEN DE SUFICIENCIA PROFESIONAL DEL SR. FELIX ALEXANDER SOTERO CABALLERO DE LA E.P. EDUCACIÓN SECUNDARIA: ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA.

REF. : T. RESOLUCIÓN DECANATURAL VIRTUAL N° 104-2020-UNS-DFEH

Siendo las 9:00 horas, del día 04 de diciembre de 2020, se reunieron en vía zoom los miembros del Jurado Evaluador: Dr. Fidel Vera Obeso (Presidente), Ms. Teodoro Moore Flores (s) y Ms. José Cielo Sandoval (Integrante) con la finalidad de llevar a cabo el Examen de Suficiencia Profesional del Bach. ***FELIX ALEXANDER SOTERO CABALLERO*** *(Cód. Mat. N°199933047), de la E.P. Educación Secundaria, Especialidad: Física y Matemática, en merito a la Transcripción de Resolución Decanatural Virtual N° 104-2020-UNS-DFEH (25.09.2020) y a lo dispuesto al Art. 45° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Santa. El Examen el cual se adjunta se llevó a cabo el:*

DIA: VIERNES 04 DE DICIEMBRE DE 2020

HORA: 10:00 a.m. VÍA: ZOOM

Luego de finalizado el Examen se procedió a la calificación correspondiente. Siendo el resultado el siguiente:

APELLIDOS Y NOMBRES	NOTA	CONDICIÓN
SOTERO CABALLERO, FELIX ALEXANDER	**15**	**APROBADO**

Por lo que según el Art. 62° del Reglamento General para obtener el Grado Académico de Bachiller y el Título Profesional de la UNS (Resolución N° 471-2002-CU-R-UNS), quedó ***EXPEDITO*** *para la sustentación de la Monografía denominada: "APLICACIÓN DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO", fijado para el:*

DÍA: LUNES 21 DE DICIEMBRE DE 2020

HORA: 3:00 p.m. VÍA: ZOOM

Concluido el Examen de Suficiencia Profesional, siendo las 1:10 p.m. del mismo día, firman la presente en señal de conformidad.

DR. FIDEL VERA OBESO
Presidente

DR. TEODORO MOORE FLORES
Secretario

MS. JOSÉ CIELO SANDOVAL
Integrante

ACTA DE CALIFICACIÓN DE LA SUSTENTACIÓN DE LA MONOGRAFÍA DEL SR. FELIX ALEXANDER SOTERO CABALLERO DE LA E.P. EDUCACIÓN SECUNDARIA: ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA.

REF. : T. RESOLUCIÓN DECANATURAL VIRTUAL N° 104-2020-UNS-DFEH

Siendo las 15:00 horas, del día 21 de diciembre de 2020, se reunieron en vía zoom los miembros del Jurado Evaluador: Dr. Fidel Vera Obeso (Presidente), Ms. Teodoro Moore Flores (Secretario) y Ms. José Cielo Sandoval (Integrante) con la finalidad de llevar a cabo la Sustentación de la monografía denominada "APLICACIÓN DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO" del Bach. ***FELIX ALEXANDER SOTERO CABALLERO*** *(Cód. Mat. N°199933047), de la E.P. Educación Secundaria, Especialidad: Física y Matemática, en mérito a la Transcripción de Resolución Decanatural Virtual N° 104-2020-UNS-DFEH (25.09.2020) y a lo dispuesto al Art. 45° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Santa.* Por lo que según el Art. 62° del Reglamento General para obtener el Grado Académico de Bachiller y el Título Profesional de la UNS (Resolución N° 471-2002-CU-R-UNS), quedó **EXPEDITO** para la sustentación de la Monografía denominada: *"APLICACIÓN DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO"*, fijado para el:

DÍA: LUNES 21 DE DICIEMBRE DE 2020

HORA: 3:00 p.m. VÍA: ZOOM

Terminada la sustentación de la Monografía el bachiller respondió a las preguntas formuladas por los miembros del Jurado Evaluador, obteniendo la nota ***DIECIOCHO (18).***

Concluido el proceso del Examen de Suficiencia Profesional, se obtuvo el siguiente resultado:

APELLIDOS Y NOMBRES	EXAMEN ESCRITO	SUSTENT. MONOGRAF.	PROM.	CONDICIÓN
SOTERO CABALLERO, FELIX ALEXANDER	**15**	**18**	**17**	**APROBADO**

Siendo las 4:00 p.m. del mismo día, se dio por concluido el proceso del Examen de Suficiencia Profesional, firmando la presente acta en señal de conformidad.

DR. FIDEL VERA OBESO
Presidente

DR. TEODORO MOORE FLORES
Secretario

MS. JOSÉ CIELO SANDOVAL
Integrante

DEDICATORIA

A mi padre que esta a la diestra del todo poderoso, dedico este trabajo monográfico, como reconocimiento al apoyo que me brindo, a sus sabios consejos y a su apoyo cuando más los he necesitado.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecer a Dios por darme salud y capacidad para ser un ciudadano de bien en esta sociedad muy competitiva, así como también a quienes me han guiado en mi formación profesional, mis profesores de la Universidad Nacional Del Santa.

El autor.

ÍNDICE

DEDICATORIA v

AGRADECIMIENTO..vi

INTRODUCCIÓN……………………………………………………………………07

CAPÍTULO I. Breve reseña histórica de la educación……………………………08

1.2 Principios de la Educación…………………………………………………….10

1.3 Área de matemática…………………………………………………………...10
1.4 Problemas de un sistema……………………………………………………...…13

CAPÍTULO II. El Problema y sus resoluciones…………………………………...18

2.1 Problema…………………………………………………………………………18
2.2 Resolución de problemas………………………………………………………..18
2.2.1 Etapas de resolución de problemas…………………………………….....21
2.2.2 Factores que afectan la resolución de problemas...24
2.2.3 Área de matemática...26

CAPÍTULO III. Significado y Aprendizaje Significativo…………………...…....32

3.1 La naturaleza del significado…………………………………………………...35

3.1.1 Condiciones del Aprendizaje Significativo……………………………………..35

3.1.2 Criterios para el material de aprendizaje………………………...……...39

3.1.3 Relación del significado con el aprendizaje significativo…………………...41

3.1.4 Tipos de aprendizaje significativo...41

3.2. Significados lógicos y psicológicos ……………………….............................45

3.3 El aprendizaje significativo en contraste con el aprendizaje de material significativo ……………………………………………………………………47

3.3.1 El significado comparado con la significatividad……………………………48

3.4 La adquisición de significados 48

3.4.1 Vocabulario o aprendizaje de representaciones……………….……………49

Sesión de aprendizaje 51

Conclusiones...61
Bibliografía..63
Encuesta…………………………………………………………………………65

INTRODUCCIÓN

Si los docentes de educación secundaria de matemática nos dedicamos en el proceso de enseñanza a realizar solo operaciones o desarrollar ejercicios de rutina estamos perdiendo la ocasión de aprovechar el potencial de los estudiantes. Porque es importante, inculcar a que el estudiante entienda la importancia de la matemática y sus aplicaciones en los diferentes temas de los problemas cotidianos. Asimismo, en los problemas más complejos que se presentan a través del tiempo en nuestra localidad, región o país. Es así como, es vital que las instituciones académicas contribuyan en presentar alternativas de solución académica, ética, tecnológicamente, etc.; a los diferentes problemas que se presentan constantemente en la población.

Sabemos, que es el conocimiento lo que nos lleva a desarrollarnos como persona y nos permite contribuir a que nuestro país se direccione con el tiempo, hacía un proceso de desarrollo que todos anhelamos. Por ejemplo, en un menor tiempo sería interesante que nuestros recursos naturales se exporten con un valor agregado respecto al actual, eso significaría tener tecnología y sobre este punto tenemos que insistir.

De esta forma, en el presente trabajo monográfico presentamos una propuesta, donde el estudiante obtenga como resultado aprendizajes significativos a través de la resolución de problemas, donde tenemos en cuenta, la deficiente comprensión y análisis de lectura, los cuales se demuestran en las diferentes evaluaciones que se realiza a los estudiantes. Siendo una de ellas, la evaluación internacional que organiza PISA. Desafortunadamente, luego de concluida la asignatura de matemática, esta pasa inadvertida en la vida de las personas, su aplicación en las diferentes profesiones futuras queda relegada, los estudiantes solo esperan el último año para decidir que estudiar a futuro e incluso solo en este período se retoman las matemáticas para cumplir con las exigencias del examen de admisión.

Un hecho que debería ser distinto, porque en el nivel secundario es donde se debería fortalecer las bases para visionar una escuela académica profesional y no estar variando constantemente la elección de sus estudios superiores. Este hecho conlleva a conflictos familiares, a problemas económicos para los padres de familia, y al estudiante, retrasos en el tiempo respectivo para una formación profesional. Por eso, creo que es en el nivel secundario donde el perfil del estudiante puede ser moldeado para elegir una profesión u oficio de acorde a sus intereses, es así como, podríamos tener a un futuro deportista, comerciante, técnico, profesional, técnico profesional, etc.

En ese sentido, hemos estructurado el trabajo de la siguiente forma, en el primer capítulo presentaremos temas generales respecto a la educación como ciencia, así como también los diferentes aportes de grandes matemáticos realizaron a la ciencia, concluyendo con generalidades respecto a sistemas. En el II capítulo presentamos temas relacionados a la resolución de problemas matemáticos. Finalmente, el III capítulo está enmarcado en los tipos de aprendizajes y aprendizaje significativo. Por último, presentaré una sesión de aprendizaje direccionada a promover el tema de la resolución de problemas en los estudiantes como base para un aprendizaje significativo.

CAPÍTULO I

Breve reseña histórica de la educación

James (1842-1910) el gran filósofo y psicólogo norteamericano, representante del pragmatismo en la filosofía y del individualismo en la educación, se ocupó de la educación sobre todo conocidas charlas a los maestros, publicadas en 1899. Para él, la educación es una función de tipo individual; se basa en los recursos biológicos y en la formación de hábitos de conducta. Su finalidad es la tolerancia, el respeto a la individualidad y la formación de la conciencia democrática.

Por otro lado, Dewey (1876), consideraba a la educación debía ser científica y la escuela debía convertirse en un laboratorio social. De esta forma, la escuela debía desarrollar en el niño la competencia necesaria para resolver los problemas actuales y comprobar los planes de acción del futuro de acuerdo con un método experimental. Por su parte, en el aprendizaje por descubrimiento, el docente organiza la sesión de forma que el alumno se participe activamente. A los estudiantes se les debe interroga, presentar situaciones desconcertantes o problemas interesantes, en lugar de mostrarles cómo se resuelve el problema. El trabajo del profesor es aportar materiales y estimular a los alumnos para que se realicen observaciones, planteen hipótesis y formulen soluciones. En este proceso se conjugan el pensamiento intuitivo tanto como el analítico. Concluyendo que el profesor puede guiar este proceso proponiendo una serie de preguntas de carácter orientador o aportando información adicional en el momento oportuno. Es decir, el papel que le corresponde es de mediador y facilitador, no de resolutor de problemas, por el contrario, su tarea es estimular la imaginación, la inventiva y la reflexión.

En esa línea, el Ministerio de Educación, en su proyecto educativo considera que, la educación es un proceso sociocultural de carácter permanente, con el propósito de formar integralmente a las personas para contribuir al perfeccionamiento de la sociedad, mediante la socialización de los estudiantes que deben ser preparadas para crear y recrear la cultura asumiendo responsabilidades ciudadanas de contribuir a la transformación de su realidad social. Como se puede observar, el Ministerio de Educación utiliza tres categorías fundamentales, la creación, recreación y transformación de la realidad. Es decir, que la educación debe contribuir a la formación de los alumnos, entendida ésta como la formación del hombre culto, profesional e investigador de su propia realidad, una vez conocedor de sus problemas pueda plantear alternativas de solución que promueva el cambio social.

Estas afirmaciones están contenidas en la Constitución Política del Estado, al considerar que la Educación tiene como fines la formación profesional, la difusión cultural, la creación cultural y artística, así como la investigación científica y tecnológica. Estas políticas se incluyen dentro de la Ley Universitaria, en la que se establece que, las universidades se dedicaran al estudio, la investigación, la educación y la difusión del conocimiento, la cultura y la extensión y proyección social.

Por su parte, Paulo Freire, (1999), nos permite considerar que la educación es una praxis, reflexión y acción que realiza el hombre sobre el mundo para transformarlo. Él utilizó la categoría transformación, que debe operarse en la realidad para su cambio o modificación superando la problemática existente, pero en cuyo proceso, el hombre sujeto-agente del cambio, como producto de su preparación y formación recibida en los claustros universitarios, esta preparación debe permitir la realización del cambio.

De igual forma, es importante la concepción de educación de Fermoso, P. (1999), quien nos dice que educar es un proceso humano, intencional, intercomunicativo y espiritual, mediante las cuales se realiza con plenitud la instrucción, la personalización y la socialización del hombre. Se puede identificar características de suma importancia pues considera que la educación:

A) Es un proceso propio del ser humano, el mismo que como ser superior presenta capacidades exclusivas como son, el nivel intelectual, libertad para autorrealizarse, capacidad de relacionarse, comunicarse y socializarse.
B) Es intencional, pues es prevista por el educador o el educando, dándole direccionalidad al proceso educativo. Es comunicación, siendo la base de la dualidad educador-educando.
C) Permite la conquista de la sabiduría y del conocimiento, en la cual la sabiduría es la personalización de la información recibida y que requiere de la asimilación y la creatividad.
D) Es una necesidad cultural, la que se hace más notoria cuando la diferencia entre los mayores y las generaciones más jóvenes es mayor, y, por último.
E) Cumple con una función social, en el sentido que propicia la socialización de los alumnos para su desarrollo y perfeccionamiento.

1.2 Principios de la Educación:

La realización del proceso educativo por parte de quienes asumen la responsabilidad de conducirla supone el conocimiento, la comprensión y la práctica de ciertos principios, básicos como:

a) La ética, como promotor de la práctica de valores como la paz, solidaridad, justicia, libertad, honestidad, tolerancia, responsabilidad, trabajo, verdad y respeto de las normas de convivencia.
b) La calidad como un ideal o paradigma que se debe alcanzar durante el proceso educativo, en cualquiera de sus aspectos o de forma integral.
c) La democracia, que nos orienta hacía el respeto de los derechos humanos, la libertad de conciencia y pensamiento.
d) La interculturalidad, en que se debe considerar la diversidad cultural, étnica y lingüística, el respeto de las diferencias, el mutuo aprendizaje, la convivencia armónica y el intercambio con las diversas culturas del mundo.
e) La creatividad y la innovación para la producción de nuevos conocimientos en todos los campos del saber, las artes y la cultura.

1.3.Área de matemática:

a) Fundamentación

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas. En esta herramienta de propuesta pedagógica del Ministerio de Educación se formulan seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de las competencias matemáticas y trabajarla de forma integral. Se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las seis capacidades matemáticas en forma simultánea configurando el desarrollo de la competencia. *(Ministerio de Educación, Fascículo 1 Rutas del aprendizaje ¿Qué y cómo aprenden nuestros niños y niñas? Número y Operaciones Cambios y Relaciones III ciclo Primer y Segundo Grado de Educación Primaria, p.5).*

La resolución de problemas matemáticas reales es la competencia matemática del Área de Matemática. El estudiante la desarrollará durante su experiencia escolarizada y no escolarizada, es decir, a lo largo toda su vida. En ese sentido, se han definido cuatro competencias matemáticas en términos de resolución de problemas, que atraviesan toda la educación básica. Competencias que suponen un desempeño global y que corresponden a los cuatro dominios del área de Matemática. *(Ministerio de Educación, rutas del aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos, fascículo general 2, p. 21)*

En el área de Matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas, siendo este último proceso, la base de la cual se formulan las competencias del área en los tres niveles. *(Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, en su programa curricular. 2009, p.186).*

- El proceso de *razonamiento* y demostración implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, formular y analizar conjeturas matemáticas, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables de los componentes del área y en diferentes contextos.
- El proceso de *comunicación* matemática implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, gráficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.
- El proceso de *resolución* de problemas implica que el estudiante manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

El desarrollo de estos procesos exige que los docentes planteen situaciones que constituyan desafíos para cada estudiante, motivándolos a observar, organizar datos, analizar, formular hipótesis, reflexionar, experimentar empleando diversos procedimientos, verificar y explicar las estrategias utilizadas al resolver un problema. Es decir, valorar tanto los procesos matemáticos como los resultados obtenidos.

La matemática se fundamenta porque está presente en diversos espacios de la actividad humana, como familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. También se encuentra en nuestra vida cotidiana. Por ejemplo, al comprar el pan y pagar una cantidad de dinero por ello, al trasladarnos todos los días al trabajo en determinado tiempo, al medir y controlar la temperatura de algún familiar o allegado, al elaborar el presupuesto familiar o de la comunidad, etc. Asimismo, el mundo en que vivimos se mueve y cambia rápidamente; por ello, es necesario e importante que nuestra sociedad actual demande una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad. En este sentido, se requiere el desarrollo de habilidades básicas que nos permitan desenvolvernos en la vida cotidiana para relacionarnos con el entorno, con el mundo del trabajo, de la producción y del estudio.

De lo expuesto, se puede deducir que la matemática está incorporada en las diversas actividades de los seres humanos, de tal forma, que se ha convertido en clave esencial para poder transformar y comprender nuestra cultura y generar espacios que propicien el uso, reconocimiento y valoración de los conocimientos matemáticos propios. En los pueblos originarios también se reconocen prácticas propias y formas de estructurar la realidad como, por ejemplo, agrupar objetos o animales en grupos de 2 o 3, adoptando un sistema de numeración binario o terciario.

Esto nos conduce a la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas asumiendo un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno, pues se requiere el ejercicio de la ciudadanía con sentido crítico y creativo. La matemática aporta en esta perspectiva cuando es capaz de ayudarnos a cuestionar hechos, datos y situaciones sociales, interpretándolas y explicándolas. Además, que es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, en suma, para el desarrollo de las sociedades.

En la actualidad, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado diversos progresos espectaculares en otros campos científicos. Por ejemplo, especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, etc. Así, existen muchas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha vivido un intenso periodo de desarrollo matemático.

En este contexto, las ciencias se sirven de la matemática como medio de comunicación, pues hay un lenguaje común que es el lenguaje matemático para todas las civilizaciones por muy diferentes que sean, y este saber está constituido por las ciencias y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a ello existe un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Hoy en día, la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas se ha hecho no solo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica en la que tanto, las ciencias como las humanidades han recibido ya visiblemente su tremendo impacto. También promueve una participación ciudadana que implica la toma de decisiones que tengan un carácter responsable y consciente. La formación de ciudadanos implica desarrollar una actitud problematizadora capaz de cuestionarse los hechos, los datos y las situaciones sociales. Así como sus interpretaciones y explicaciones, por lo que, se requiere saber más allá de las cuatro operaciones y en la actualidad, exige, una comprensión de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, etc.

El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no solo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, que le permitirá interpretar algunas situaciones de la realidad relacionadas con la cantidad, forma, cambio o la incertidumbre, sino también procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (Callejo de la Vega, 2000).

1.4.Problemas de un sistema:

Al final de 1949, el profesor de Harvard, Wassily Leontief introdujo con cuidado la última de sus tarjetas perforadas en la computadora Mark II de la universidad. Las tarjetas contenían información acerca de la economía de Estados Unidos; se trataba de un resumen de más de 250 000 datos generados por la oficina de Estadística Laboral (U.S. Rureau of Labor) durante dos años de intenso trabajo. Leontief dividió la economía estadounidense en 500 “sectores”, que incluían las industrias carboníferas, automotriz, de comunicaciones, etc. Para cada sector, escribió una ecuación lineal que describía como la industria en cuestión distribuía su producto hacia los otros sectores de la economía. Como la computadora Mark II, una de las más grandes de su época, no podía manejar el sistema resultante de 500 ecuaciones y 500 incógnitas, Leontief redujo el problema a un sistema de 42 ecuaciones y 42 incógnitas. Programar la Mark II para manejar las 42 ecuaciones se requirió varios meses de trabajo, y él estaba ansioso por ver cuánto tardaría la computadora en resolver el problema. La máquina emitió zumbidos y sus luces parpadearon durante 56 horas antes de que finalmente arrojara un resultado.

Wassily Leontief, galardonado en 1973 con el premio Nobel de economía, abrió la puerta a una nueva era en la elaboración de modelos matemáticas en economía. Sus esfuerzos en Harvard, en 1949, representaron uno de los primeros usos significativos de las computadoras para analizar lo que, en esa época, era un modelo matemático de gran escala. Desde entonces, otros investigadores en muchos otros campos han empleado computadoras para analizar modelos matemáticos. Debido a las enormes cantidades de datos implicados, por lo regular, son lineales; es decir, se describen mediante sistemas de ecuaciones lineales. Ahora los científicos trabajan e ingenieros trabajan en problemas cada vez más complejos, lo que era impensable desde hace unas décadas. Actualmente el álgebra lineal es, uno de los de mayor valor potencial para estudiantes de muchos campos científicos y de negocios respecto a otras materias de matemáticas.

Muchos estudiosos consideran que la Matemática es el idioma en que están escritas las páginas de la ciencia; gracias a ella ha existido un desarrollo del combinado ciencia-tecnología que ha cambiado - de una manera muy radical -la vida del ciudadano de las sociedades tecnológicamente avanzadas en los últimos cuatro siglos. De tal forma, que para las ciencias físicas y la ingeniería el uso de matemática del más alto nivel es indispensable. Es más, en gran parte, la formulación de sus teorías son conceptos esencialmente matemáticos. En las últimas décadas la tendencia hacia la matematización alcanza a otras disciplinas, como la Economía, particularmente el mercado financiero. Además, de la Química, la Biología y la Medicina, e incluso las ciencias sociales, reconociéndose su importancia como estrategia metodológica pertinente para el desarrollo de capacidades y habilidades necesarias en el mundo actual, potenciándose aún más si se trabaja con la modelización de situaciones reales (Abrantes, 1994).

Tal es así, que hoy en día, la modelización, la simulación computacional y el análisis de datos son herramientas esenciales en la ciencia y la industria modernas, para ello es necesario analizar e interpretar problemas a través de la matemática; entender nuevas ideas; incorporar conocimientos; asimilar información, y adaptarse a los cambios tecnológicos y científicos, desarrollar la creatividad y el interés por el descubrimiento; propiciando el desarrollo de habilidades comunicativas orales y escritas (Alsina, 1998; Aravena, 2001) y comprender el rol que asumen las matemáticas en una sociedad moderna y postmoderna (Niss, 1992; Keitel, 1993; Abrantes, 1994; De Lange, 1996; William & Ahmed, 1997; Alsina, 1998; Aravena, 2001; Gómez, 2002).

La Matemática aplicada es simplemente la Matemática de la realidad, sinónimo de virtuosismo computacional, de capacidad y efectividad de procesar información, tan importante para el mundo que se gesta, que conlleva a la elaboración de modelos matemáticos, apareciendo así, los sistemas de ecuaciones lineales - particularmente de algún fenómeno natural - que involucra varias ecuaciones y varias incógnitas que es nuestro interés. Lamentablemente, una gran cantidad de ecuaciones con varias incógnitas no pueden resolverse mediante métodos tradicionales, por lo que destacamos la importancia de algunas formas alternativas para resolverlas, incluyendo el significado geométrico de estas y el análisis cualitativo de la solución. A su vez, es importante tener presente las condiciones garantizan que un problema que involucre los sistemas de ecuaciones lineales a tener solución o soluciones numéricas.

En ese sentido, el presente estudio tiene el propósito de mostrar cómo se utiliza las transformaciones elementales para hallar la solución de varias ecuaciones con varias incógnitas que aparecen frecuentemente en problemas de la Física Matemática e ingenierías como: Los sistemas de ecuaciones – que pueden resolverse también por el método de Cramer o Pivot. Los problemas de la solución de un sistema de ecuaciones lineales es hallar la solución numérica y para lo cual, se propone un método utilizando las transformaciones lineales para el cálculo numérico de un sistema de ecuaciones lineales, para ello enunciaremos algunas definiciones previas:

1. Una ecuación lineal. En las variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ es una ecuación que puede escribirse en la forma $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$ donde b y los coeficientes $a_1, a_2, \ldots, a_n$ son números reales o complejos, que generalmente se conocen de antemano, El subíndice n puede ser cualquier entero positivo.

2. Sistema de ecuaciones lineales: En las variables $x_1, x_2, ..., x_n$ es una ecuación que puede escribirse en la forma:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ ... \quad ... \quad ... \quad ... \\ ... \quad ... \quad ... \quad ... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{array}$$

Donde los coeficientes reales del sistema de ecuaciones lineales se puede establecer el siguiente arreglo matricial.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}...a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}...a_{2n} \\ ... & ... \quad ... \\ ... & ... \quad ... \\ a_{m1} & a_{m2} \quad a_{mn} \end{bmatrix}$$

1. Transformaciones elementales. Dada una matriz de cualquier rango, se pueden desarrollar algunas operaciones simples con las filas o columnas sin cambiar el rango de la matriz. El propósito fundamental es el desarrollo de matrices para simplificar algunos cálculos y también alcanzar resultados teóricos significativos para un mejor estudio de las matrices.

Es así como, el presente trabajo desarrollará una aplicación en matlab para el cálculo de los sistemas de ecuaciones lineales con transformaciones elementales, por ser una herramienta muy útil en la solución de estos sistemas de ecuaciones lineales. Las operaciones de las transformaciones elementales que utilizaremos son:

Sea $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ una matriz cuyas filas son $F_1, F_2, ..., F_m$ y cuyas columnas son: $C_1, C_2, ..., C_n$

1.- $F_{ij}A$: intercambio de filas de A

2.- $F_i(\lambda)A$: Multiplicación de la fila F_i de A por un escalar $\lambda \neq 0$

3.- $F_j^i(\lambda)A$: Multiplicación de la fila j de A por un escalar $\lambda \neq 0$ y sumado a la F_i . Esta operación se representa por el vector fila: $\lambda F_j + F_i$

Las transformaciones elementales columna son análogas a las transformaciones elementales filas.

CAPÍTULO II

El Problema y sus resoluciones

2.1 Problema:

Según el documento de trabajo presentado en el Plancad (1998), "*La historia de la humanidad es en gran medida la historia de la resolución de problemas y precisamente a esto se debe el desarrollo de la ciencia, la tecnología y de la matemática en particular. La reflexión sobre que es un problema genera una serie de dificultades, caracterizada por una diversidad de enfoques que se dan en las diferentes disciplinas, donde este concepto aparece como un componente importante. Sin embargo, en términos generales se puede decir que un problema es una situación nueva, ante la cual hay que buscar dar reflexivamente una respuesta coherente".*

Por su parte, Parra (1999), señala que, *"Un problema lo es, en la medida en que el sujeto al que se le plantea o que se plantea el mismo, dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuesta totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata".* En tanto que, para Gálvez (2001), *"un problema es una dificultad, cuestión o estado de desequilibrio que puede resolverse o tratar de resolverse mediante el pensamiento reflexivo, creativo, critico".*

De lo expuesto, se puede definir al problema, como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que desea. También es se puede pensar como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular. Por otro lado, cuando hacemos referencia a "La meta" o a "Lograr lo que se quiere", nos referimos a lo que se desea alcanzar en la solución. La meta o solución está asociada con un estado inicial y la diferencia que existe entre ambos se denomina "problema".

2.2 Resolución de problemas:

La idea sobre lo que significa la resolución lo podemos tener de la propuesta de Gagné (1971), quien precisa que, *"La resolución de problemas es un* *proceso mediante el cual los alumnos combinan principios previamente adquiridos para obtener un nuevo principio, será aplicado nuevamente en otra situación problemática. En sí, los resultados en la resolución de un problema amplia la capacidad de las personas porque han obtenido un principio de orden superior que se integran a su estructura cognitivas".*

Asimismo, tenemos otra idea que Dijkstra que fue citado por Lisette (1991), sosteniendo que, la resolución de problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo. Es decir, la resolución de problemas consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional. Por ejemplo, si en un problema dado debemos transformar mentalmente metros en centímetros, esta actividad sería de tipo cognoscitiva. si se nos pregunta cuán seguros estamos que nuestra solución al problema sea correcta, tal actividad sería de tipo afectiva, mientras que resolver el problema, con papel y lápiz, siguiendo un algoritmo hasta alcanzar su solución, podría servir para ilustrar una actividad de tipo conductual. A pesar, de que, estos tres tipos de factores están involucrados en la actividad de resolución de problemas, la investigación realizada en el área ha centrado su atención, básicamente, en los factores cognoscitivos involucrados en la resolución.

Por su parte, Estefanía (1992), define que en, el proceso de resolución de problemas puede describirse a partir de los elementos considerados a continuación. Una situación en la cual se quiere hacer algo, pero se desconocen los pasos precisos para alcanzar lo que se desea.

Un conjunto de elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema. El solucionador de problemas o sujeto que analiza el problema, sus metas y datos y se forma una representación del problema en su sistema de memoria. El solucionador de problemas que opera sobre la representación para reducir la discrepancia entre los datos y las metas. La solución de un problema está constituida por la secuencia de operaciones que pueden transformar los datos en metas. Al operar sobre los datos y las metas, el solucionador de problemas utiliza o puede utilizar los siguientes tipos de información:

- Información almacenada en su memoria de largo plazo en forma de esquemas o producciones.
- Procedimientos heurísticos.
- Algoritmos.
- Relaciones con otras representaciones.

El proceso de operar sobre una representación inicial con el fin de encontrar una solución al problema, se denomina búsqueda. Como parte del proceso de búsqueda de la solución, la representación puede transformarse en otras representaciones. Es así como, la búsqueda continúa hasta que se encuentra una solución o el solucionador de problemas se da por vencido. Para solucionar un problema se siguen secuencia de operaciones que pueden transformar los datos en metas.

En ese sentido, para Santos (1992), en términos generales resolver un problema es, encontrar una vía de solución allí donde no se conoce vía alguna. Hallar la manera de superar un obstáculo. Encontrar la forma de salir de una dificultad. Lograr lo que uno se propone, venciendo las dificultades que se le presenta. Por su parte, Monero y otros (1998), lo definen así, *"Llamamos a un procedimiento algorítmico cuando la sucesión de acciones que hay que realizar se halla completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema o de la tarea (por ejemplo, realizar una raíz cuadrada o cocer un botón).*

En tanto que, según Parra (1999), *"Resolver un problema es disponer de los elementos para comprender la situación que el problema describe"*. Por último, Chamorro (2003), *"Lo que parece estar fuera de toda duda es que resolver un problema va más allá de hacer una operación y encontrar su resultado, es algo más que ejecutar un algoritmo, tiene que ver más con hacer preguntas relacionados con la matematización de un problema real, o bien con la construcción de nuevos objetos matemáticos, y responder a esas preguntas. Lo anterior indica ya que vamos a encontrarnos con dos tipos de problema: lo que surge del interior de la propia disciplina y los que provienen del mundo exterior, de la vida real"*.

2.2.1 Etapas de resolución de problemas:

En este acápite emplearemos la propuesta de Ausubel (1983) sobre el orden dado a las cinco etapas de resolución de problemas que consiste en, un estado de duda, perplejidad cognoscitiva, de frustración o de conocimiento de la dificultad. Un intento por identificar el problema, en el que se incluye una designación más bien inespecífica de los fines perseguidos y la laguna que debe llenarse o la metas que hay que alcanzar. Todo esto definido por la situación que plantea el problema.

Relacionar estas proposiciones de planteamiento del problema con la estructura cognoscitiva, lo cual activa las ideas antecedentes pertinente y las soluciones dadas a problemas anteriores, que a su vez son reorganizadas (transformadas en forma de proposiciones de resolución de problemas o hipótesis). Como la comprobación sucesiva de las hipótesis y replanteamiento del problema de ser necesario. Incorporar la solución acertada a la estructura cognoscitiva (comprenderla y luego aplicarla tanto al problema presente como a otros ejemplares del mismo problema).

En esa línea, Schoenfeld (1985), a partir de los planteamientos de Polya (1965), se ha dedicado a proponer actividades de resolución de problemas que se pueden llevar a cabo en el aula, con el fin de propiciar situaciones semejantes a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de resolución de problemas. Su modelo de resolución abarca los siguientes pasos, análisis, exploración y comprobación de la solución y puede aplicarse a problemas matemáticos y algebraicos. Aunque estos pasos no necesariamente tienen que ser aplicados en su totalidad.

El análisis, nos dice que se debe trazar un diagrama, si es posible, examinar casos particulares y ejecutar el problema. La exploración, permite examinar problemas esencialmente equivalentes, es decir. sustituir las condiciones por otras equivalentes, recombinar los elementos del problema de modo diferente, replantearlos, examinar problemas ligeramente modificados, establecer submetas, descomponer el problema en casos y analizar caso por caso.

Examinar problemas ampliamente modificados; construir problemas análogos con menos variables, mantener fijas todas las variables menos una para determinar qué efectos tiene esa variable, tratar de sacar partido de problemas afines que tengan parecido en su forma, en sus datos o en sus conclusiones.

Comprobación de la solución obtenida y verificar la solución, siguiendo criterios específicos como, la utilización de todos los datos pertinentes, uso de estimaciones o predicciones. También se puede verificar la solución obtenida siguiendo criterios generales como, examinar la posibilidad de obtener la solución por otro método, reducir la solución a resultados conocidos.

En síntesis, como puede observarse, desde principios de este siglo, diferentes autores han propuesto pasos, fases o etapas a cumplir para poder resolver problemas con éxito. Este aspecto es importante, porque permite, de antemano, planificar los pasos a seguir en la resolución de un problema, ejecutar esos pasos y, posteriormente, supervisar el proceso de resolución y comprobar la solución o resultado. Representación en la resolución de problemas Un aspecto importante a considerar en el proceso de resolución de problemas es la representación. Esta consiste en la transformación de la información presentada a una forma más fácil de almacenar en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos.

La representación también ha sido denominada espacio del problema para referirse a las representaciones mentales de los individuos acerca de su estructura y de los hechos, conceptos y relaciones de este. Por ejemplo, para Estefanía (1991), la tendencia más común es que la mayoría de los estudiantes puedan decir cuántas personas llegan a la parada final, cuántas subieron o cuántas bajaron, pero muy pocos están en capacidad de indicar cuántas paradas hay en la ruta del autobús debido a que seleccionaron la información numérica como datos importantes y la representaron internamente en la forma de operaciones aritméticas.

En términos de los procesos involucrados en la resolución de problemas, esto sucede porque la meta del problema no estaba bien definida a pesar de que había datos numéricos explícitos precisos. El énfasis sobre el número de personas que suben y bajan del autobús hace posible que los estudiantes piensen que tienen que hacer algo con esos datos y, en tal sentido, construyen una meta la cual se representa como el logro de una cantidad total. Esta decisión conduce a los estudiantes a seleccionar cierta información como relevante (número de personas que suben y bajan del autobús) e ignorar otra (número de paradas del autobús).

Por su parte, para Orton (1998), resolver un problema implica; comprender el problema, lo que significa saber reconocer un problema, apropiarse de la situación, seleccionando el procedimiento adecuado a la naturaleza y condiciones. Lo cual implica seleccionar estrategias y formular conjeturas sobre las posibles soluciones. Hallar la o las soluciones y evaluar la pertinencia de las respuestas. Tener confianza en su propia capacidad para resolver problemas. En suma, se puede decir que, la resolución de problemas es un conjunto de procedimientos que utilizan el alumno para afrontar un problema y conseguir con éxito su solución.

Asimismo, Graham (2006), nos propone las siguientes etapas. La preparación, es la fase en la cual el solucionador analiza el problema, intenta definirlo en forma clara y recoge hechos e información relevante al problema. La incubación, es la fase en la cual el solucionador analiza el problema de manera inconsciente. La inspiración, es la fase en la cual la solución del problema surge de manera inesperada. La verificación, es la fase que involucra la revisión de la solución

Por otro lado, según André (1986), las etapas en la resolución de problemas sirven para enfatizar el pensamiento consciente y para aproximar analíticamente a la solución, así como también para ofrecer una descripción de las actividades mentales de la persona que resuelve el problema. En tal sentido, André propone que las etapas en la resolución de problemas son las siguientes:

- Darse cuenta del problema, de que existe una discrepancia entre lo que se desea y lo que se tiene.
- Especificación del problema, se trabaja una descripción más precisa del problema.
- Análisis del problema, se analiza las partes del problema y se aísla la información relevante.

- Generación de la solución, se consideran varias alternativas posibles.
- Revisión de la solución, se evalúan las posibles soluciones.
- Selección de la solución, se escoge aquella que tenga mayor probabilidad de éxito.
- Instrumentación de la solución, se implementa la solución; nueva revisión de la solución, de ser necesario. Es hacer de notar que las etapas se aplican usualmente a problemas aritméticos y algebraicos, pero también pueden aplicarse a muchos otros tipos de problemas no necesariamente relacionados con disciplinas académicas.

2.2.2 Factores que afectan la resolución de problemas.

Sobre este punto, tenemos algunos alcances de autores como Parra (1999), quien afirma que, desde la perspectiva de enfoque cognoscitivo, se han revisado los factores que influyen en los procesos de resolución de problemas y existen categorías que permiten agrupar estos factores en tres grupos:

a) Factores relacionados con los procesos.

Los procesos mentales desarrollados mientras resuelven los problemas, han sido objeto de estudio por parte de los investigadores del paradigma cognoscitivo. Por ejemplo, la mayor parte de las investigaciones en el área de matemática, directa o indirectamente, tienen por objetivo analizar y generar modelos que reflejen los procesos subyacentes a la ejecución de los sujetos. Dentro de este marco se encuentran los trabajos de Suppes y Groen, quienes desde 1967, se han dedicado a explorar como los niños de los primeros grados de educación básica resuelven problemas de suma con números menores de diez. Estos autores han examinado varios modelos y, a partir de sus trabajos, han estudiado muchos otros procesos aritméticos, como la sustracción, la multiplicación, la división, las operaciones con fracciones.

En el análisis de los procesos involucrados en la resolución de problema, es la aritmética mental (análisis cronométrico) la técnica que mejor información ha generado. En esencia esta técnica consiste en medir el tiempo requerido por un sujeto para dar respuesta a un problema. Se parte del supuesto de que este tiempo está en función de los procesos cognoscitivos involucrados para resolver el problema.

b) Factores dependientes del sujeto:

Clásicamente se ha considerado que las características de los individuos tienen un papel importante en el éxito o fracaso en la resolución. Algunos factores son, el conocimiento y la experiencia previa, la habilidad en la lectura, la perseverancia, las habilidades de tipo espacial, la edad y el sexo. En la actualidad, existe una tendencia orientada hacia la construcción de modelos que representan las diferencias entre los solucionadores de problemas eficientes e ineficientes o las diferencias en la ejecución de la tarea por expertos y novatos. Los individuos expertos poseen más información que los novatos, lo cual facilita la representación del problema en términos de esquemas, estructuras, procedimientos y métodos heurísticos Las representaciones abstractas habilitan a los expertos para enfrentar con mayor eficiencia los problemas.

c) Factores ambientales:

Existe un gran número de factores externos que pueden afectar la ejecución en la resolución de problemas. sin embargo, la comunidad de educadores en el área de matemática está de acuerdo en concentrar su esfuerzo en factores relacionados con la instrucción para desarrollar estrategias expertas de pensamientos, para enseñar el uso de herramientas específicas de pensamientos y para entrenar en el uso de reglas generales y específicas de naturaleza heurística.

Las estrategias expertas de pensamiento pueden ser utilizados independientemente del tipo y naturaleza del problema y se orienta hacia el desarrollo de un pensamiento original, divergente y de actitudes positivas hacia la resolución de problemas. Las herramientas específicas de pensamiento son estrategias que tienden a equipar al sujeto que resuelve problemas, con un conjunto de habilidades que supuestamente intervienen favorablemente, aunque su eficiencia no ha sido consistentemente comprobada.

Es necesario considerar los factores involucrados en el proceso de resolución de problemas, para poder superar limitaciones que puedan presentarse y que de esta manera se constituya en un proceso efectivo.

2. 2. 3 Área de matemática:

a. Fundamentación:

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

En esta herramienta de propuesta pedagógica del Ministerio de Educación se formulan seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de las competencias matemáticas y trabajarla de forma integral. Se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir, de una situación problemática, se desarrollan las seis capacidades matemáticas en forma simultánea configurando el desarrollo de la competencia. (Ministerio de Educación, Fascículo 1 Rutas del aprendizaje ¿Qué y cómo aprenden nuestros niños y niñas? Número y Operaciones Cambios y Relaciones III ciclo Primer y Segundo Grado de Educación Primaria, p.5)

La resolución de problemas matemáticas reales es la competencia matemática del Área de Matemática. El estudiante la desarrollará durante su experiencia escolarizada y no escolarizada a lo largo de su vida. Se han definido cuatro competencias matemáticas en términos de resolución de problemas, que atraviesan toda la educación básica. Competencias que suponen un desempeño global y que corresponden a los cuatro dominios del área de Matemática. (Ministerio de Educación, rutas del aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos, fascículo general 2, p. 21)

En el área de Matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, siendo este último, el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles. (Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, en su programa curricular. 2009, p.186).

- El proceso de Razonamiento y demostración implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, formular y analizar conjeturas matemáticas, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables de los componentes del área y en diferentes contextos.

- El proceso de Comunicación matemática implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, gráficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.

- El proceso de Resolución de problemas implica que el estudiante manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

El desarrollo de estos procesos exige que los docentes planteen situaciones que constituyan desafíos para cada estudiante, promoviéndolos a observar, organizar datos, analizar, formular hipótesis, reflexionar, experimentar empleando diversos procedimientos, verificar y explicar las estrategias utilizadas al resolver un problema; es decir, valorar tanto los procesos matemáticos como los resultados obtenidos.

La matemática se fundamenta porque está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. También se encuentra en nuestras actividades cotidianas. Por ejemplo, al comprar el pan y pagar una cantidad de dinero, al trasladarnos todos los días al trabajo en determinado tiempo, al medir y controlar la temperatura de algún familiar o allegado, al elaborar el presupuesto familiar o de la comunidad, etc.

Asimismo, el mundo en que vivimos se mueve y cambia rápidamente; por ello, es necesario que, nuestra sociedad actual demande una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad. En este sentido, se requiere el desarrollo de habilidades básicas que nos permitan desenvolvernos en la vida cotidiana para relacionarnos con el entorno, con el mundo del trabajo, de la producción y del estudio.

De lo dicho se desprende que la matemática está incorporada en las diversas actividades de las personas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder transformar y comprender nuestra cultura y generar espacios que propicien el uso, reconocimiento y valoración de los conocimientos matemáticos propios. En los pueblos originarios también se reconocen prácticas propias y formas de estructurar la realidad como, por ejemplo, agrupar objetos o animales en grupos de 2 o 3, adoptando un sistema de numeración binario o terciario. Ello nos conduce a la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas asumiendo un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno, pues, se requiere el ejercicio de la ciudadanía con sentido crítico y creativo. La matemática aporta en esta perspectiva cuando es capaz de ayudarnos a cuestionar hechos, datos y situaciones sociales, interpretándolas y explicándolas.

Además, que es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, por lo tanto, para el desarrollo de las sociedades**.** En la actualidad, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino, que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Por ejemplo, especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, etc. Así, existen muchas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha vivido un intenso periodo de desarrollo matemático.

En este contexto, las ciencias se sirven de la matemática como medio de comunicación, pues, hay un lenguaje común que, es el lenguaje matemático para todas las civilizaciones por muy diferentes que sean. Y este saber está constituido por las ciencias y la matemática. La razón está en que, las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a él ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Hoy en día, la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas se ha hecho no solo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica en la que tanto ciencias como humanidades han recibido ya visiblemente su tremendo impacto. También promueve una participación ciudadana que demanda toma de decisiones responsables y conscientes.

La formación de ciudadanos implica desarrollar una actitud problematizadora capaz de cuestionarse ante los hechos, los datos y las situaciones sociales; así como, sus interpretaciones y explicaciones por lo que se requiere saber más allá de las cuatro operaciones y exige, en la actualidad, la comprensión de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, etc. El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no solo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, que le permitirá interpretar algunas situaciones de la realidad relacionadas con la cantidad, forma, cambio o la incertidumbre, sino también, procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (Callejo de la Vega, 2000). En virtud de lo señalado, los niños deben aprender matemática porque:

- Permite comprender el mundo y desenvolvernos adecuadamente en él.
- Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología; por ende, para el desarrollo de las sociedades.
- Proporciona las herramientas necesarias para desarrollar una práctica ciudadana responsable y consciente.

La finalidad de aprender la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones, que permitan a los niños interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, el planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones y demostraciones; comunicarse y otras habilidades. Así como, el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar y medir hechos y fenómenos de la realidad e intervenir conscientemente sobre ella.

El pensar matemáticamente es un proceso complejo y dinámico que resulta de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los niños formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral Uriza, 2000). Citado por el MINEDU, rutas del aprendizaje (2015 pp. 8, 9 y 10). Por ello, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos. Tratar de entender que se busca aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar ideas y resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral, científico, etc. En este sentido, se espera que los estudiantes aprendan matemática desde los siguientes propósitos:

- **La matemática es funcional:** Se busca proporcionar las herramientas matemáticas básicas para su desempeño en contexto social, es decir, en la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructura, transportes o movimientos poblacionales.

- **La matemática es instrumental:** Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, en la física, en la estadística o en la ingeniería, la matemática es imprescindible. En la práctica diaria de las ciencias se hace uso de la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano; sexo, color de cabello, peso al nacer, estatura, etc. Sin embargo, la probabilidad permite describir estas características.

- **La matemática es formativa:** El desenvolvimiento de las competencias matemáticas propicia el desarrollo de capacidades, conocimientos, procedimientos y estrategias cognitivas, tanto particulares como generales, que promuevan un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

Así, la matemática posee valores formativos innegables, tales como:

- Desarrollar en los niños capacidades y actitudes para determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias. En definitiva, potenciar su autonomía, su razonamiento, la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la curiosidad, la persistencia, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.

- La utilidad para promover y estimular el diseño, elaboración y apreciación de formas artísticas, a través del material concreto. Así como, el uso de gráficos y esquemas para elaborar y descubrir patrones y regularidades.

- Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas. Para asumir la toma conjunta de decisiones.

- El desarrollo de capacidades para el trabajo científico, la búsqueda, identificación y resolución de problemas.

- Las situaciones que movilizan este tipo de conocimiento enriquecen a los niños al sentir satisfacción por el trabajo realizado al hacer uso de sus competencias matemáticas.

CAPÍTULO III

Significado y Aprendizaje Significativo

El aprendizaje significativo por recepción involucra la adquisición de significados nuevos. Requiere tanto de una actitud de aprendizaje significativo como de la presentación al alumno de material potencialmente significativo. La última condición, en cambio, presupone: 1) Que el material de aprendizaje en sí puede estar relacionado de manera no arbitraria (plausible, sensible y no azarosamente) y sustancial (no al pie de la letra) con cualquier estructura cognoscitiva apropiada (que posea significado “lógico”), y 2) Que la estructura cognoscitiva del alumno particular contenga ideas de afianzamiento relevantes con las que el nuevo material puede guardar relación. La interacción entre los significados potencialmente nuevos y las ideas pertinentes de la estructura cognoscitiva del alumno da lugar a los significados nuevos que se adquieren son únicos en sí mismos.

Aprendizaje significativo no es sinónimo del aprendizaje de material significativo. En primer lugar, el material de aprendizaje es sólo potencialmente significativo. En segundo término, debe estar presente una actitud de aprendizaje significativo. El material de aprendizaje puede constar de componentes ya significativos (como lo adjetivos apareados) Pero la tarea de aprendizaje como un todo (el aprendizaje de una lista de palabras significativas arbitrariamente vinculadas) no es “lógicamente” significativa. Y basta el material lógicamente significativo puede aprenderse por repetición si la actitud de aprendizaje del alumno no es significativa. Puede distinguirse tres tipos de aprendizaje significativo por recepción:

- El aprendizaje de representaciones (como el nombrar), es el más cercano al aprendizaje por repetición. Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. El aprendizaje de representaciones es significativo porque, tales proposiciones de equivalencia representacional pueden ser relacionadas de manera no arbitraria, como ejemplares de una generalización presente en todas las estructuras cognoscitivas de la gente aproximadamente en el quinto año de vida. Que todo tiene un nombre y este significa lo que su referente implica para el alumno en particular.

- El aprendizaje de proposiciones puede ser subordinado (inclusivo) superordinado o combinatorio. El aprendizaje inclusivo ocurre cuando una proposición "lógicamente" significativa de una disciplina particular (plausible, pero no necesariamente lógica o empíricamente válida en el sentido filosófico) se relaciona significativamente con proposiciones específicas superordinadas en la estructura cognoscitiva del alumno. A tal aprendizaje se le puede llamar derivativo si el material de aprendizaje simplemente ejemplifica o apoya una idea ya existente en la estructura cognoscitiva. Se le llama correlativo si es una extensión, elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas.

  El aprendizaje superordinado de proposiciones ocurre cuando una proposición nueva se relaciona con ideas subordinadas específicas en la estructura cognoscitiva existente, y se relaciona con un fundamento amplio de contenidos, generalmente pertinentes en la estructura que puede ser incluida en el. Finalmente, el aprendizaje combinatorio de proposiciones se refiere a los casos en que una proposición potencialmente significativa no se puede relacionar con ideas superordinadas o subordinadas específicas de la estructura cognoscitiva del alumno, pero es relacionable con un fundamento amplio de contenidos generalmente relevantes de tal estructura.
- El aprendizaje significativo por recepción es importante en la educación porque es el mecanismo humano por excelencia que se utiliza para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representada por cualquier campo del conocimiento. La adquisición y retención de grandes cuerpos de conocimientos realmente constituyen un fenómeno muy impresionante, considerando que los seres humanos, en primer lugar y a diferencia de las computadoras, pueden aprehender, e inmediatamente recordar, únicamente unos pocos ítems discretos de información que se presentan en un solo momento. En segundo lugar, que la memoria para las listas aprendidas por repetición que reciben presentaciones múltiples es notoriamente limitada por el tiempo y con respecto a la longitud de la lista, a menos que se reproduzcan con frecuencia y se vuelvan a aprender una y otra vez. La tremenda eficacia del aprendizaje significativo se debe a sus dos características principales; su sustancialidad y su falta de arbitrariedad.

> Como ejemplos del aprendizaje significativo por recepción, propios del salón de clases, analizamos con algún detalle: 1) el aprendizaje de la sintaxis (mediante la formación de conceptos y el aprendizaje de proposiciones por descubrimientos de reglas sintácticas) (de periodo preescolar); 2) el aprendizaje del modo de leer, igualando el significado de letras, palabras, frases y reglas sintácticas impresas con sus contrapartes establecidas habladas de la estructura cognoscitiva (escuela primaria); y 3) el aprendizaje de un segundo idioma, estableciendo un segundo idioma, estableciendo el mismo tipo de equivalencia representacional entre las palabras del segundo idioma y las palabras ya establecidas en el lenguaje natal del alumno, y mediante el aprendizaje significativo por recepción de proposiciones sintácticas nuevas (escuela secundaria).

El lenguaje es un facilitador importante de los aprendizajes significativos por recepción y por descubrimiento. Incrementando la manipulabilidad de conceptos y proposiciones a través de las propiedades representacionales de las palabras, y refinado los conocimientos subverbales que surgen en los aprendizajes significativos por recepción y descubrimiento, clarifica tales significados y los hace más precisos y transferibles. En contraste, con la posición de Piaget el lenguaje, por consiguiente, desempeña una función (proceso) integral y operativa en el pensamiento, y no simplemente una función comunicadora.

El aprendizaje de salón de clases, creemos se ocupa principalmente de la adquisición, retención y uso de grandes cuerpos de información potencialmente significativa. Por consiguiente, es importante que hagamos explícito desde el principio lo que queremos decir con psicología del significado y aprendizaje significativo. Exploraremos la naturaleza del significado y consideraremos la relación del significado con el aprendizaje verbal significativo. Al hacerlo, atendemos también a problemas como el de la importancia general del aprendizaje significativo, la distinción entre significados lógico y psicológico, y la relación entre percepción cognición. Por último, analizaremos los problemas de la adquisición del lenguaje y la importancia del significado y del aprendizaje significativo en la comprensión de cómo aprendemos a leer, y cómo aprendemos otros idiomas.

3.1 La naturaleza del significado:

El aprendizaje significativo comprende la adquisición de nuevos significados y, a la inversa, estos son producto del aprendizaje significativo. Esto es, el surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un aprendizaje significativo. Después de indicar con algunos pormenores lo abarcado por este proceso, examinaremos más explícitamente tanto la naturaleza del significado en sí como su relación en sí como su relación con el aprendizaje significativo.

3.1.1 Condiciones del Aprendizaje Significativo:

La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria queremos decir que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. El aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud de aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria y no al pie de la letra (Ausbel, 1961).

Así pues, independientemente de cuánto significado potencial sea inherente a la proposición particular, si la intención del alumno consiste en memorizar arbitraria y literalmente (como una serie de palabras relacionadas caprichosamente), tanto el proceso de aprendizaje como los resultados de este serán mecánicos y carentes de significado. Y a la inversa, sin importar lo significativa que sea la actitud del alumno, ni el proceso ni el resultado del aprendizaje serán posiblemente significativos si la tarea de aprendizaje no lo es potencialmente, y si tampoco es relacionable, intencionada y sustancialmente, con su estructura cognoscitiva.

Esto lo ilustra la memorización mecánica de definiciones de conceptos o proposiciones sin el reconocimiento del significado de las palabras de la definición. Un estudiante podría aprender la ley de Ohm, la cual indica que la corriente en un circuito es directamente proporcional al voltaje. Sin embargo, esta proposición no será significativa aprendido a menos que el estudiante ya sepa los significados de los conceptos corriente, voltaje, resistencia, proporciones directa e inversa. A menos que trate de relacionar estos significados como la estipula la ley de Ohm.

Una razón de que se desarrolle comúnmente en los alumnos una propensión hacia el aprendizaje repetitivo en relación con la materia potencialmente significativa consiste en que estos aprenden por triste experiencia que las respuestas sustancialmente correctas que carecen de correspondencia literal con lo que le han enseñado no son válidas para algunos profesores. Otra razón consiste en que, por un nivel generalmente elevado de ansiedad, o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado (que reflejan, a su vez, escasa aptitud o enseñanza deficiente), carecen de confianza en sus capacidades para aprender significativamente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentren ninguna otra alternativa que el pánico. (Este fenómeno les es muy familiar a los profesores de matemáticas por el difundido predominio del “impacto del número” o de la “ansiedad del número”.)

Además, puede desarrollarse en los alumnos una actitud para aprender por repetición si están sometidos a demasiada presión como para ponerse grandilocuentes o para ocultar, en vez de admitir y remediar gradualmente, su falta original de comprensión genuina. En estas circunstancias parece más fácil o importante crear la falsa impresión de haber entendido con sencillez, aprendiéndose de memoria unos cuántos términos u oraciones claves, que tratar de comprender el significado de estos. Los profesores suelen olvidarse de que los alumnos pueden inclinarse marcadamente al uso de términos abstractos que den la apariencia de propiedad cuando tienen que hacerlo, aunque la comprensión de los conceptos fundamentales de hecho no exista.

Que la tarea de aprendizaje sea o no potencialmente significativamente (intencionada y sustancialmente relacionable con la estructura del conocimiento del alumno) es asunto un poco más complejo que el del aprendizaje significativo. En última instancia, depende obviamente de dos factores principales que intervienen en el establecimiento de este tipo de relación. Es decir, tanto de la naturaleza del material que se va a aprender como la naturaleza de la estructura cognoscitiva del alumno en particular.

A) Aprendizaje significativo o adquisición de significados requiere d:	1.Material potencialmente significativo	2.Actitud de aprendizaje significativo
B) Significatividad potencial depende de:	1. Significatividad lógica (la relacionabilidad intencionada y sustancial del material de aprendizaje con las correspondientes ideas pertinentes que se hallan al alcance de la capacidad de aprendizaje humano)	2. La disponibilidad de tales ideas pertinentes en la estructura cognoscitiva del alumno en particular
C) Significado psicológico (significado fenomenológico idiosincrático) es el producto del aprendizaje.	1. Aprendizaje o de significativo	2.La significatividad potencial y la actitud de aprendizaje significativo.

Las ideas contenidas en esta tabla son muy importantes y deben estudiarse cuidadosamente. Volviendo en primer término a la naturaleza del material, es obvio que no debe pecar de arbitrario ni de vago para que pueda relacionarse de modo intencionado y sustancial con las correspondientes ideas relevantes que se hallen dentro del dominio de la capacidad de aprendizaje humano (a las correspondientes ideas pertinentes que por lo menos algunos seres humanos sean capaces de aprender si se les concede la oportunidad de hacerlo). Esta propiedad de la tarea de aprendizaje, que es la que determina si el material es o no potencialmente significativo, pertenece a la significación lógica; si acaso en muy raras ocasiones faltara de las tareas de aprendizaje escolar, pues el contenido de la materia de estudio, casi por definición, tiene significado lógico.

La materia de estudio escolar casi siempre representa nuestra interpretación cultural del algún aspecto del mundo real o algunas construcciones lógicas (como las matemáticas). De ahí, que forzosamente tenga significatividad lógica. Pero este no es el caso con respecto a muchas tareas de laboratorio psicológico y de la vida cotidiana (por ejemplo, los números telefónicos, los adjetivos apareados, las oraciones revueltas, las listas de sílabas sin sentido) que son relacionables con cualquier estructura cognoscitiva solamente sobre bases arbitrarias y literales. Bastante experimentos en los laboratorios de psicología han utilizado sílabas sin sentido con el propósito expreso de proporcionar material de aprendizaje sin significado. Actualmente la mayoría de los teóricos del aprendizaje reconocen que gran parte de las "leyes" o teorías están basadas en tales experimentos y que tienen poca o ninguna importancia considerarlas para lograr una comprensión del aprendizaje en el salón de clases.

El segundo factor determinante de que el material de aprendizaje sea o no potencialmente significativo varía exclusivamente en función de la estructura cognoscitiva del alumno. La adquisición de significados como fenómeno natural ocurre en seres humanos específicos, y no en la humanidad en general. Por consiguiente, para que ocurra realmente el aprendizaje significativo no basta con que el material nuevo sea intencionado y sustancialmente relacionable con las ideas correspondientes en el sentido abstracto del término (con las ideas correspondientes relevantes que algunos seres humanos podrían aprender en circunstancias apropiadas). Es necesario, que tal contenido ideativo pertinente exista en la estructura cognoscitiva del alumno en particular. Es obvio, que, en lo concerniente a los resultados del aprendizaje significativo en el salón de clases, la disponibilidad, y otras propiedades importantes, de contenidos relevantes en las estructuras cognoscitivas de diferentes alumnos constituyen las variables y determinantes más decisivos de la significatividad potencial. De ahí que significatividad potencial del material de aprendizaje varíe no sólo con los antecedentes educativos, sino con los factores como la edad, el CI, la ocupación y pertenencia a una clase social y cultura determinadas. Las ideas presentadas en este párrafo y en la tabla anterior son fundamentales para la comprensión del modelo de aprendizaje que se presenta libro y representan un interés continuo a lo largo del mismo.

3.1.2 Criterios para el material de aprendizaje:

¿Qué significa precisamente el enunciado de que para que el material de aprendizaje sea significativo lógicamente debe ser relacionable no arbitraria, pero si sustancialmente con las ideas pertinentes y correspondientes que se hallen dentro de la capacidad de aprendizaje humano? El primer criterio – el de la relacionabilidad no arbitraria – significa simplemente que si el material en sí muestra la suficiente intencionalidad (o falta de arbitrariedad), entonces hay una base adecuada y casi obvia de relacionarlo de modo no arbitrario con los tipos de ideas correspondientes pertinentes que los seres humanos son capaces de aprender. El material de aprendizaje lógicamente significativo podría ser así relacionable no arbitrariamente con ideas específicamente relevantes, como ejemplos, derivados, casos especiales, extensiones, elaboraciones, modificaciones, limitaciones y generalizaciones más inclusivas. O podría relacionarse con un sistema más amplio de ideas pertinentes siempre y cuando fuese generalmente congruente con ellas. Por ejemplo, los datos sobre las temperaturas promedio mensuales de las ciudades se relación significativamente con un concepto de clima, y también se relacionan con ideas acerca de la radiación solar, la posición de la órbita de la tierra, y así por el estilo, de una manera generalmente congruente.

El segundo criterio – el de la relacionabilidad sustancial – significa que, si el material de aprendizaje es lo suficientemente no arbitrario, un símbolo ideativo equivalente (o de grupos de símbolos), podría relacionarse con la estructura cognoscitiva sin que hubiese ningún cambio resultante en el significado. En otras palabras, ni el aprendizaje significativo ni el significado que surge dependen del uso exclusivo de signos particulares, ni de otros. El mismo concepto o proposición podrían expresarse de manera sinónima y deberían seguir comunicando el mismo significado. Así, por ejemplo, dog, hund y chien producirían los mismos significados que "perro" en personas que dominasen el inglés, el alemán y el francés; y "la suma de los ángulos internos de un triángulo equivalen a un ángulo llano" significaría para la mayoría de los estudiantes de geometría lo mismo que *"la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180 grados"*.

Claro está que las tareas de aprendizaje por repetición no se efectúan en el vacío cognoscitivo. También son relacionables con la estructura cognoscitiva pero solamente de modo arbitrario y al pie de la letra, lo que trae consigo la adquisición de ningún significado. Dado que, por ejemplo, el estímulo específico y los miembros de la respuesta de un par de adjetivos en una tarea de aprendizaje de pares asociados están vinculados de modo absolutamente arbitrario, no hay la menor posibilidad de relación intencionada de la tarea de aprendizaje con la estructura cognoscitiva de alguien; y el alumno debe recordar también al pie de la letra las respuestas a cada palabra de estímulo, pues no puede utilizar sinónimos. Esta relacionabilidad arbitraria y literal de las tareas de aprendizaje por repetición con la estructura cognoscitiva si tiene, desde luego, ciertas consecuencias importantes para el aprendizaje.

Para el primer, como la dotación cognoscitiva humana, a diferencia de una computadora, no puede manejar muy eficientemente la información relacionada con ella de manera arbitraria y al pie de la letra, sólo las tareas de aprendizaje relativamente cortas pueden ser internalizadas de este modo, y únicamente pueden retenerse por períodos breves a menos que sean sobre aprendidas en gran parte. En segundo lugar, la relacionabilidad arbitraria y literal con la estructura cognoscitiva hace a las tareas de aprendizaje por repetición muy vulnerables a la interferencia de los materiales semejantes aprendidos previamente y que se produce concurrentemente. Como veremos después, es en este tipo de relacionabilidad básicamente diferente con la estructura cognoscitiva (arbitraria al pie de la letra a diferencia de la no arbitraria y sustancial) donde radica la diferencia fundamental de los procesos de aprendizaje por repetición y los del aprendizaje significativo.

También es cierto que, los elementos componentes ya significativos de una tarea de aprendizaje por repetición pueden relacionarse con la estructura cognoscitiva sin que se aprendan los propios elementos, pero de modo que faciliten en conjunto el aprendizaje por repetición de la tarea. Por esa relacionabilidad es que, por ejemplo, las letras de que se componen las sílabas sin sentido son percibidas significativamente, y que las sílabas en conjunto evocan asociaciones con palabras significativas semejantes (y así son percibidas como parcialmente significativas). Por iguales razones– aumentando la familiaridad con el material, salvando la necesidad de aprender con anterioridad los elementos componentes y facilitando la combinación de estos en unidades mayores (y con ello reduciendo el número total de asociaciones discretas que deben establecerse) – el empleo de los elementos componentes ya significativos del material de aprendizaje facilita el aprendizaje por repetición. Los llamados "expertos en memoria" emplean una variedad de estrategias para añadir significado a los que otros perciben como prodigiosas hazañas de memorización mecánica.

3.1.3 Relación del significado con el aprendizaje significativo:

Ahora debe resultar obvio que el significado en sí es un producto del proceso aprendizaje significativo. Naturalmente surge una pregunta; ¿cómo se inicia todo el proceso? Los significados de los signos o símbolos de los conceptos o grupos de conceptos deben ser adquiridos gradual e idiosincráticamente por cada uno de los alumnos. En el momento en que se establecen los significados iniciales de los signos o símbolos de los conceptos en el proceso de formación de conceptos, el aprendizaje significativo nuevo proporcionará significados adicionales a los aprendidos. Veremos cómo las denominaciones para los conceptos específicos, como "perro o rojo", se diferencian posteriormente y se desarrollan nuevas relaciones con conceptos como animal o color a medida que progresa el aprendizaje significativo.

Aunque los alumnos adquieran significados de los signos o símbolos en sus propias maneras específicas, estos significados tienen lo suficiente en común en cualquier cultura dada como para permitir el uso de los símbolos para intercambiar información. Si esto no fuera así, la escuela o cualquier otra forma de intercambio organizado de conocimientos sería imposible, al igual que el aprendizaje significativo a menos que se utilizasen métodos de aprendizaje por descubrimiento.

3.1.4 Tipos de aprendizaje significativo:

El tipo básico de aprendizaje significativo, del cual dependen todos los demás aprendizajes de esta clase, es el aprendizaje de representaciones, que consiste en hacerse del significado de símbolos solos (generalmente palabras) o de lo que estos representan. Después de todo, las palabras solas de cualquier idioma son símbolos convencionales o socialmente compartidos, cada uno de los cuales representa un objeto, situación, conceptos u otro símbolo unitario de los dominios físicos, social e ideativo (Cassirer, 1957). Pero para cualquier lego, lo que un símbolo significa, o representa, es primero algo completamente desconocido, algo que tiene que aprender. Al proceso mediante el cual aprende esto se le llama aprendizaje de representaciones, y es coextendido con el proceso por el cual las palabras nuevas vienen a representar los objetos o ideas correspondientes a que se refieran aquellas (sus referentes). Esto es, las palabras nuevas vienen a significar para él las mismas cosas que los referentes o a producir el mismo contenido cognoscitivo diferenciado de estos.

Por ejemplo, cuando un niño está aprendiendo el significado de la palabra “perro” se le indica que el sonido de la palabra (que es potencialmente significativo pese a que no significa nada todavía para él) representa, o es equivalente, el objeto perro en particular que esté percibiendo en ese momento y, por consiguiente, que significa la misma cosa (una imagen de este objeto-perro) que el objeto. El niño, a su vez, relaciona activamente –de modo relativamente sustancial y no arbitrario- esta proposición representativa con el contenido pertinente de su estructura cognoscitiva. Así pues, consumado el aprendizaje significativo, la palabra “perro” es capaz de producir confiablemente una imagen compuesta de los distintos perros con los que ha tenido experiencias que es aproximadamente equivalente a la provocada por los objetos- perro en particular. Una vez que se adquiere el significado más genérico de la palabra “perro”, este símbolo sirve también como un rótulo del concepto cultural “perro”.

La forma en que se da efectivamente el aprendizaje de representaciones, y la manera en que los niños desarrollan una capacidad para tal; se analizará posteriormente. Por el momento deseamos únicamente distinguir entre tres tipos básicos de aprendizaje significativo: el aprendizaje de representaciones, el aprendizaje de conceptos y el aprendizaje de proposiciones. El primero se ocupa de los significados de símbolos o palabras unitarios, y el último, de los significados de las ideas expresadas por grupos de palabras combinadas en proposiciones u oraciones. En el primer caso (por ejemplo, nombrar, nombrar, clasificar y definir), aprender los significados de palabras aisladas, denota aprender lo que estas representan (Lennenberg, 1967). Significa aprender que los símbolos particulares representan o son significativamente equivalentes a los referentes específicos.

Otro tipo de aprendizaje significativo de importancia en la adquisición de la materia de estudio lo es el aprendizaje de conceptos. Los conceptos (ideas unitarias genéricas o categóricas) también son representados por símbolos solos, de la misma manera que otros referentes unitarios lo son. Excepto en los alumnos muy pequeños, las palabras individuales que generalmente se combinan en forma de oración para constituir proposiciones, realmente representan conceptos y no objetos o situaciones, y de ahí que, el aprendizaje de proposiciones involucre principalmente el aprendizaje del significado de una idea compuesta generada mediante la combinación de las palabras solas en una sola oración, cada una de las cuales representa un concepto.

En el aprendizaje de proposiciones, la tarea de aprendizaje significativo no consiste en hacerse de lo que representan las palabras, solas o en combinación, sino más bien en captar el significado de nuevas ideas expresadas en forma de proposiciones. En otras palabras, en el aprendizaje verdadero de proposiciones el objeto no estriba en aprender proposiciones de equivalencia representativa, sino el significado de proposiciones verbales que expresen ideas diferentes a las de equivalencia representativa. Esto es, el significado de la proposición no es simplemente la suma de los significados de las palabras componentes.

En el verdadero aprendizaje de proposiciones verbales, uno aprende el significado de una nueva idea compuesta en el sentido de que: a) se genera la proposición combinando o relacionando unas con otras muchas palabras individuales, cada una de las cuales representa un referente unitario, y b) las palabras individuales se combinan de tal manera (generalmente en forma de oración) que la idea resultante es más que la suma de los significados de las palabras componentes individuales. Es obvio que ambos de que, uno pueda aprender los significados de proposiciones verbales debe conocer primero los significados de sus términos componentes, o los que estos representen. Así pues, el aprendizaje de representaciones es básico, o condición necesaria, para el verdadero aprendizaje de proposiciones cuando estas se expresan verbalmente.

En este punto, debemos indicar la manera cómo el aprendizaje de conceptos se relaciona con el aprendizaje de representaciones. Dado que los conceptos, lo mismo que los objetos y los acontecimientos, se representan con palabras o nombres, aprender lo que significan las palabras conceptos (aprender que el concepto está representado por una nueva palabra concepto o aprender que la nueva palabra concepto es de significado equivalente al del concepto mismo). Es un tipo mayor de aprendizaje de representaciones. Casi siempre sigue el aprendizaje de conceptos, pues, es muy conveniente saber representar el nuevo concepto aprendido con una sola palabra de significado equivalente a este.

Pero aprender lo que significa el concepto mismo, que en efecto consiste en aprender cuáles son sus atributos de criterio (los que sirven para distinguirlo o identificarlo), implica un tipo muy diferente de aprendizaje significativo que, como el de proposiciones, es de naturaleza e intención sustancial en lugar de nominalista o representativa. Ambos tipos de aprendizaje significativo (el de conceptos y el de proposiciones) difieren en que en el primero de los atributos de criterio de un concepto nuevo se relacionan con la estructura cognoscitiva para producir un significado genérico nuevo, pero unitario, mientras que en el segundo la proposición nueva (o idea compuesta) se relaciona con la estructura cognoscitiva para producir un nuevo significado compuesto. Ambos son muy diferentes del aprendizaje de representaciones, aunque al de conceptos siga, característicamente, una forma de aprendizaje de representaciones en que el nuevo concepto aprendido se iguala en significado a la palabra concepto que representa. En el ejemplo proporcionando anteriormente, la ley de Ohm es una proposición que puede ser aprendida significativamente sólo después de que se han aprendido los conceptos componentes.

En términos del continuo aprendizaje repetitivo significativo, el aprendizaje de representaciones normalmente estaría más próximo a la forma repetitiva, y los aprendizajes de conceptos y de proposiciones pueden extenderse a las formas más elevadas (más complejas) del aprendizaje significativo. Una persona puede aprender por repetición que la ley de Ohm afirma que la corriente en un circuito es igual al voltaje dividido por la resistencia de este. Como se señaló anteriormente, esta proposición no puede ser aprendida significativamente a menos que los conceptos componentes estén a disposición con un grado suficiente de claridad.

3.2. SIGNIFICADOS LÓGICOS Y PSICOLÓGICO.

En el análisis anterior distinguimos, por una parte, el significado potencial inherente a alumnos particulares en ciertas expresiones simbólicas y en la enunciación de ciertas proposiciones y por otra, el significado real (fenomenológico psicológico), que es producto de un proceso de aprendizaje significativo. El significado real, de acuerdo con este punto de vista, surge cuando el significado potencial se convierte en un contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático, dentro de un individuo en particular, como resultado de haber sido relacionado de modo no arbitrario, sino sustancial con las ideas relevantes de su estructura cognoscitiva y así también de haber interactuado con estas. Nuestra tarea, consiste sencillamente en hacer explícita la distinción análoga entre los significados lógico y psicológico. El significado psicológico es idéntico al real o fenomenológico, como se definió antes, mientras que el significado lógico corresponde al que muestra el material de aprendizaje cuando satisface los requisitos generales o no idiosincráticos de la significatividad potencial.

En resumen, el significado lógico depende únicamente de la "naturaleza del material". Es una de las dos condiciones previas que determinan conjuntamente si el material de aprendizaje será o no potencialmente significativo para un alumno en particular; la otra condición necesaria es la de que, exista el contenido pertinente en la estructura cognoscitiva de este alumno en particular.

El significado lógico, por consiguiente, se refiere al significado coherente a cierto tipo de material simbólico, por la naturaleza misma de este. Tal material manifiesta significado lógico cuando puede relacionarse de manera no arbitraria y sí sustancial con las correspondientes ideas pertinentes que se hallan dentro de la capacidad de aprendizaje humana. Por ejemplo, si el material constituido por proposiciones consiste en relaciones no arbitraria y sí sustancialmente con la estructura cognoscitiva de algunas personas en una cultura específica y, por lo tanto, lógicamente significativo. Así pues, se excluye del dominio del significado lógico el número casi infinito de relaciones posibles entre conceptos, que pueden formularse puramente al azar o por asociaciones arbitrarias. Esto no quiere decir necesariamente que todas las proposiciones con significado lógico sean válidas empíricamente y ni siquiera lógicamente justificables. Las cuestiones de la validez empírica y lógica son problemas que simplemente no cuentan en la determinación del significado lógico. Hay proposiciones basadas en premisas inválidas o en fallas lógicas que pueden concebiblemente abundar en significado lógico. Por ejemplo, la proposición de que la tierra es plana fue considerada tanto lógica como válida durante siglos, pero ahora sabemos que esta proposición es falsa.

Por otro parte, el significado psicológico (real o fenomenológico), es la experiencia cognoscitiva totalmente idiosincrática. En correspondencia con la distinción entre las estructuras lógica y psicológica del conocimiento, está la distinción igualmente importante entre significado lógico y psicológico. El contenido de la materia de estudio puede poseer, cuando mucho, significado lógico. Pero es la relacionabilidad intencionada y sustancial de las proposiciones lógicamente significativas con la estructura cognoscitiva de un alumno en particular lo que las hace potencialmente significativas para este; y así se origina la posibilidad de transformar el significado lógico en psicológico en el transcurso del aprendizaje significativo. Así, el surgimiento del significado psicológico no depende únicamente de que se le presenten al alumno materiales con significado lógico, sino también de que, tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios. La proposición de que los adverbios son palabras que modifican los verbos tiene significado psicológico únicamente para los individuos que ya poseen algún grado significativo de conocimientos acerca de los conceptos de palabras, modificadores y verbos.

Por lo tanto, cuando un individuo aprende proposiciones lógicas significativas, estas pierden automáticamente su característica no idiosincrática. El significado lógico es siempre un fenómeno idiosincrático. Pero su naturaleza idiosincrática no descarta la posibilidad de significados sociales o compartidos. Los diversos significados individuales que miembros diferentes de una cultura dada atribuyen a los mismos conceptos y proposiciones se parecen comúnmente lo suficiente para que sea factible la comunicación y el entendimiento entre las personas. Como se señaló anteriormente, esta homogeneidad de significados compartidos dentro de una cultura específica o incluso entre culturas relacionadas, refleja los mismos significados lógicos inherentes a conceptos y proposiciones lógicamente significativos, y también muchos aspectos comunes de los antecedentes ideativos presentes en las estructuras cognoscitivas de alumnos diferentes.

3.3 EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN CONTRASTE CON EL APRENDIZAJE DE MATERIAL SIGNIFICATIVO.

El aprendizaje significativo no debe interpretarse simplemente como el aprendizaje de material significativo. En aquel, los materiales sólo son potencialmente significativos. Si ya fuesen significativos, la meta del aprendizaje que nos ocupa, es decir, la adquisición de significados nuevos ya estaría realizada por definición, desde antes que el aprendizaje se intentara. Es cierto, que, en la mayor parte de las tareas de aprendizaje potencialmente significativas, las partes componentes del material ya tienen significado; pero en estos casos, la tarea como un todo sólo lo tiene en potencia. Por ejemplo, al aprender un teorema de geometría, cada una de las palabras componentes, ya tienen significado para el alumno. Pero la tarea de aprendizaje en conjunto (aprender el significado del teorema) todavía no se realiza. Así pues, el material ya significativo de la misma manera que las partes componentes ya significativas, puede ser percibido, o bien, se puede reaccionar significativamente a el de otra manera, pero no puede aprenderse significativamente.

Esto nos lleva a la importancia distinción entre el aprendizaje significativo de un material potencialmente significativo y el aprendizaje por repetición de tareas que contienen componentes ya significativos. Hay innumerables ejemplos de aprendizaje por repetición o no significativo. Al aprender una lista de adjetivos apareados, por ejemplo, cada adjetivo ya significa algo, pero la tarea de aprendizaje no es potencialmente significativa porque estas asociaciones absolutamente arbitrarias entre adjetivos no pueden relacionarse, de modo intencionados y sustanciales, con el conocimiento que ya existe en el alumno. Por otra parte, al aprender un teorema de geometría, cada palabra componente no sólo tiene ya significado, sino que toda la tarea de aprendizaje es también potencialmente significativa. Sin embargo, a menos que en este caso el alumno manifieste una actitud de aprendizaje significativo, no surgirá ningún significado, tan sólo aprenderá por repetición una serie de palabras relacionadas arbitrariamente. Así pues, es importante distinguir el aprendizaje significativo de material con significado potencial, por una parte, y el aprendizaje por repetición de elementos componentes ya significativos, por otra, que conjuntamente habrán de constituir o no tareas de aprendizaje potencialmente significativas.

En el transcurso del aprendizaje significativo el estudiante debe relacionar los elementos componentes con su estructura cognoscitiva idiosincrática. El resultado casi siempre es alguna variación menor entre la manera en que el alumno internaliza la información y la manera en que el profesor percibe esta última. Por consiguiente, en el recuerdo último de las afirmaciones o proposiciones, la respuesta del estudiante puede variar un poco de lo que el profesor espera incluso cuando tal respuesta es sustancialmente correcta. Desafortunadamente, esas respuestas son calificadas como erróneas y los alumnos aprenden a utilizar las técnicas de aprendizaje por repetición (al pie de la letra) en lugar de aprender significativamente.

3.3.1 El significado comparado con la significatividad.

¿A qué aluden los investigadores del aprendizaje verbal por repetición cuando hablan de la significatividad de las unidades (sílabas sin sentido, palabras) que emplean en sus tareas de aprendizaje? Al usar este término no se refieren al significado sustancial de un símbolo dado (el contenido cognoscitivo diferencial que evocan en el alumno después de haberlos aprendido significativamente), sino más bien al grado relativo de significado que manifiestan, en comparación con el manifestado por otros símbolos. La significatividad de una palabra depende, por ejemplo, de que posea un referente identificable concreto (como "libro") o de que realice una mera función de transacción (como "pues") (Epstein, Rock y Zuckerman, 1960), y también de otros factores como la frecuencia y la variedad de los contextos en que se le encuentra (Björgen, 1964; Noble, 1953; Underwood y Schulz, 1960).

Por consiguiente, una palabra muy significativa tiende a ser más familiar subjetivamente (Noble, 1953) y también a evocar más asociaciones (Glaze, 1928; Noble, 1952) que otra menos significativa; pero estos son índices de significatividad, y no explicaciones de cómo una palabra llega a ser significativa en primeria instancia. En otras palabras, es preciso ser prudentes para no confundir el mecanismo por el cual una palabra adquiere significado, con los factores que explican el grado relativo de significado que muestra. Ya se habló de las razones por las que la significatividad facilita el aprendizaje por repetición.

3.4 LA ADQUISICIÓN DE SIGNIFICADOS

En esta sección nos proponemos estudiar más sistemáticamente algunos de los problemas que se presentan al adquirir los significados de palabras y proposiciones. Hasta aquí, la adquisición de estos tipos de significados sólo se ha considerado a manera de ejemplo para esclarecer la naturaleza del significado. La adquisición de los significados de conceptos se considerará aquí sólo en la medida en que tal aprendizaje deba distinguirse del relativo a lo que las palabras concepto significan.

3.4.1 Vocabulario o aprendizaje de representaciones

Ya indicamos que, en el aprendizaje de los significados de palabras solas, o de lo que estas representan aisladamente, hay aprendizaje significativo de proposiciones específicas de equivalencia representativa: aprender que las palabras particulares representan y, en consecuencia, significan psicológicamente las mismas cosas que sus referentes. Se señaló también que, como un resultado de tal aprendizaje, las palabras vienen a producir casi el mismo contenido cognoscitivo diferenciado que sus referentes. Nuestra tarea, en ese punto, consiste en relacionar el aprendizaje de representaciones con el análisis antes presentado acerca del proceso de aprendizaje significativo, y con la naturaleza del significado en sí. En otras palabras, ¿cómo adquieren los humanos su vocabulario? ¿Cómo aprenden realmente lo que significan las palabras aislada y cómo ejemplifica este aprendizaje el de índole significativo en general?

Para empezar, está el asunto de la dotación genética, sin la cual no sería suficiente ninguna cantidad de experiencia adecuada. Los seres humanos poseen una potencialidad genéticamente determinada para el aprendizaje de representaciones (Ausubel, 1963 a; Cassirer, 1957; Werner y Kaplan, 1963). Como se dijo antes, este consiste en aprender lo que un patrón dado de estimulación (como el patrón distintivo de los sonidos del símbolo “perro”, o incluso un símbolo gráfico como un dibujo o un bosquejo) representa. Por lo tanto, significa aproximadamente la misma cosa (una imagen de un perro) que significa un patrón completamente desvinculado de estimulación (como el referente objeto-perro).

(Cuando un referente dado significa realmente algo para un alumno en particular recibe el nombre convencional de “significado”). A fin de realizar esta potencialidad para el aprendizaje de representaciones, se da el paso principal comúnmente al final del primer año de vida, cuando el niño adquiere la idea o discernimiento general de que es posible usar un símbolo para representar cualquier significado. Adquiere esta idea generalizando, subverbal e intuitivamente, a partir de muchas exposiciones a las dos formas complementarias de la proposición de equivalencia representativa que los hablantes más competentes de su lengua materna arreglan para él. Es decir, que referentes diferentes tienen nombres diferentes y que ejemplares diferentes del mismo referente tienen el mismo nombre.

Establecida firmemente esta idea o discernimiento en su estructura cognoscitiva, quedan sentadas las bases para todo el aprendizaje de representaciones venidero. En adelante, cuando se le presente una nueva proposición específica de equivalencia representativa (que “perro” equivale, como representación, a diferentes objetos-perros y, por consiguiente, a sus correspondientes imágenes de perros), será capaz de relacionar, de manera no arbitrario sino sustancial, esa proposición con la versión ya establecida y más generalizada

SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS INFORMATIVOS

Área	*MATEMÁTICA*	**Ciclo**	VI
Año	*SEGUNDO GRADO 2018*	**Tiempo**	80 MINUTOS
Tema transversal	Educación para la gestión de riesgo y la conciencia ambiental.		
Unidad didáctica	UNIDAD 5		
Título de la sesión	MODELANDO ECUACIONES LINEALES		
Facilitador:	Félix Alexander Sotero Caballero		

II. PROPÓSITO DE LA ACTIVIDAD:

El propósito de la actividad es modelar situaciones problemáticas que involucran 2 variables por medio de un sistema de ecuaciones con dos variables y que serán resueltos por el método gráfico usando el plano cartesiano.

III. CRITERIOS DE ÉXITO:

- Modela matemática un problema con dos variables usando ecuaciones.
- Tabula y representa gráficamente sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Utiliza los pasos de Polya en la resolución de problemas.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

<table>
<tr><th colspan="2">PROCESOS PEDAGÓGICOS</th><th>ESTRATEGIAS / ACTIVIDADES</th><th>TIEMPO</th><th>RECURSOS</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Motivación, desarrollo y evaluación permanente de actitudes</td><td>INICIO
- Despertar el interés
- Recuperar saberes previos
- Estimular el conflicto cognitivo</td><td>El docente agrupa a los integrantes en tríos de trabajo, les hace entrega de la
Ficha N° 6: Fábrica de maletines y carteras. Les indican leer, comprender
e iniciar el desarrollo de manera individual. Pasado un tiempo realiza alguna
pregunta para asegurar la comprensión del problema.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>DESARROLLO
- Adquirir información
- Aplicar
- Transferir lo aprendido</td><td><u>Comprensión</u>
¿De qué trata el problema?
¿Cuántos m2 utiliza para la cartera? ¿para el maletín?
¿De cuánto dispone la fábrica?
¿Puede sobrar piel?

<u>Planear</u>
¿Cómo podemos organizar todas las posibilidades?</td><td></td><td></td></tr>
</table>

		¿Qué tal si usas un cuadro? ¿Qué información colocarías? ***<u>Ejecutar</u>*:** Les indica terminar al menos las dos primeras preguntas y les indica iniciar el compartir con los integrantes de sus tríos y de ser el caso, terminar juntos la tercera pregunta. **PLENARIO:** Se propicia que algunos estudiantes compartan sus estrategias (*ensayo y error*) y cuál es la ecuación que relaciona el total de piel usado para la cartera y los maletines con el total de piel del que dispone la fábrica. Se debe obtener “x + 3 y = 27”. x = n° de carteras y = n° de maletines Se pregunta: ¿qué representa “x”? ¿qué representa “y”? ¿Existe una sola respuesta? ¿Por qué? *A partir de las intervenciones de los estudiantes se cierra la idea* *mencionando que esta expresión es una* ***ecuación de primer grado***		

		con dos incógnitas *ya la podemos definir como una igualdad en la que hay dos números desconocidos, normalmente representados por las letras x e y, que se llaman incógnitas, que no están elevadas al cuadrado, ni al cubo, etc. Resalte que estas ecuaciones son el MODELO MATEMÁTICO del problema planteado.* **Continué con el análisis de las variables:** *Observa que en la ecuación $x + 3y = 27$, la igualdad es verdadera para infinitos pares de valores. Por ejemplo* - *Para $x = 9$ y $y = 6$ se cumple la igualdad:$9 + 3\cdot 6 = 27$* - *Para $x=12$ y $y = 5$ también se cumple:$12 + 3\cdot 5 = 27$* - *Para $x = 0$ y $y = 9$ también se cumple $0 +3\cdot 9 = 27$* *y así sucesivamente.* *Entonces a cada par de valores, uno para la x y otro para la y, que cumplen* *la igualdad se llama solución de la ecuación. Normalmente decimos que una* *ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene infinitas soluciones. Por* *ejemplo para $x = 2{,}4$ e $y= 8{,}2$, cumple la igualdad; sin embargo, no tiene* *sentido producir 2,4 carteras y 8,1 maletines.*		

Seguidamente pida a los estudiantes que **modelen** las situaciones de los problemas 2, 3 y 4 de la ficha.

Monitoree el trabajo de los estudiantes, luego pida de manera voluntaria que presenten sus modelos matemáticos.

Para asegurar el logro de aprendizaje de esta parte utilice **pizarras mágicas** y presente el siguiente problema para que sea modelado:

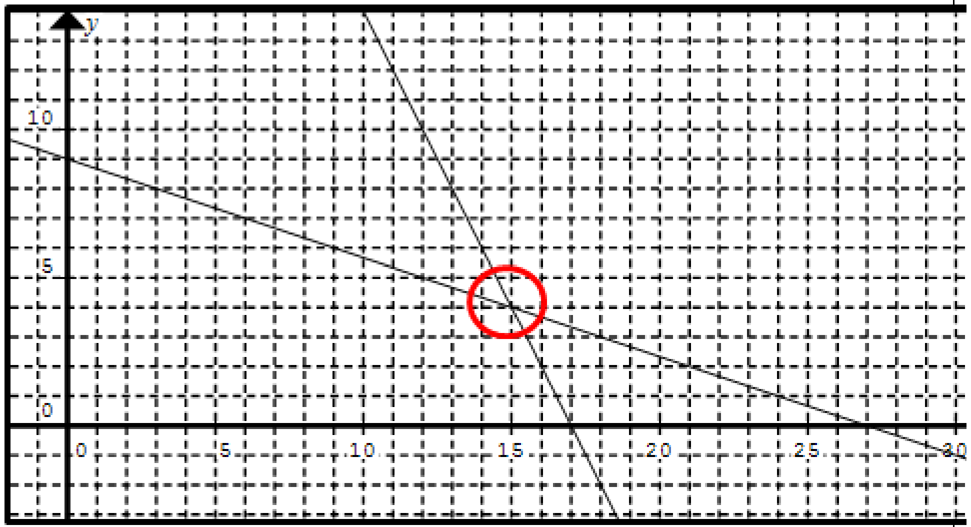
El perímetro de un rectángulo mide 158 mm. Si el largo mide 35 mm más que el ancho, ¿cuál es la medida del ancho?

::::::::::::::::::::::::

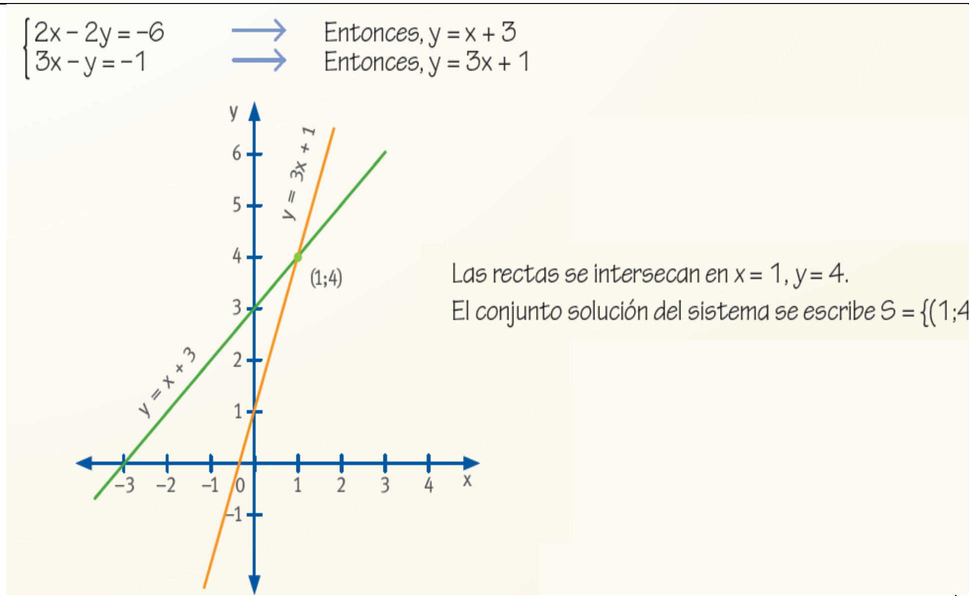
Se continúa con el problema 5 de la ficha. Se indica resolver en tríos y usando la tabla que se sugiere.

Luego de un tiempo se favorece la partición de un par de tríos (*aunque no se haya terminado de resolver la pregunta e) ya que esta se puede hacer con todos los estudiantes*) para que compartan su estrategia y resultado.

Luego se pregunta **¿cómo podemos graficar cada ecuación?**

		Se propone la idea de la búsqueda de los interceptos de cada gráfica (cuando x = 0 y para y = 0). Nuevamente indicar continuar con el trabajo de la construcción del gráfico o realizar.  Se pregunta: Se pregunta: ¿Cuál es el par ordenado en el que coinciden? ¿Qué representa el punto de coincidencia? ¿Qué ocurre si reemplazo dichos valores en cada ecuación		

		¿Qué podemos concluir? ¿Qué hubiera sucedido si graficada cada ecuación en un plano distinto? Se presenta el **método gráfico** como una estrategia para resolver sistemas de ecuaciones. Dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas consideradas conjuntamente forman un *sistema* de ecuaciones y, de hecho, sólo la solución $x = 15$ y $y = 4$ es solución a la vez de las dos ecuaciones de este sistema. Se propone un ejemplo a ser trabajado por los estudiantes: Encuentra la solución del siguiente sistema de ecuaciones por el método gráfico. $\begin{cases} 2x - 2y = -6 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ SOLUCION:		

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>


Trabajo colaborativo: Resolver en parejas o en trios de manera gráfica o

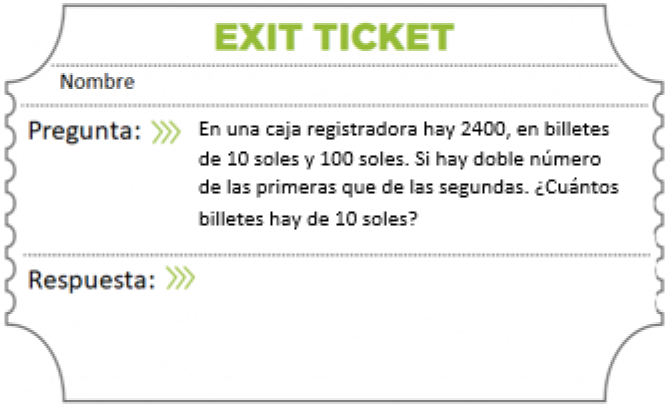
tabular los problemas 39, 40 y 41 de la página 143 del libro de actividades.
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

CIERRE

- Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje
</td>
<td>

ESTRATEGIA DE RETROALIMENTACIÓN

Teniendo en cuenta las dos últimas actividades podemos aplicar esta nueva estrategia de retroalimentación que se puede complementar en la
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

		clase de Solo EXIT TICKETS (tarjetas de salida). 		

V. EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES	INDICADORES DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
ESTANDARES DE LA UNIDAD	Resolución de problemas	RUBRICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS LISTA DE COTEJOS. AUTO COEVALUACIÓN DE TRABAJO COLABORATIVO.

VI. ANEXOS

Evaluando mi

Estudiante: ______________________________

Grado:____________ Fecha:___/____/2018

Observaciones

	C/2	B/3	A/4	AD/5
Comprensión	No comprendo	Comprendo poco	Comprendo y explico	Comprendo, explico y ejemplifico
Diseño de estrategias	No encuentro estrategias	Encuentro estrategia que ayuda a resolver un poco	Encuentro estrategia para resolver y explico	Encuentro más de una estrategia y explico
Ejecución de estrategias	No puedo resolver el problema	Resuelvo pero incompleto o con errores	Resuelvo y explico el procedimiento	Resuelvo y explico paso a paso
Reflexión	No hago este paso	Solo comparo si la respuesta es diferente	Busco arreglar o mejorar mi estrategia	Busco otro problema para usar mi estrategia

Recomendaciones y/o acuerdos:

____

____

____

____

Docente:______________________

Evaluando mi

Estudiante: ______________________________

Grado:____________ Fecha:___/____/2018

Observaciones

	C/2	B/3	A/4	AD/5
Comprensión	No comprendo	Comprendo poco	Comprendo y explico	Comprendo, explico y ejemplifico
Diseño de estrategias	No encuentro estrategias	Encuentro estrategia que ayuda a resolver un poco	Encuentro estrategia para resolver y explico	Encuentro más de una estrategia y explico
Ejecución de estrategias	No puedo resolver el problema	Resuelvo pero incompleto o con errores	Resuelvo y explico el procedimiento	Resuelvo y explico paso a paso
Reflexión	No hago este paso	Solo comparo si la respuesta es diferente	Busco arreglar o mejorar mi estrategia	Busco otro problema para usar mi estrategia

Recomendaciones y/o acuerdos:

____

____

____

____

Docente:______________________

Conclusiones:

En el presente trabajo hemos demostrado que las matemáticas no solo están vinculadas al proceso de realizar operaciones o ejercicios de rutina. Por el contrario, creemos que una forma de enseñar y captar el interés del alumno es través del aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas, demostrándole a los alumnos que las matemáticas se encuentran en nuestra vida cotidiana, en el día a día de las personas. De esta forma, los alumnos se encontrarán más familiarizados con esta ciencia y no se alejarán de ella, lo que termina siendo perjudicial para los estudiantes. Porque, el conocimiento de las matemáticas fortalecerá una base en la cual se sustentará una futura formación profesional.

Este hecho es de suma importancia, porque evitaría la deserción universitaria, es decir, un fortalecimiento y forma didáctica de enseñar las matemáticas ayudará a los estudiantes en el nivel escolar a una mejor elección de sus estudios superiores. Es así como, dividimos el trabajo en tres capítulos e incluimos una sesión de aprendizaje, el que posibilitaría una mejor forma de enseñanza.

En nuestro recorrido del primer capítulo, nos referimos inicialmente a una reseña breve sobre la educación y cómo fue concebida a finales del siglo XIX, que buscaba entre otras cosas, desarrollar competencias necesarias en los estudiantes para que pueda resolver problema y comprobar planes de acción, esta metodología buscaba una participación del estudiante, siendo el papel del profesor, el de estimular la capacidad de observación y análisis de sus alumnos. Esta idea fue rescatada por autores como Paulo Freire e incluso el Ministerio de Educación resalta la importancia, de que la educación tiene que implementar tres categorías básicas, creación, recreación y transformación de la realidad. Desafortunadamente, esta propuesta no siempre fue implementada, convirtiéndose la educación en un monopolio del maestro con una intervención poco creativa del estudiante. En ese sentido, nuestra propuesta busca retomar la idea de que las matemáticas sirvan como un medio para dar respuestas a situaciones concretas, describiendo, analizando, explicando y haciendo usos de conceptos para entender las diversas problemáticas.

En este campo se incluye el proceso de resolución de problemas con un rol participativo del alumno que lo desarrollamos en el segundo capítulo del trabajo, señalando que, la resolución de problemas es un proceso mediante el cual los alumnos combinan principios previamente adquiridos para conseguir un nuevo principio. Es decir, nuestra experiencia adquirida en los estudios y en la vida propia nos permiten tener una base que sirve de apoyo para la resolución de problemas. En resumen, solucionar un problema es encontrar la forma de salir de una dificultad, pero que la solución siempre tiene como base nuestros conocimientos previamente adquiridos.

Asimismo, para resolver un problema es importante planificar antes de ejecutar y en plena ejecución supervisar su desarrollo y finalmente, comprobar su solución o el mismo resultado. Sin embargo, hemos explicado que la resolución de problemas no siempre es un campo lineal, tiene diversas problemáticas como, los propios factores que están relacionados al proceso, al propio individuo, al ambiente, etc. No olvidando que nuestra propuesta está vinculada a las matemáticas, que es la base del progreso de la ciencia y la tecnología y que no podemos reducirla solo a la física, la ingeniería o la astronomía, sino que se encuentra en todos los campos científicos. Siendo, funcional, instrumental y formativa.

Nuestro último capítulo versa sobre la importancia del aprendizaje significativo y como este nos permite la adquisición de nuevos significados. Que tiene una ruta en la cual se debe presentar el material al alumno que esté relacionado a una estructura cognoscitiva apropiada, para que el alumno pueda vincularlas con la nueva propuesta. Además, hemos resaltado que el aprendizaje significativo no es sinónimo de aprendizaje de material significativo. En ese sentido, tenemos tres tipos de aprendizaje significativo, el de representaciones, de proposiciones y el de recepción.

Por último, en el transcurso del aprendizaje significativo el estudiante no partirá con un desconocimiento de los elementos, por el contrario, debe basar su respuesta también en su estructura previa, en ese sentido, su respuesta siempre tendrá una variación entre la idea vertida del profesor y su respuesta, lo que lo distancia de la repetición al pie de la letra. Siendo este punto vital, porque desafortunadamente, el profesor califica esta respuesta como errónea, lo que desmotiva al alumno, quien rechaza el aprendizaje significativo y aprende el uso del aprendizaje por repetición. Lo que niega la creatividad del estudiantado.

Bibliografía

André, P. (1986) "Resolución de Problemas". Editorial Trillas, quinta edición. España.

Ausubel, David. (1991), "Psicología educativa". Editorial Trillas. S.A. Segunda edición. México.

Broudy, H. (1966). "Filosofía de la educación". Editorial Limusa. México.

Bunge, M. (1997), "La investigación científica". Editorial España. Cuarta edición. España.

Chamorro, M. (2003), "Didácticas de las matemáticas". Editorial Pearson. Segunda edición. Madrid.

Davis, R. (1993), "Learning mathematics: the cognitive science approach to mathematics education". Editorial Croom Helm.

Dewey, Y. (1910), "How We Think". Editorial Heath. Boston.

Dewey, Y. (1975), "Experiences in Education New York Collier books". Editorial Heath.

Dewey, J. (1999) "Filosofía de la educación". Ed. la cultura. Madrid.

Estefanía, M. (1992). "Resolución de problemas". Primera edición. Buenos Aires.

Fariñas León, Gloria (2001) "Psicología Educativa Selección de Lecturas". Ed. Felíx Varella. La Habana.

Gagne Robert M. y Briss L. (1990), "La planificación de la enseñanza". Editorial Trillas. México.

Graham, W. (2006), "Creatividad y resolución de problemas". Boletín naval, número 813. España.

James, W. (1942), "Principios de Psicología". Editorial Glem. Buenos Aires.

López, J. Galindo, D. (2012) "La aplicación del método de George polya y su influencia en el aprendizaje del área de matemática". Editorial UNMSM. Lima

Martínez, A. (2004), "La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos". Nuevo Chimbote.

Marzano, R. (1998), "Estrategia del aprendizaje". Ed. Printed and made in México. México

Marzano, R. (1997), "Dimensiones del aprendizaje". Editorial Iteso. Guadalajara.

Ministerio de Educación (1998), "Plan Nacional de Capacitación Docente sobre resolución de problemas". Plancad. Manual para docentes de Educación Secundaria. Lima.

Moreno, M. (1998), “Enseñanza de resolución de problemas”. Editorial Trillas. Buenos Aires.

Orton, A. (1990), “Didáctica de las Matemáticas”. Editorial Morata. Madrid.

Parra, B. (1999). Dos concepciones de resolución de problemas México. Ed. Tecera.

Santos, M. (1992). Resolución de problemas. Primera edición. México.

Schoenfeld, A. (1992) “Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics”. Editorial Macmillan. New York

Velásquez, R. (2004), “Enseñanza de la matemática a través de resolución de problemas

Vega, J. (2014) “Aplicación del método de George Pólya, para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos”. Editorial. Cajamarca.

ENCUESTA

Instrucciones: Marca con una X en los recuadros SI o NO, según su análisis

1.- ¿Estás de acuerdo con diversos métodos didácticos de parte de tu profesor, para un mejor aprendizaje?

SI NO

2.- ¿La matemática ayuda a resolver problemas de la sociedad?

SI NO

3.- ¿Utilizaron el método del aprendizaje basado en problemas?

SI NO

4.- ¿Existe diferencias entre el método tradicional y el aprendizaje basado en problemas?

SI NO

5.- ¿Será mejor el aprendizaje basado en problemas respecto al método tradicional?

SI NO

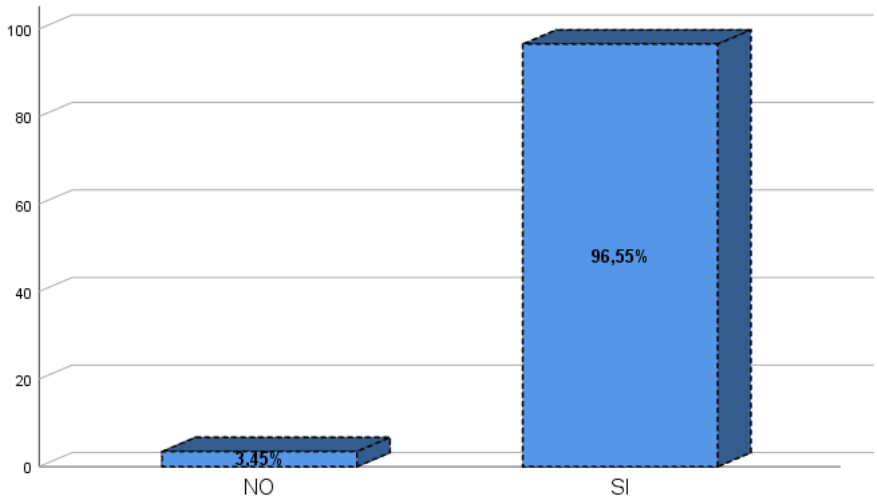
Pregunta 1: ¿Estás de acuerdo con diversos métodos didácticos por parte de tu profesor para un mejor aprendizaje?

Tabla N° 01

		N	%
Válido	NO	1	3,4
	SI	28	96,6
	Total	29	100,0

Fuente: Innova Schools

El 96.6% de los alumnos encuestados dicen estar De acuerdo con la aplicación de diversos métodos didácticos por parte de su profesor en una mejora del aprendizaje mientras el 3,4% no están de acuerdo con la mejora del aprendizaje.



Grafica N° 01: ¿Estás de acuerdo con diversos métodos didácticos por parte de tu profesor para un mejor aprendizaje?

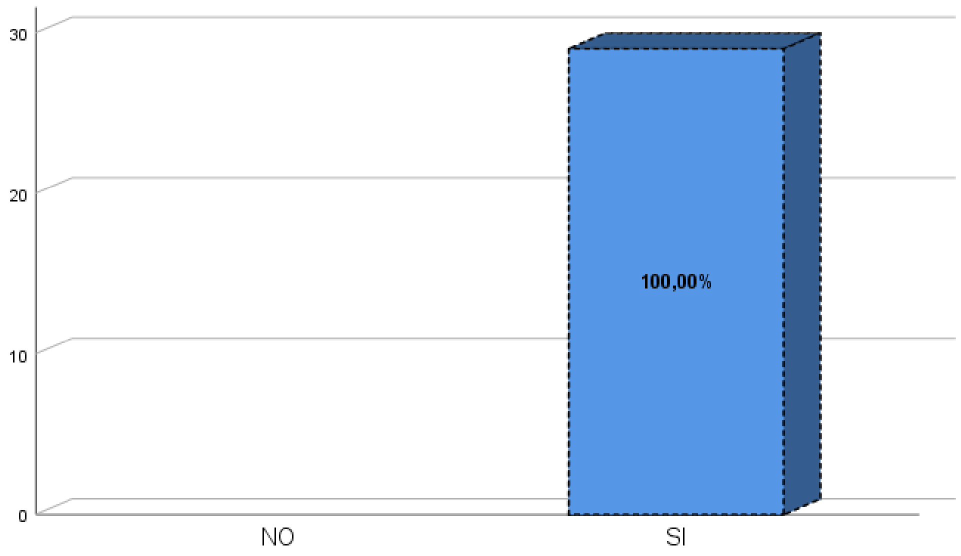
Pregunta 2: ¿Las matemáticas ayudan a resolver problemas de la sociedad?

Tabla N° 02

		N	%
P2	NO	0	0,0%
	SI	29	100,0%
	Total	29	100,0%

Fuente: Innova Schools

El 100% de los alumnos encuestados dicen estar De acuerdo de que las matemáticas ayudan a resolver problemas de la sociedad mientras el 0% no están de acuerdo con la matemática no ayuda a resolver problemas de la sociedad.



Grafica N° 02: ¿Las matemáticas ayudan a resolver problemas de la sociedad?

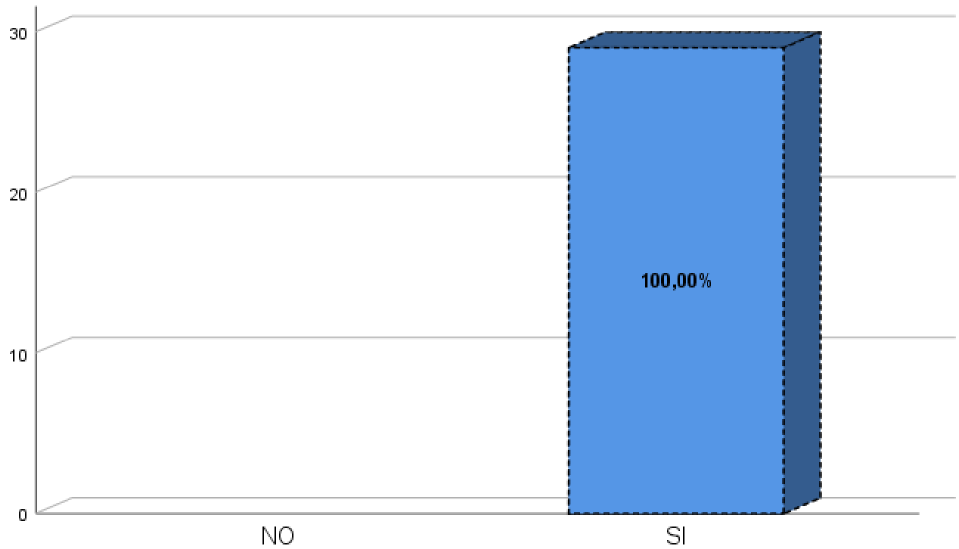
Pregunta 3: ¿Utilizaron el método del aprendizaje basado en problemas?

Tabla N° 03

		N	%
P3	NO	0	0,0%
	SI	29	100,0%
	Total	29	100,0%

Fuente: Innova Schools________________

El 100% de los alumnos encuestados dicen estar De acuerdo de que, si utilizaron el método del aprendizaje basado en problemas, mientras el 0% no están de acuerdo con el método del aprendizaje basado en problemas.



Grafica N° 03: ¿Utilizaron el método del aprendizaje basado en problemas?

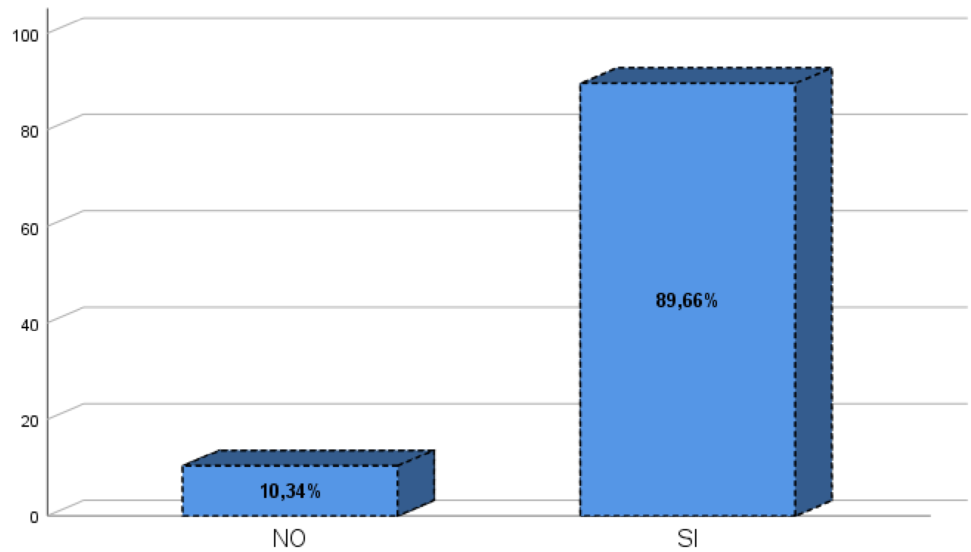
Pregunta 4: ¿Existe diferencias entre el método tradicional y el aprendizaje basado en problemas?

Tabla N° 04

		N	%
Válido	NO	3	10,3
	SI	26	89,7
	Total	29	100,0

Fuente: Innova Schools____

El 89,7% de los alumnos encuestados dicen estar De acuerdo de que Si Existe diferencias entre el método tradicional y el aprendizaje basado en problemas, mientras el 10,3% no Existe diferencias entre el método tradicional y el aprendizaje basado en problemas.



Grafica N° 04: ¿Existe diferencias entre el método tradicional y el aprendizaje basado en problemas?

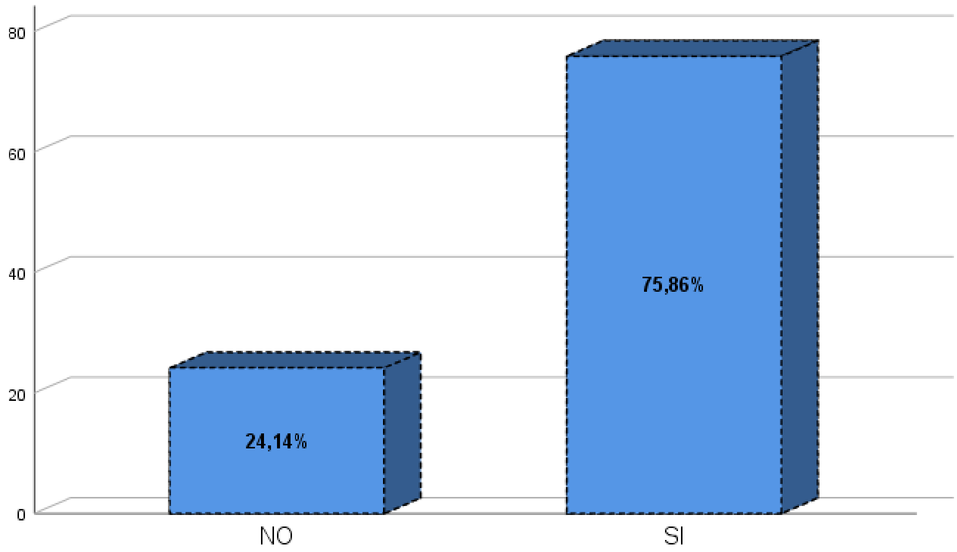
Pregunta 5: ¿Sera mejor el aprendizaje basado en problemas respecto al método tradicional?

Tabla N° 05

		N	%
Válido	NO	7	24,1
	SI	22	75,9
	Total	29	100,0

Fuente: Innova Schools_

El 75,9% de los alumnos encuestados dicen estar De acuerdo de que, Si es mejor el aprendizaje basado en problemas respecto al método tradicional, mientras el 10,3% no es mejor el aprendizaje basado en problemas respecto al método tradicional.



Grafica N° 05: ¿Será mejor el aprendizaje basado en problemas respecto al método tradicional?